FACULTEIT PSYCHOLOGIE EN
PEDAGOGISCHE WETENSCHAPPEN

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN
EN ARCHITECTUUR

HET BELANG VAN BEDUIDENDE CIJFERS

EEN ONDERZOEK NAAR KENNIS, NUT EN GEBRUIK VAN BEDUIDENDE CIJFERS

Aantal woorden: 7 447

Karen Dedecker
Studentennummer: 01207790

Promotor(en): Prof. dr. ir. Hendrik De Bie, Prof. dr. Hennie De Schepper

Verkorte Educatieve Masterproef (9SP) voorgelegd tot het behalen van de graad van de Educatieve Master in de wetenschappen en technologie (verkort traject): engineering en technologie

Academiejaar: 2020 – 2021, Educatieve Masteropleiding

UNIVERSITEIT
GENT

Voorwoord

In dit voorwoord wil ik graag mijn promotoren Prof. Dr. Ir. Hendrik De Bie en Prof. Dr. Hennie De Schepper bedanken voor hun nuttige tips, suggesties en feedback tijdens het schrijven van deze thesis. Hartelijk bedankt voor jullie essentiële bijdragen tot deze masterproef en om de enquête uit deze thesis te verspreiden onder vele studenten.
Ook wil ik Philippe Smet bedanken om als commissaris deze masterproef te willen beoordelen.
Verder bedank ik graag de leerkrachten (onder wie mijn ouders) die de enquête hebben verspreid onder hun leerlingen, zodat ik een heel aantal resultaten kon analyseren in deze thesis.

Karen Dedecker

Gent, 30 mei 2021

Corona preambule

In opvolging van de corona maatregel inzake rapportering wordt in deze verkorte Educatieve Masterproef een preambule opgenomen.

De onderzoeksopzet van deze masterproef bestaat uit een grondige literatuurstudie en een enquête onder verschillende groepen leerlingen en studenten. Beide onderdelen worden in meer detail besproken in het vervolg van deze masterproef. Geen van de onderwerpen kon omwille van de coronacrisis niet doorlopen worden.

Deze preambule werd in overleg tussen de student en de promotor opgesteld en door beide goedgekeurd.

Inhoudsopgave

Lijst van afkortingen

BC beduidende cijfers

KC kenmerkende cijfers

SI Système International

Lijst van figuren en tabellen

Abstract

In deze thesis wordt onderzoek gedaan naar het belang van beduidende cijfers in het middelbaar onderwijs binnen de huidige maatschappelijke context. Hiertoe wordt een grondige literatuurstudie uitgevoerd die de regels voor het rekenen met beduidende cijfers beschrijft, de oorsprong van de regels weergeeft en een vergelijkende studie maakt tussen de Vlaamse leerplannen en de leerplannen van enkele buurlanden en de Verenigde Staten.

Aan de hand van een enquête onder verschillende groepen leerlingen en studenten uit het middelbaar en hoger onderwijs – telkens in wetenschappelijke/wiskundige richtingen – wordt gepeild naar de kennis en het gebruik van deze regels doorheen het middelbaar, alsook de mate waarin deze regels (actief) gebruikt worden in wetenschappelijke opleidingen in het hoger onderwijs. Hieruit volgen twee opvallende resultaten: studenten uit het hoger onderwijs kennen de rekenregels nog even goed als leerlingen uit het middelbaar onderwijs, maar deze eerste groep geeft aan de rekenregels amper te gebruiken in berekeningen.

Door grondige analyse van de resultaten wordt besloten dat de huidige regels hun doel missen, en wordt een suggestie gedaan voor een meer eenduidige en zinvolle aanpak die past binnen de huidige maatschappelijke – en technologische – context. De auteur stelt voor om terug te gaan naar de oorsprong van de regels en ze in een middelbare schoolcontext enkel in te voeren en te hanteren bij het uitvoeren van eigen experimentele metingen. In dit geval zijn leerlingen zich bewust van de onnauwkeurigheid van hun meetresultaten en zullen zij het wellicht als meer zinvol ervaren om een set vuistregels te hanteren zodat de nauwkeurigheid van berekeningen op deze meetresultaten gewaarborgd blijft.

Inleiding

Beduidende cijfers. De titel deed wellicht een belletje rinkelen. De kans is groot dat u in het derde middelbaar menig lesuur heeft besteed aan beduidende cijfers, en hoe u ze op een correcte manier moet gebruiken bij berekeningen. Maar kent u de regels nog? Kan u überhaupt nog de beduidende cijfers van een meetresultaat aanduiden? Deze educatieve masterthesis gaat op onderzoek naar het belang van beduidende cijfers. Wie kan – na het middelbaar – nog op een correcte manier rekenen met beduidende cijfers? En de hamvraag: is het wenselijk om hier in het derde middelbaar zoveel aandacht aan te besteden? Deze vragen worden stapsgewijs beantwoord doorheen dit onderzoek.

De masterthesis wordt als volgt opgebouwd: eerst wordt het correcte gebruik van beduidende cijfers toegelicht in de literatuurstudie. Vervolgens wordt een overzicht gegeven van de geschiedenis van deze rekenregels en de verschillende redenen voor het invoeren of hanteren van beduidende cijfers.

Bovendien wordt er **vergeleken met de internationale context**. Meer concreet worden de Vlaamse leerplannen vergeleken met de curricula in Nederland, Duitsland, Frankrijk, Engeland en de VS. Aan de hand van de respectievelijke curricula wordt ingegaan op het gebruik van beduidende cijfers in deze landen. Wat zijn de voornaamste gelijkenissen en/of verschillen? Kan men hier iets uit leren? Deze vragen worden uitvoerig behandeld in de literatuurstudie. Daarnaast wordt ook ingegaan op de plaats die beduidende cijfers krijgen in de nieuwe Vlaamse leerplannen: is hier een evolutie merkbaar?

Om de theorie uit de literatuurstudie te koppelen aan de praktijk, wordt een vragenlijst/test opgesteld over het gebruik van beduidende cijfers door verschillende doelgroepen. De vergelijking wordt gemaakt tussen middelbare scholieren en universiteitsstudenten. Meer specifiek zal ingegaan worden op de vergelijking tussen leerlingen uit het derde middelbaar en studenten uit de eerste bachelor in wetenschappelijke/wiskundige richtingen. De resultaten van deze test stellen in staat in kaart te brengen welke groepen van leerlingen/studenten de regels kennen en correct kunnen hanteren, alsook welk belang zij hier zelf aan hechten.

Op deze manier kan men een **vergelijking maken doorheen het middelbaar**: door een analyse van de resultaten wordt bevestigd of ontkracht dat deze rekenregels doorheen het middelbaar consequent gehanteerd worden. Bovendien laat dit onderzoek toe om een antwoord te formuleren op de vraag **of studenten in wetenschappelijke richtingen deze regels nog (actief) gebruiken**.

Aan de hand van voorgaande resultaten wordt de vraag behandeld **hoe belangrijk het aanleren van deze rekenregels nog is in de huidige maatschappelijke context**. Moet hier in het derde middelbaar zoveel aandacht aan besteed worden, wanneer in latere studies en wetenschappelijk onderzoek computers en automatische berekeningen het meeste werk voor hun rekening nemen?

Literatuurstudie

Beduidende cijfers

In het eerste deel van deze literatuurstudie wordt uitgebreid ingegaan op de regels omtrent beduidende cijfers. Een begrip van de regels is van belang voor het verloop van deze thesis, dus wordt er uitgebreid aandacht besteed aan de regels en de ideeën erachter. Alle vermelde regels zijn terug te vinden in referentie [1].

Meetresultaten

Beduidende cijfers (synoniem: kenmerkende cijfers, significante cijfers) drukken de nauwkeurigheid van een meting uit, of dus de kleinste schaalverdeling van het gebruikte meettoestel. Het concept is afkomstig van het meten met analoge meetinstrumenten – zie meer hierover in de volgende sectie.

Getallen die door een meting verkregen worden, mag men niet als exacte rekenkundige getallen beschouwen. Het maatgetal van een meetresultaat bestaat in feite uit een oneindige rij cijfers. Nu kan men door meting slechts enkele cijfers van die oneindige rij bepalen. De begrensde gevoeligheid van de meetinstrumenten zorgt ervoor dat men zich dus zeer dikwijls moet behelpen met drie of zelfs met twee cijfers.

Enkele voorbeelden ter illustratie:

- hoogte van een tafel: h = 75,3 cm, vermoedelijk werd hier gemeten met een rolmeter, verdeeld in mm;
- dikte van een glasplaat: d = 2,8 mm, vermoedelijk werd hier gemeten met een schuifmaat met nonius 1/10 mm.

Bij een meting dient men alle cijfers te noteren die men met het meettoestel kan aflezen, ook al is de aflezing een nul. Bijvoorbeeld: l_1 = 25 mm; l_2 = 25,0 mm.

Bij de eerste meting werd een meetlat gebruikt, zodat er enkel zekerheid bestaat over het aantal mm en er geen informatie is over de tienden mm. De tweede meting gebeurde met een schuifmaat, nauwkeurig tot op 1/10 mm. De nul na de komma heeft betekenis en moet dus genoteerd worden.

Dat de tweede meting nauwkeuriger is dan de eerste meting, kan men ook afleiden uit het aantal afgelezen cijfers. Merk op: dit geldt enkel als men dezelfde meting doet met verschillende meetinstrumenten. Deze werkelijk afgelezen cijfers noemen we de beduidende cijfers (BC). Soms spreekt men ook van kenmerkende cijfers (KC) of significante cijfers.

Het aantal BC in een meetresultaat wordt als volgt bepaald:

- Nullen vooraan zijn geen beduidende cijfers – deze nullen zijn een resultaat van de notatiewijze, maar werden niet echt gemeten.
  Bv. 22,3 mm omgezet naar m levert 0,0223 m. Beide resultaten bevatten 3 BC en zijn nauwkeurig tot op 0,1 mm.
- Nullen in het midden of achteraan zijn wel beduidende cijfers – deze werden wel afgelezen op het meettoestel.
  Een nul achteraan in een meetresultaat mag men dus slechts noteren als ze werkelijk afgelezen is. Bijvoorbeeld: 2,5 km ≠ 2500 m. In het eerste geval zijn er maar 2 BC en werd er gemeten tot op 0,1 km nauwkeurig, terwijl er in het tweede geval 4 BC zijn en er tot op 1 m gemeten werd.
  Dergelijke omzettingen kan men uitvoeren door machten van 10 te hanteren. Bijvoorbeeld: 2,5 km = $2{,}5 \cdot 10^3$ m.
- Zoals men uit de voorgaande opmerking kan afleiden, zijn machten van 10 geen beduidende cijfers.

Enkele voorbeelden: 87,480 heeft 5 beduidende cijfers; 8,04 heeft 3 beduidende cijfers; 0,038 heeft 2 beduidende cijfers, $3{,}02 \cdot 10^2$ heeft 3 beduidende cijfers.

Belangrijk is hier om te benadrukken dat beduidende cijfers eigen zijn aan **meetresultaten**. Dit staat in contrast met getallen zonder eenheid, wiskundige constanten - zoals π en e - en natuurkundige constanten.
Dergelijke getallen beschouwen we als exact, aangezien ze bestaan uit een oneindige rij beduidende cijfers.
Zo is het getal 2 exact gelijk aan 2,00000... en is ook π = 3,14159 ...

In de paragrafen hieronder wordt uitvoerig ingegaan op het gebruik van beduidende cijfers bij metingen en berekeningen.

Berekeningen

De meetnauwkeurigheid die in rekening gebracht wordt bij het noteren van meetresultaten, dient ook behouden te blijven bij het uitvoeren van berekeningen met deze meetresultaten. De nauwkeurigheid van het resultaat van bewerkingen op maatgetallen hangt volledig af van de nauwkeurigheid van de gegeven maatgetallen.

Som en verschil

Veronderstel dat men twee stokken aan elkaar wil lijmen: een stok van 28,4 cm en een stok van 4,18 cm. De tweede stok werd gemeten met een toestel dat tot op 0,1 mm nauwkeurig kan meten (een schuifpasser, bijvoorbeeld). Om te bepalen wat de totale lengte van de stok zal zijn, kan men beide stoklengtes bij elkaar optellen:

$$\begin{array}{r} 28{,}4\ \text{cm} \\ +\quad 4{,}18\ \text{cm} \\ \hline 32{,}5\mathbf{8}\ \text{cm} \end{array}$$

Met een rekentoestel verkrijgt men een totale lengte van 32,58 cm. Dit resultaat houdt echter geen rekening met de meetnauwkeurigheid van de gegeven meetresultaten. Het eerste meetresultaat was slechts tot op 0,1 cm gekend. De som geeft een nauwkeurigheid van 0,01 cm, wat onmogelijk is. Een rekentoestel zal de bewerking als volgt uitvoeren:

$$\begin{array}{r} 28{,}4\mathbf{0}\ \text{cm} \\ +\quad 4{,}18\ \text{cm} \\ \hline 32{,}5\mathbf{8}\ \text{cm} \end{array}$$

Er werd dus onterecht verondersteld dat het eerste meetresultaat gekend is tot op 0,01 cm nauwkeurig, en dat dit laatste getal een nul is. Om dit te vermijden, dient men steeds het meetresultaat met **het minste aantal cijfers na de komma** (en dus met de laagste meetnauwkeurigheid) te gebruiken om het aantal cijfers na de komma (of de meetnauwkeurigheid) van het resultaat te bepalen. In dit voorbeeld wordt dit als volgt uitgewerkt:

$$\begin{array}{rl} 28{,}4\ \text{cm} & \text{(1 cijfer na de komma)} \\ +\quad 4{,}18\ \text{cm} & \text{(2 cijfers na de komma)} \\ \hline 32{,}6\ \text{cm} & \text{(1 cijfer na de komma)} \end{array}$$

Hierbij werd naar boven afgerond volgens de regels van de wiskunde.

Bij een reeks optellingen en aftrekkingen is de regel dat men slechts het eindresultaat afrondt, en niet de tussenresultaten.

Opmerkingen:

- Is het cijfer dat afgerond moet worden kleiner dan 5, dan blijft het voorgaande behouden. Is dat cijfer groter of gelijk aan 5, dan wordt het voorgaande cijfer met een eenheid verhoogd.

- Bij optellen en aftrekken van meetresultaten met machten van 10, dient men ervoor te zorgen dat de exponenten dezelfde zijn.

  Bijvoorbeeld: $(9{,}2 \cdot 10^3 + 436 - 8{,}5 \cdot 10^2)$ m = $(9{,}2 \cdot 10^3 + 0{,}436.\ 10^3 - 0{,}85 \cdot 10^3)$ m = $8{,}8 \cdot 10^3$m

- Merk op dat bij een som en een verschil het aantal beduidende cijfers kan veranderen.

  Bijvoorbeeld: de omtrek van een rechthoek met l = 7,8 cm en b = 5,7 cm.

  Men bekomt dat O = 2 · ($l + b$) = 2 · (7,8 cm + 5,7 cm) = 2 · 13,5 cm = 27,0 cm. Hoewel er in de opgave slechts 2 BC voorkwamen, bestaat het antwoord uit 3 BC.

- Indien er door een verschillende werkwijze een ander aantal beduidende cijfers tevoorschijn komt, dan verkiest men de methode die het nauwkeurigste resultaat geeft.

  Berekent men bijvoorbeeld de omtrek van een vierkant met z = 4 cm op twee manieren:

  $O = 4 \cdot z$ = 2 dm of $O = z + z + z + z$ = 16 cm = 1,6 dm.

Product en quotiënt

Stel: een rechthoek heeft de afmetingen l = 22,4 cm en b = 7,6 cm. Als men de oppervlakte van de rechthoek met een rekentoestel berekent, bekomt men het volgende resultaat: A = 22,4 cm · 7,6 cm = 170,24 cm².
Hierbij veronderstelt het rekentoestel dat er na het laatste BC in elk meetresultaat een reeks nullen komt.
Dat is echter niet correct daar het cijfer volgend op het laatste BC niet werd afgelezen. Bij meting met een nauwkeuriger meettoestel zal blijken dat 22,35 cm ≤ l < 22,45 cm en dat 7,55 cm ≤ b < 7,65 cm.
De grootste oppervlakte die de rechthoek dus zou kunnen hebben is:
A_{max} = 22,45 cm · 7,65 cm = 171,7425 cm²
De kleinste oppervlakte die de rechthoek zou kunnen hebben is:
A_{min} = 22,35 cm · 7,55 cm = 168,7425 cm²
Vergelijkt men nu A, A_{min} en A_{max}, dan is het duidelijk het niet zinvol is om het derde BC en volgende te vermelden, gezien er al twijfel is omtrent het tweede BC. Het enige zinvolle eindresultaat voor deze bewerking is dus:
A = 22,4 cm · 7,6 cm = $0{,}17 \cdot 10^3$ cm²

Voor het quotiënt komt men tot een analoge vaststelling. Beschouw als voorbeeld de gegevens U = 28 V en I = 2,2 mA, dan bekomt men voor de weerstand R:
R = 28 V / 2,2 mA = 12,72727… kΩ.
Aangezien 27,5 V ≤ U < 28,5 V en 2,15 mA ≤ I < 2,25 mA, geldt dat:
R_{max} = 28,5 V / 2,15 mA = 13,25581… kΩ.

R_{min} = 27,5 V / 2,25 mA = 12,22222… kΩ.

Na vergelijking van R, R_{min} en R_{max}, blijkt dat het enige zinvolle resultaat gegeven is door:
R = 28 V / 2,2 mA = 13 kΩ.

Bij producten en quotiënten wordt het aantal beduidende cijfers van het eindresultaat dus bepaald door het **meetresultaat met het minst aantal beduidende cijfers**. In dit voorbeeld zijn er twee meetresultaten met twee beduidende cijfers: de spanning en de stroomsterkte. De berekende weerstand mag dus slechts twee beduidende cijfers bevatten, waarbij wordt afgerond volgens de regels van de wiskunde.

Opmerking 1: wiskundige constanten

De nauwkeurigheid van het resultaat van de bewerking wordt enkel bepaald door de nauwkeurigheid van de meetresultaten en niet door de rekenkundige getallen, gezien deze oneindig veel beduidende cijfers bevatten.
Bijvoorbeeld: de oppervlakte van een cirkel met diameter d = 32,4 cm is gegeven door
$A = \pi \cdot d^2 / 4 = \pi \cdot (32,4\ \mathrm{cm})^2 / 4 = 824\ \mathrm{cm}^2$.

Opmerking 2: natuurconstanten

Voorbeelden van natuurconstanten zijn: ε_0, k, h, R, g… De waarden van die constanten zijn terug te vinden in tabellen of worden gegeven door een toets op de rekenmachine. De vraag die zich hier stelt, is hoeveel BC voor die constanten doorheen de bewerkingen meegenomen moeten worden.
Voor natuurconstanten uit een tabel neemt men minstens één beduidend cijfer meer mee dan in het minst nauwkeurige meetresultaat in de bewerking. Dit om te verzekeren dat de nauwkeurigheid van de berekening enkel afhangt van de nauwkeurigheid van de meetresultaten, en niet van een onzorgvuldig ingevoerde natuurconstante. Komt de constante echter voor als toets op de rekenmachine, dan kan men uiteraard de constante gebruiken zoals ze gegeven wordt door die toets; in dit geval is afronding niet nodig.

Bijvoorbeeld: een massa van 20,6 kg ondervindt een zwaartekracht $F_z = m \cdot g$ met g = 9,80665 N/kg. Men bekomt F_z = 20,6 kg · 9,807 N/kg = 202 N. Indien hiervoor een speciale toets op het rekentoestel gebruikt wordt, dan worden meer cijfers in rekening gebracht bij de berekening. Afgerond op 3 BC bekomt men via beide werkwijzen hetzelfde resultaat: F_z = 202 N.

Opmerking 3: bewerkingen met slechts één meetresultaat

Voorbeelden hiervan zijn $ln(x)$, x^3, $sin(x)$, ...

Wanneer maar één meetresultaat in de bewerking betrokken is, kan het resultaat van die bewerking slechts evenveel beduidende cijfers bevatten als het aantal beduidende cijfers in het betrokken meetresultaat.

Bijvoorbeeld: de sinus van de hoek $\alpha = 40°$ wordt gegeven door $sin(\alpha)$ = $sin(40°)$ = 0,64.

In kettingberekeningen, dit wil zeggen berekeningen waarvan het resultaat nog nodig is voor verdere berekeningen, worden tussenresultaten in principe niet afgerond. Deze tussenresultaten kunnen hiertoe bewaard worden in het geheugen van de rekenmachine, zodat ze later onder niet afgeronde vorm verder gebruikt kunnen worden. Indien het niet mogelijk is om tussenresultaten op te slaan in het geheugen van een rekentoestel, wordt de afspraak gehanteerd dat men minstens één beduidend cijfer meer behoudt voor de tussenresultaten dan men zou behouden voor het eindresultaat. M.a.w.: het partieel resultaat wordt steeds één graad nauwkeuriger genoteerd dan het eindresultaat. Dit doet men om te vermijden dat een onnauwkeurig opgeslagen tussenresultaat de nauwkeurigheid van het antwoord zou beperken.

Historisch gebruik van beduidende cijfers

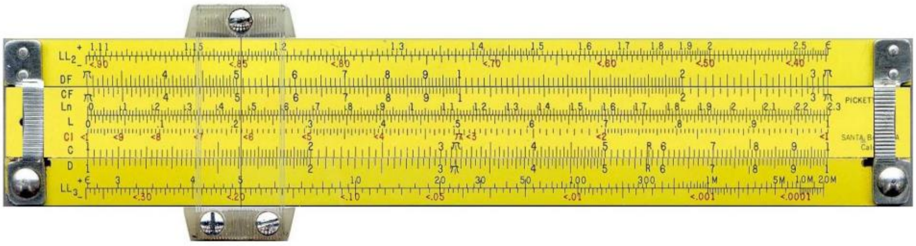
In deze sectie wordt ingegaan op de evolutie van de definities en het gebruik van beduidende cijfers, waarbij ook enkele kritische bemerkingen aan bod komen.

Het gebruik van beduidende cijfers is terug te brengen naar het begin van de 18^{e} eeuw. In die tijd werden beduidende cijfers gedefinieerd als de cijfers tussen 1 en 9. [2] Nullen vooraan of achteraan werden niet als ‘significant’ of ‘beduidend’ beschouwd. Newton liet noteren dat bij vermenigvuldiging van twee getallen het aantal beduidende cijfers van het product nooit groter mag zijn dan het hoogste aantal beduidende cijfers van beide factoren. [3] Dit wil zeggen: 0,0024 · 0,03 = 0,000072. Zowel de 7 als de 2 zijn hier ‘significant’. Volgens de hedendaagse regels zou enkel de 7 blijven staan als kenmerkend cijfer.

Dit kan geweten worden aan het feit dat men zich in deze vroege definitie beperkte tot louter getallen, en geen aandacht schonk aan meetresultaten. Deze verschuiving kwam er pas in de 19^{e} eeuw. De huidige definitie werd ingevoerd door Holman, die liet noteren dat beduidende cijfers *die cijfers zijn die betrouwenswaardig werden bekomen door metingen en dat ze de nauwkeurigheid van het meetresultaat aanduiden*. [4] Holman legde eveneens een set vuistregels vast om studenten in staat te stellen berekeningen uit te voeren en daarbij de nauwkeurigheid van de oorspronkelijke meetresultaten te behouden. Wellicht was Holman hiermee de eerste om een set van vuistregels vast te leggen voor het gebruik van beduidende cijfers. Ondanks het feit dat Holman zijn vuistregels al aan het einde van de 19^{e} eeuw opstelde, werden deze regels tot het einde van de

20^{ste} eeuw niet opgenomen in handboeken of dergelijke. Een noemenswaardige uitzondering hierop is echter het handboek *Mechanics, Molecular Physics, Heat, and Sound* van de Nobelprijswinnaar Robert Millikan. Millikan voegt een appendix toe aan dit boek die volledig gewijd is aan het gebruik van beduidende cijfers: *"Significant Figures and Notations by Powers of Ten."* [5]

Het uitblijven van rekenregels voor beduidende cijfers in fysicahandboeken tot het einde van de 20^{ste} eeuw is wellicht te wijten aan het wijdverspreide gebruik van de rekenliniaal (zie afbeelding).



Figuur 1: Voorbeeld van een rekenliniaal

De rekenliniaal is een analoog wiskundig instrument waarmee men allerhande berekeningen kan uitvoeren. Dit instrument behoorde tot de jaren 80 van de vorige eeuw tot het standaard rekengereedschap van technici, natuurkundigen en ingenieurs en werd voornamelijk gebruikt bij het uitvoeren van vermenigvuldigingen en delingen. De rekenliniaal limiteerde het resultaat van berekeningen sowieso tot drie beduidende cijfers, en eindresultaten werden dan ook typisch weergegeven tot op drie beduidende cijfers. De plotse opkomst van vuistregels voor beduidende cijfers in de jaren 80 van de vorige eeuw werd wellicht veroorzaakt door de toenemende populariteit van de zakrekenmachine, die de rekenliniaal begon te verdringen. Handboeken die gebruik maakten van het rekentoestel voerden secties in over het gebruik van beduidende cijfers, terwijl dat voorheen niet gedaan werd. Een opvallend voorbeeld is te vinden in het populaire handboek van Sears en Zemansky: University Physics. In de editie uit 1970 benadrukten de auteurs nog dat *"[The] computation must be carried out to four significant figures, which is beyond the precision of an ordinary slide rule and requires the use of four-place logarithms."* Vrij vertaald: "[de] berekening moet uitgevoerd worden tot op vier beduidende cijfers, wat nauwkeuriger is dan de typische rekenliniaal". [6] In een latere editie uit 1982 zien we de auteurs waarschuwen voor het omgekeerde: *"You may do the arithmetic with a calculator having a display with five to 10 digits. But you should not give a 10-digit answer for a calculation using numbers with three significant figures. To do so is not only unnecessary but it is also genuinely wrong because it misrepresents the precision of the results."* Vrij vertaald: "Je kan de berekening doen met een rekentoestel dat een display heeft van 5 tot 10 cijfers. Je moet echter geen antwoord geven van 10 cijfers voor een berekening met getallen van drie beduidende cijfers. Dit is niet alleen onnodig, maar ook ronduit verkeerd omdat het de nauwkeurigheid van de resultaten foutief voorstelt.” [7] Wellicht kan men de invoering van de rekenregels voor beduidende cijfers dus terugbrengen tot een oplossing voor het probleem dat studenten zorgeloos alle 10 cijfers van hun rekentoestel overnamen als resultaat.

Tegenwoordig vindt men in het overgrote deel van de handboeken een vaste set rekenregels terug aan het begin van het boek, specifiek voor het gebruik van beduidende cijfers bij optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. In de VS werden de regels gestandaardiseerd in 1993 om hun prominente aanwezigheid in wetenschappelijke opleidingen verder te verzekeren. Ook vandaag nog vindt men in het Vlaamse curriculum een onderdeel over het gebruik van beduidende cijfers bij berekeningen terug (zie verder). Dit vertaalt zich ook in Vlaanderen in een inleidende sectie over beduidende cijfers in menig handboek fysica in het derde middelbaar.

Men kan zich nu afvragen wat in het huidig onderwijs het belang is van beduidende cijfers. Is dit louter een artefact, of heeft het gebruik van beduidende cijfers een niet te weerleggen actueel belang? Moet men niet terug naar de oorsprong van beduidende cijfers gaan, en opnieuw aandacht vestigen op het gebruik van deze regels bij het noteren en verwerken van eigen meetresultaten? Daarenboven kan men zich terecht afvragen wat nog het belang is van een correcte toepassing van de vuistregels, als men in eenzelfde vraagstuk bijvoorbeeld de zwaartekrachtversnelling afrondt als 10 m/s^2. Kijkt men terug naar de evolutie van beduidende cijfers, dan ziet men de evolutie van een stel vuistregels om foutenpropagatie in een experimentele setting te bepalen naar een set regels om studenten ervan te weerhouden 10-cijferige antwoorden over te schrijven van het display van hun rekentoestel. De rekenregels werden historisch ingevoerd als een set vuistregels voor studenten die nog niet vertrouwd zijn met de klassieke ‘foutentheorie’, en niet als een set regels die studenten minutieus dienen op te volgen en waarop zij beoordeeld worden. [8]

Bovendien worden soms ook fouten ingevoerd dóór het gebruik van beduidende cijfers. Als men bijvoorbeeld 2,35 cm afleest als 2,4 cm en 3,15 cm als 3,2 cm, krijgt men voor een totale lengte van 5,50 cm een resultaat van 5,6 cm. Dit is onmiddellijk terug te brengen naar het feit dat er geen expliciete foutenmarges worden weergegeven bij het noteren van berekeningen. Door gebruik van beduidende cijfers probeert men dus een eenvoudig alternatief te vinden voor een grondigere foutenanalyse, maar hierdoor worden soms grotere fouten ingevoerd in de berekeningen.

Het valt desalniettemin niet te miskennen dat ‘beduidende cijfers’ wel degelijk hun belang hebben bij het waarheidsgetrouw weergeven van meetresultaten. Ook in de academische wereld wordt onderzoek gedaan naar *best practices* om de nauwkeurigheid te waarborgen en niet te overschatten. [8] [9] [10] [11] [12]

Leerplannen: een internationale vergelijking

In Vlaanderen worden beduidende cijfers vaak uitvoerig behandeld aan het begin van het derde jaar, na invoering van de SI-grootheden en hun eenheden, en na het behandelen van de meetnauwkeurigheid van meetinstrumenten. De rekenregels zijn vervat in het leerplan fysica als algemene doelstelling in de tweede en derde graad. In het huidige leerplan van de tweede graad in het katholiek onderwijs staat de leerstof omtrent beduidende cijfers als volgt verwoord:

<table>
<tr><td>AD11</td><td>BEREKENINGEN
Bij berekeningen waarden correct weergeven, rekening houdend met de beduidende cijfers.</td><td>W1, W2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Wenken
Leerlingen moeten er zich voortdurend van bewust zijn dat cijfers communiceren met anderen impliciete informatie bevat over de fout/nauwkeurigheid van de metingen en berekeningen. Zij moeten een eerlijke communicatie voeren, rekening houdend met de kwaliteit van de metingen en berekeningen. Het oordeelkundig gebruik van beduidende cijfers is hierbij aangewezen.</td></tr>
</table>

De lezer wordt vriendelijk verzocht de tekst onder ‘Wenken’ door te nemen. Wellicht wordt hier met ‘cijfers’ meer specifiek ‘meetresultaten’ of ‘rekenresultaten (met meetresultaten)’ bedoeld, en reduceert de eerste zin zich tot de volgende boodschap: leerlingen moeten zich ervan bewust zijn dat deze resultaten impliciete informatie bevatten over de fout (of de nauwkeurigheid) van de metingen.

In het leerplan van het gemeenschapsonderwijs vindt men volgende doelstelling terug:

<table>
<tr><td>AD7</td><td>Bij de verwerking van de meetresultaten rekening houden met het aantal beduidende cijfers.(verwerking)</td><td>W3,W4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Wenken
De leerlingen moeten inzien dat meettoestellen een beperkte nauwkeurigheid bezitten. Bij verwerking van de meetresultaten en het rapporteren over de meetresultaten de vereenvoudigde regels voor beduidende cijfers gebruiken.</td></tr>
</table>

Er wordt dus in beide leerplannen benadrukt dat men zowel bij het noteren van meetresultaten, als bij het uitvoeren van berekeningen hiermee, rekening dient te houden met de regels voor beduidende cijfers.

In het vervolg van deze paragraaf wordt het (huidige) Vlaamse curriculum vergeleken met de internationale context én met de nieuwe Vlaamse leerplannen. De landen waarmee vergeleken wordt, zijn Engeland, Nederland, Duitsland, Frankrijk en de Verenigde Staten. Aan de hand van deze vergelijking zal duidelijk worden of Vlaanderen een doelstelling hanteert die al dan niet in overeenstemming is met de doelstellingen van onze buurlanden en de VS. Door de vergelijking te maken met de nieuwe leerplannen in Vlaanderen, zal duidelijk worden of ook binnen ons gewest een evolutie in de doelstellingen merkbaar is.

Engeland

De internationale vergelijking wordt opgestart in Engeland. In het Engelse wetenschapscurriculum wordt het volgende genoteerd wat betreft kennis en gebruik van beduidende cijfers:

"Through the content across all three disciplines, students should be taught so that they develop understanding and first-hand experience of: […] using an appropriate number of significant figures in calculations." [13]

Het correcte gebruik van beduidende cijfers komt in Engeland dus op dezelfde manier aan bod als in het Vlaamse curriculum: het is een onderdeel van de algemeen vereiste wetenschappelijke kennis en vaardigheden, net zoals de kennis en het gebruik van SI-eenheden, het omzetten van eenheden, of de wetenschappelijke methode.

Nederland

Voor een tweede vergelijking wordt gekeken naar het curriculum van Nederland. Als onderdeel van het natuurwetenschappelijk instrumentarium wordt er verwacht dat een leerling die het centraal examen natuurkunde (havo) in 2022 zal afleggen, kan uitleggen wat bedoeld wordt met de significantie (of nauwkeurigheid) van meetwaarden en uitkomsten van berekeningen kan weergeven in het juiste aantal significante cijfers

- bij het optellen en aftrekken van meetwaarden wordt de uitkomst gegeven met evenveel decimalen als de gegeven meetwaarde met het kleinste aantal decimalen;
- bij het delen en vermenigvuldigen wordt de uitkomst gegeven in evenveel significante cijfers als de gegeven meetwaarde met het kleinste aantal significante cijfers;
- gehele getallen die verkregen zijn door discrete objecten te tellen, vallen niet onder de regels van significante cijfers (dit geldt ook voor mathematische constanten en geldbedragen).

In de bijlage vindt men volgende opmerking terug:

"Met ingang van 2022 wordt significantie alleen aangerekend als daar expliciet naar wordt gevraagd. Significantie maakt dan geen deel meer uit van het 'completeren' maar wordt apart beoordeeld. Om het scorepunt voor significantie te kunnen toekennen dient de significantie volledig juist te zijn. Het is niet meer toegestaan er 1 significant cijfer naast te zitten. In vragen waar significantie niet in een bolletje is opgenomen, mag een fout in de significantie niet aangerekend worden." [14]

Ook in Nederland blijft het correcte gebruik van beduidende cijfers dus een belangrijk onderdeel van het curriculum. Nochtans is de evolutie zichtbaar naar een minder 'vanzelfsprekend' gebruik van beduidende cijfers: een vraag wordt niet meer fout gerekend als het aantal beduidende cijfers niet klopt, tenzij daar expliciet om werd gevraagd. Dit is een opmerkelijk verschil met het Vlaamse curriculum, waar men geen gelijkaardige commentaren terugvindt en waar fouten tegen het aantal beduidende cijfers in normale omstandigheden wel degelijk leiden tot minpunten bij notatie van resultaten.

Duitsland

Het derde land waarvan het curriculum wordt vergeleken met het Vlaamse is Duitsland. Gezien elke deelstaat een eigen curriculum heeft, wordt één deelstaat uitgelicht. In het 'kerncurriculum voor fysica' van de deelstaat Nedersaksen vindt men volgende tekst terug na vertaling:

"De leerling kan:

- *gemeten waarden aangeven met een correct aantal beduidende cijfers ("signifikante Stellen")*
- *op verzoek het resultaat geven van een daaruit berekende waarde met een correct aantal beduidende cijfers."*

Ook hier wordt een extra opmerking bij geplaatst:

"*Enkel het finale antwoord/resultaat wordt afgerond. Totdat het eindresultaat is gegeven, worden berekeningen uitgevoerd met de volledige nauwkeurigheid van het rekentoestel.*" [15]

Een overzicht van alle Duitse leerplannen is overigens te vinden in referentie [16].

Het curriculum van deze deelstaat verschilt dus niet veel van het Vlaamse. Wel wordt ook hier vermeld dat men expliciet dient te vermelden dat leerlingen een correct aantal beduidende cijfers moeten hanteren in hun antwoorden. Ook hier wordt het minder 'evident' geacht dat leerlingen de regels altijd hanteren bij het uitvoeren van berekeningen. Bovendien is het opmerkelijk dat in dit leerplan specifiek wordt ingegaan op de veelgemaakte fout dat leerlingen tussentijdse resultaten ook afronden. Hoewel dit niet expliciet vermeld wordt in de Vlaamse leerplannen, wordt dit wel vermeld in de handboeken.

Frankrijk

Frankrijk valt op door recente veranderingen in het gebruik van beduidende cijfers, meer bepaald de afbouw ervan. Bij het noteren van resultaten van berekeningen dient men geen rekening meer te houden met beduidende cijfers, enkel bij het noteren van meetresultaten. [17] [18]

In het Franse curriculum focust men dus voornamelijk op het belang van beduidende cijfers om experimentele metingen correct weer te geven. Bij berekeningen met gegeven meetwaarden dient men niet langer rekening te houden met de vuistregels voor het rekenen met beduidende cijfers. Terugkoppelend naar de sectie over de geschiedenis van beduidende cijfers kan men dus stellen dat het Franse curriculum zich voegt naar de oorspronkelijke reden voor het invoeren van beduidende cijfers: om meetresultaten op een betrouwbare manier te noteren.

Verenigde Staten

In de Verenigde Staten bestaat er geen nationaal curriculum. Desalniettemin volgen de meeste staten de uniforme standaarden van het *Common Core State Standards Initiative* voor taal en wiskunde. In deze tekst vindt men de volgende standaard terug:

"N.Q.3 Choose a level of accuracy appropriate to limitations on measurement when reporting quantities." [19]

Hoewel zowat elke Amerikaanse site met uitleg over chemie, fysica of wiskunde een topic heeft dat beduidende cijfers behandelt – ook de websites van scholen waar tutorials worden aangeboden – is de term '*significant figures'* verder niet terug te vinden in de curricula van de verschillende staten.

Men kan dus besluiten dat het 'basiscurriculum' uit de VS aansluit bij het Franse curriculum: men moet rekening houden met beduidende cijfers bij het noteren bij meetresultaten, maar niet langer bij het uitvoeren van berekeningen ermee.

Nieuwe Vlaamse curriculum

In de nieuwe eindtermen kan men het begrip "beduidende cijfers" terugvinden onder eindterm 6.49: De leerlingen gebruiken op een gepaste manier meetwaarden, grootheden en eenheden in wiskundige, natuurwetenschappelijke, technologische en STEMcontexten.

Meer concreet kan men hier onder *conceptuele kennis* het begrip "*beduidende cijfers"* terugvinden. Conceptuele kennis is een term uit de zogeheten *taxonomie van Bloom*, die verwijst naar kennis van grotere structuren waarin feiten samenkomen en met elkaar samenhangen, zoals classificaties, principes, theorieën en modellen. [20]

Onder de *procedurele kennis* leest men volgende doelstelling: "*Gebruiken van vuistregels voor de bepaling van het aantal beduidende cijfers en de nauwkeurigheid bij bewerkingen met meetresultaten*."

Procedurele kennis verwijst naar kennis die vertelt hoe men iets moet doen. Denk bijvoorbeeld aan stappenplannen, algoritmes, technieken en methoden. Ook kennis over de criteria die bepalen wanneer men welke procedure moet toepassen hoort hierbij.

Ondanks de nieuwe vormgeving, lijkt er dus geen evolutie merkbaar in het Vlaamse curriculum rond beduidende cijfers. Men verwacht nog steeds dat leerlingen de vuistregels leren voor het bepalen van het aantal beduidende cijfers, alsook de rekenregels voor berekeningen hiermee.

Besluit

Een vergelijking van het curriculum van deze 5 landen met het huidige Vlaamse curriculum toont aan dat in de meeste landen de beduidende cijfers nog strikt worden gedoceerd, maar dat er de laatste jaren ook een afzwakking is wat betreft het toepassen van de regels. Frankrijk stapt bijvoorbeeld af van het hanteren van beduidende cijfers in berekeningen, en ook in Nederland wordt minder streng gequoteerd op fouten tegen de benaderingsregels. Uiteraard biedt een vergelijkend onderzoek geen antwoord op de vraag of deze regels in het algemeen nuttig zijn of niet. Om het belang en het nut van deze rekenregels te achterhalen, worden vragenlijsten uitgestuurd waarvan het opzet en de resultaten in de volgende secties verduidelijkt worden. Een algemeen besluit wordt geformuleerd aan het einde van deze thesis.

Onderzoeksdesign

Zoals vermeld in de introductie, wordt een korte vragenlijst uitgestuurd naar leerlingen uit het middelbaar en studenten uit het hoger onderwijs. De vragenlijst wordt opgesteld via Google Forms en bestaat uit 10 meerkeuzevragen, waarvan 7 vragen over het toepassen van de vuistregels over beduidende cijfers en 3 vragen over het gebruik ervan. Bij elke vraag worden meerdere antwoordmogelijkheden voorzien. De deelnemers worden expliciet verzocht om de regels voor het rekenen met beduidende cijfers niét te herhalen voor ze deelnemen aan de test, zodat de resultaten een correct beeld geven van de werkelijke situatie. Een overzicht van de vragenlijst wordt weergegeven in de appendix.

De steekproef bestaat uit leerlingen uit een wetenschappelijke/wiskundige richting van het derde en zesde middelbaar en studenten uit een wetenschappelijke/wiskundige richting (burgerlijk ingenieur, industrieel ingenieur, fysica, chemie, wiskunde) in het hoger onderwijs. Het aantal respondenten uit elke richting wordt opgelijst in de resultatensectie. De deelnemers worden niet doelbewust geselecteerd. De studenten hoger onderwijs worden gerekruteerd via aankondigingen op sociale media van relevante studentenkringen en via het elektronisch leerplatform Ufora. Via collega’s uit verschillende scholen en onderwijsvormen worden de enquêtes verspreid onder leerlingen uit het middelbaar onderwijs. Een grootschalig onderzoek over heel Vlaanderen valt buiten de reikwijdte van deze masterproef. In geval van grote spreiding op de resultaten binnen een groep, zullen evenwel meer enquêtes worden afgenomen om de gewenste betrouwbaarheid te verkrijgen.

De enquêtes verlopen volledig anoniem; dit wordt ook duidelijk aangegeven aan het begin van de enquête. Deze keuze werd gemaakt om een groter deelnemersveld te bereiken. Uiteraard wordt hierbij uitgegaan van de eerlijkheid van de deelnemers wat betreft hun leeftijd en onderwijsvorm.

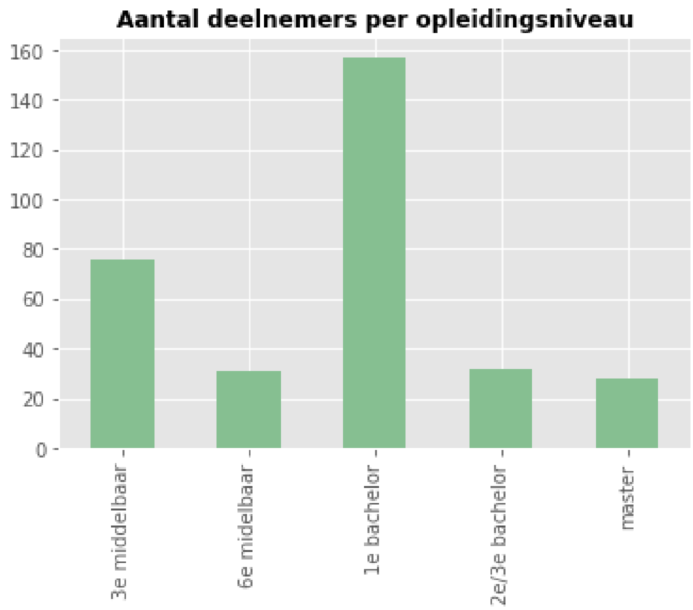
Per doelgroep wordt de gemiddelde score op de 7 rekenvragen bepaald. De groepen worden aan de hand van deze informatie – die ook visueel wordt voorgesteld – met elkaar vergeleken om statistisch zinvolle uitspraken te doen. Een statistisch kritische analyse van deze resultaten zal toelaten om inzicht te verschaffen in de mate waarin beduidende cijfers een rol (blijven) spelen in het onderwijsproces. Zo kan men de vraag beantwoorden of de kennis van beduidende cijfers doorheen het middelbaar op een consequente manier onderhouden wordt en of de rekenregels ook gehanteerd worden in hogere (wetenschappelijke) studies.

Aan de hand van de 3 vragen over het gebruik en gepercipieerde nut van beduidende cijfers en de rekenregels ervoor, verkrijgt men verder inzicht in de mate waarin deze regels actuele relevantie hebben.

De besluiten die uit dit onderzoek volgen, laten finaal toe om op een wetenschappelijk zinvolle manier het belang van beduidende cijfers te (her)evalueren in de huidige maatschappelijke context.

Resultaten

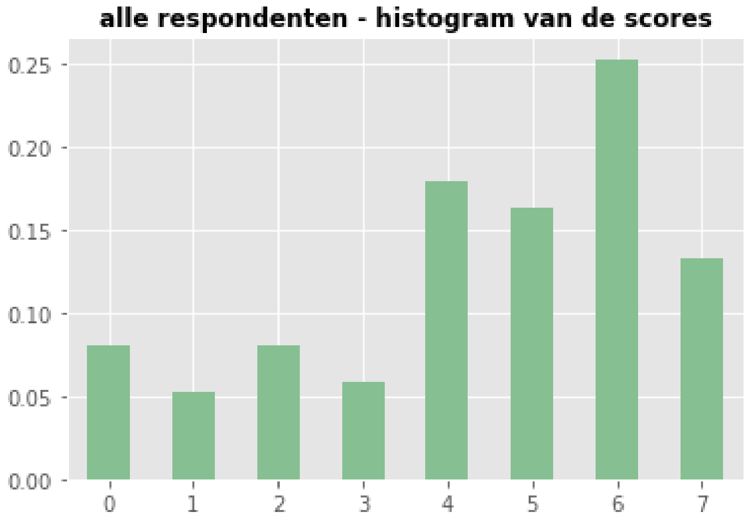
In totaal namen 324 leerlingen/studenten deel aan de enquête. De verdeling van de deelnemers over de verschillende opleidingsniveaus wordt weergegeven in de figuur hieronder.



Figuur 2: Aantal deelnemers per opleidingsniveau

De resultaten van leerlingen uit het 3e middelbaar worden vergeleken met studenten uit de 1e bachelor. Op deze manier kan een beeld verkregen worden van de mate waarin de kennis van beduidende cijfers gebruikt wordt doorheen het middelbaar. De overige groepen worden niet onderling vergeleken omwille van lagere deelnemersaantallen. Ze worden wel opgenomen in de globale resultaten.

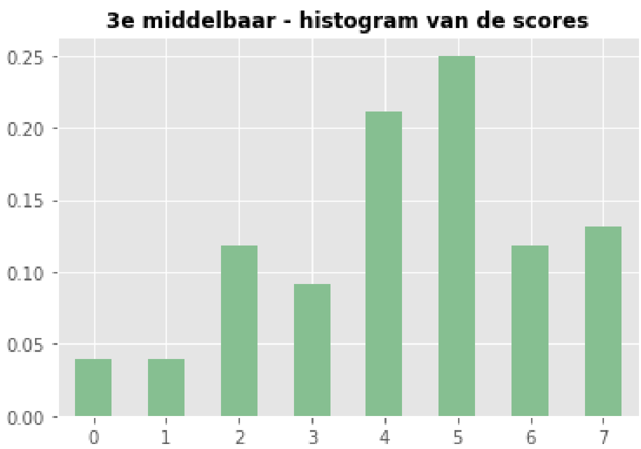
Hieronder wordt het histogram getoond van de scores van alle respondenten. De maximaal behaalbare score is 7.

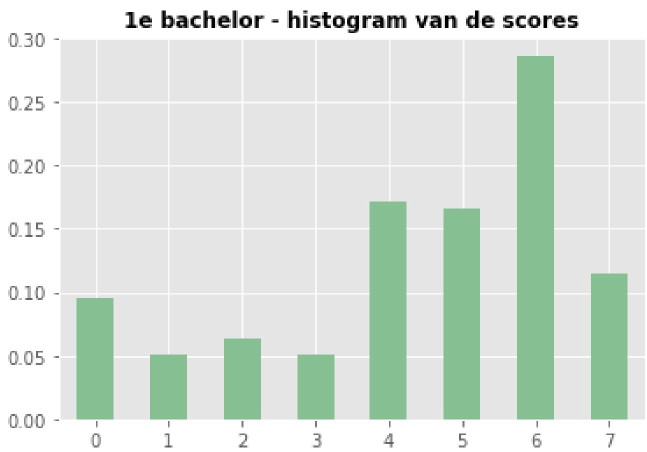


Figuur 3: Histogram van de scores van alle respondenten

Er wordt een gemiddelde score van 4.37/7 behaald.

Hieronder worden de scores van 3e middelbaar en 1e bachelor vergeleken.

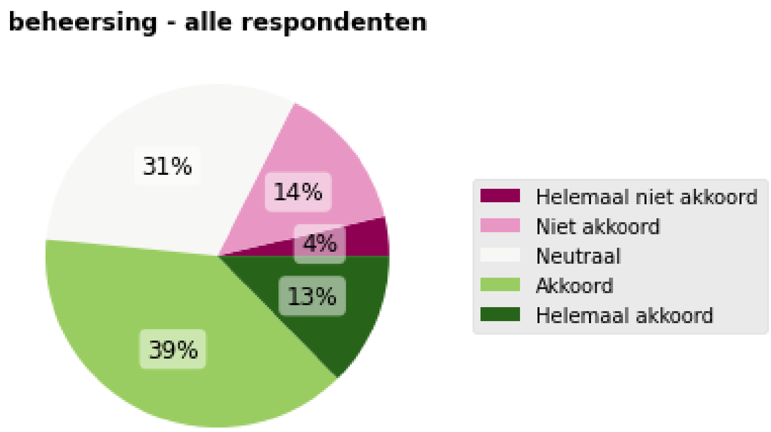




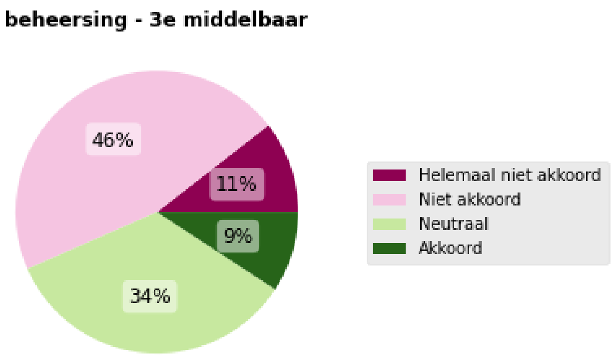
Figuur 4: Histogram van de scores van de respondenten uit het 3e middelbaar (links) en uit de 1e bachelor (rechts).

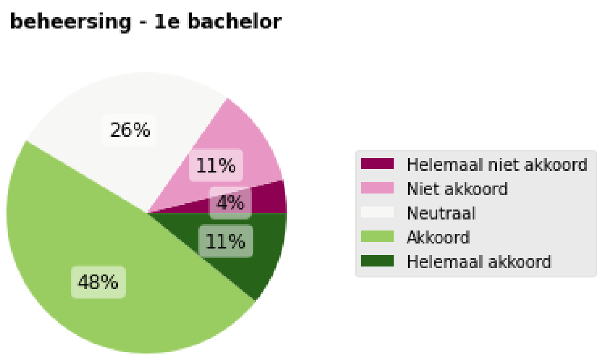
De gemiddelde score voor leerlingen uit het derde middelbaar is 4.28/7, terwijl studenten uit de 1e bachelor een gemiddelde van 4.37/7 behalen. Het verschil hiertussen is verwaarloosbaar, en men kan dus besluiten dat er een consequente kennis is van beduidende cijfers doorheen het middelbaar. Ook in het vervolg van de bachelor- en masteropleiding varieert de gemiddelde score nauwelijks. Het is dus niet zo dat de rekenregels enkel in het derde middelbaar gekend zijn – wanneer ze net aangeleerd werden, en daarna vergeten worden; integendeel.

In de taartdiagrammen hieronder worden de antwoorden getoond van alle respondenten op de volgende uitspraak: ***'Ik beheers de rekenregels voor het rekenen met beduidende cijfers.'*** Daarna worden de twee uitgelichte groepen – 3e middelbaar en 1e bachelor – vergeleken en besproken.



Figuur 5: Mate van beheersing van de rekenregels zoals aangegeven door alle respondenten.

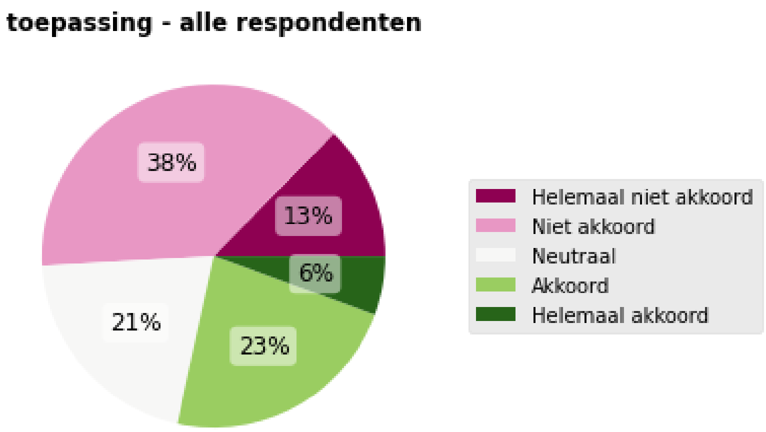




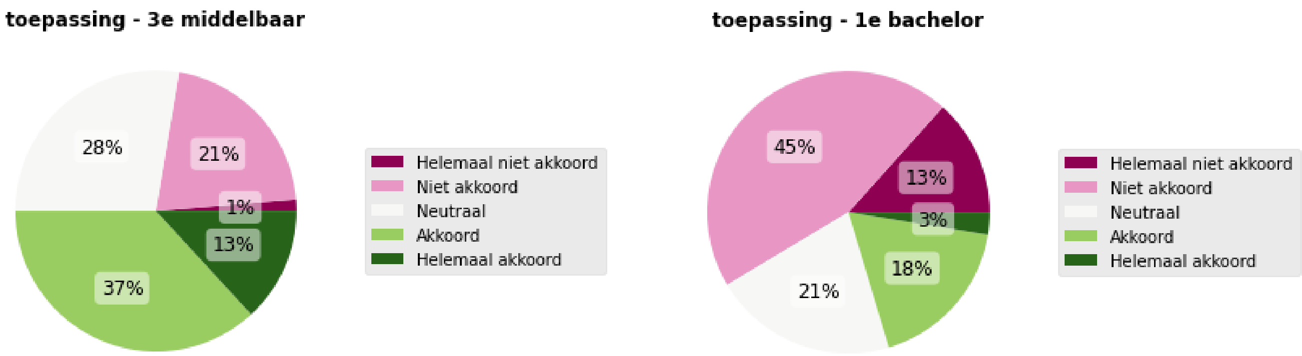
Figuur 6: Mate van beheersing van de rekenregels zoals aangegeven door de respondenten van het 3e middelbaar (links) en de 1e bachelor (rechts).

Hier is een opmerkelijk onderscheid merkbaar tussen middelbaar en hoger onderwijs. In het 3e middelbaar wordt de beheersing veel lager ingeschat dan in de 1e bachelor. Slechts 43% van de leerlingen uit het derde middelbaar schat de eigen kennis hoog tot zeer hoog in, terwijl 59% van de studenten inschat de regels goed tot zeer goed te beheersen. Dit betekent dat de leerlingen uit het middelbaar zichzelf 'zwakker' inschatten dan studenten uit het hoger onderwijs. Een vergelijking met de behaalde scores – er is slechts een miniem verschil tussen de gemiddelde score van beide groepen – leert dat de leerlingen uit het middelbaar hun kennis van de beduidende cijfers onderschatten. Dit is een opmerkelijk resultaat, gezien de rekenregels net aangeleerd worden in het derde middelbaar, en men dus kan verwachten dat ze op dit moment het best gekend zijn. Een mogelijke verklaring hiervoor is dat de leerlingen uit het derde middelbaar deze regels pas recent aangeleerd kregen en er minder vertrouwd mee zijn dan de respondenten die ze doorheen het hele middelbaar gebruikt hebben. Het zou interessant zijn om dit verder te onderzoeken, maar dit ligt buiten het bestek van deze thesis.

In volgende diagrammen worden de antwoorden getoond van de deelnemers op de volgende uitspraak: ***'Ik pas de regels altijd toe in berekeningen.'***



Figuur 7: Toepassing van de rekenregels in berekeningen zoals aangegeven door alle respondenten.

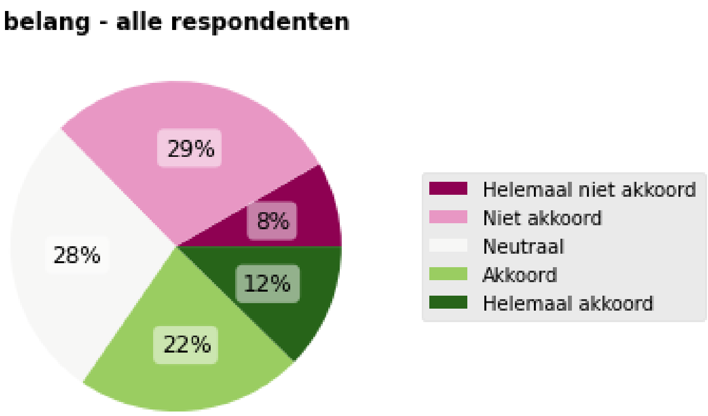


Figuur 8: Toepassing van de rekenregels in berekeningen zoals aangegeven door de respondenten uit het 3e middelbaar (links) en de 1e bachelor (rechts).

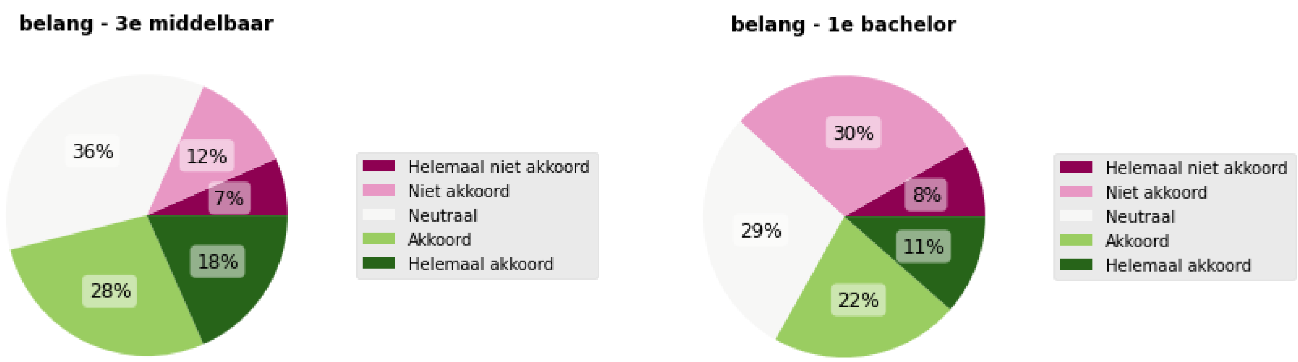
Men ziet ook hier weer een duidelijk verschil tussen leerlingen uit het 3e middelbaar en studenten uit de 1e bachelor. 50% van de leerlingen uit het middelbaar geeft aan (helemaal) akkoord te gaan met dit statement, terwijl slechts 21% van de studenten uit het hoger onderwijs de rekenregels consequent toepast in berekeningen. Dit onderscheid is uiteraard te linken aan het feit dat leerlingen in het middelbaar gequoteerd worden op een correct gebruik van beduidende cijfers.

Als laatste onderdeel van de enquête werd aan de respondenten gevraagd om aan te geven in welke mate ze akkoord gingen met volgende uitspraak: ***'Ik vind het zelf belangrijk om de rekenregels altijd consequent en correct toe te passen en ik zie het algemeen belang hiervan in. Let op: niét omdat je er punten mee verliest op opdrachten.'***

Opnieuw worden de resultaten van alle respondenten, de leerlingen uit het 3e middelbaar en studenten 1e bachelor hieronder vergeleken.



Figuur 9: Mate waarin belang wordt gehecht aan het toepassen van de rekenregels zoals aangegeven door alle respondenten.



Figuur 10: Mate waarin belang wordt gehecht aan het toepassen van de rekenregels zoals aangegeven door de respondenten uit het 3e middelbaar (links) en de 1e bachelor (rechts).

Uit de antwoorden op deze vraag blijkt dat leerlingen uit het middelbaar meer belang hechten aan het correcte gebruik van beduidende cijfers – los van de kwestie of dit hun resultaat op een test beïnvloedt. Slechts 19% van de leerlingen het 3e middelbaar geeft aan (helemaal) niet akkoord te gaan met het statement, terwijl de studenten met 38% duidelijk intrinsiek minder belang hechten aan het gebruik van deze rekenregels. Hoewel leerlingen uit het middelbaar dus meer nut zien in het correcte gebruik van de rekenregels, onderschatten zij hun eigen kennis ten opzichte van de studenten. Wellicht is er een verband tussen de mate waarin de leerlingen de regels toepassen, en het intrinsiek belang dat zij hieraan hechten. In de volgende sectie wordt hier verder op ingegaan.

Discussie

Voorgaande onderzoeksresultaten laten toe reeds enkele vragen te beantwoorden. Gezien de scores van leerlingen uit het derde middelbaar en studenten hoger onderwijs nauwelijks van elkaar verschillen, kan men besluiten dat de rekenregels in het middelbaar consequent gehanteerd worden. De studenten zijn de regels niet vergeten als zij in de eerste bachelor aankomen. Opmerkelijk is dat de studenten zelfs (iets) hoger scoren dan de leerlingen uit het middelbaar, terwijl men eerder een daling zou kunnen verwachten, gezien de regels in het hoger onderwijs niet meer expliciet worden ondervraagd of gehanteerd. Hier dient men rekening te houden met het feit dat de studenten die in hogere studies kiezen voor wetenschappelijke en/of wiskundige richtingen, typisch ook 'sterke' leerlingen zijn in het middelbaar onderwijs – althans voor deze vakken. Het is dus op zich niet verwonderlijk dat deze groep studenten ook hoge scores behaalt op een test voor het rekenen met beduidende cijfers.

Zoals reeds vermeld in de resultatensectie, is er ondanks de zeer gelijkaardige score voor de test wel een verschil in de mate waarin de bevraagden hun eigen kennis van de rekenregels inschatten. Er werd vastgesteld dat leerlingen uit het derde middelbaar hun kennis lager inschatten dan studenten hoger onderwijs. Mits meer gerichte vragen kan men onderzoek doen naar de oorzaak van deze discrepantie, maar dit ligt buiten het bestek van deze thesis. Anderzijds verbaast het helemaal niet dat de middelbare scholieren aangeven de rekenregels vaak/altijd toe te passen in berekeningen, gezien zij hierop gequoteerd worden. De scholieren blijken ook meer belang te hechten aan een correct gebruik van de rekenregels. Hier kunnen meerdere verklaringen voor zijn. Wanneer deze rekenregels worden aangeleerd, zal de leerkracht typisch enkele voorbeelden geven waaruit het nut van deze rekenregels blijkt om foutieve afrondingen te vermijden. Gezien deze voorbeelden doorheen de jaren vergeten geraken, is het niet verwonderlijk dat de studenten hier ook steeds minder 'nut' van inzien. Anderzijds kan men ook heel eenvoudig stellen dat de groepen die de regels niet meer hoeven te hanteren, automatisch ook minder nut zullen zien in het gebruik ervan.

Er zijn twee verschillende redenen waarom deze rekenregels veel minder worden gebruikt in hogere studies. Een eerste reden is – zoals reeds vermeld – dat men hier niet meer op gequoteerd wordt. Bij eenvoudige berekeningen van grootheden zijn studenten dus niet geneigd de regels uit hun schoolboeken te gebruiken - ook al blijkt uit dit onderzoek dat ze de regels wél nog onder de knie hebben. Een tweede reden, en wellicht de belangrijkste, is de volgende: in hogere studies worden berekeningen steeds complexer. Deze complexe berekeningen gebeuren minder en minder met het rekentoestel, en men gebruikt – zeker in wetenschappelijk onderzoek – programma's voor het uitvoeren van bepaalde berekeningen. In dit geval is de opeenvolging van bewerkingen vaak zo complex dat het nut van de vuistregels volledig vervalt. Bovendien bestaan er geen kant-en-klare vuistregels voor het uitrekenen van volume-integralen en dergelijke.

Hier wordt terugverwezen naar de literatuurstudie, meer bepaald de geschiedenis van beduidende cijfers. Wellicht zal niemand betwisten dat het overschrijven van 10 cijfers na de komma bij een eenvoudige vermenigvuldiging vaak weinig zin zal hebben. Om de afronding uniform te maken, is het dus zeker nuttig om bepaalde regels te hanteren. Men kan deze regels dus hanteren bij eenvoudige bewerkingen en vooral bij eigen experimentele resultaten is het belangrijk een correcte betrouwbaarheid weer te geven. Desalniettemin zal men in de realiteit vaak geconfronteerd worden met uiterst complexe berekeningen, waarvan een heel aantal stappen automatisch en *black-box-gewijs* verlopen, zodat het bijhouden van de rekenregels een onmogelijke opdracht wordt. In de literatuurstudie wordt bovendien vermeld dat de rekenregels soms ook fouten introduceren in plaats van ze te vermijden. Wanneer men in een wetenschappelijke setting – zoals experimentele omgevingen – een correcte betrouwbaarheid van de metingen en berekeningen dient te verzekeren, zal typisch een grondigere foutenanalyse gedaan worden. [21] [22]
De rekenregels dienen als een eenvoudigere versie hiervan, en men kan dus besluiten dat deze regels – naast het nut van uniformiteit en een zeer beknopte introductie op foutenanalyse – weinig nut hebben buiten een middelbare schoolcontext.

Conclusie

De hamvraag stelt zich dan uiteraard: gegeven de voorgaande resultaten en bemerkingen, moet er zoveel belang aan gehecht worden aan beduidende cijfers in het middelbaar? Een internationale trend wordt vastgesteld waarbij men de regels minder strikt hanteert, en fouten tegen de regels minder zwaar bestraft worden op overhoringen (zie bijvoorbeeld de evolutie in Nederland en Duitsland). Vlaanderen volgt hier (voorlopig?) niet in: in de nieuwe plannen is de focus op de beduidende cijfers niet afgezwakt.

Dit onderzoek stelt nochtans vast dat deze afzwakking een goede zaak is. De rekenregels hebben een beperkt nut in het middelbaar, en worden na een middelbare schoolcontext veel minder gehanteerd. Waar nodig, worden grondige foutenanalyses uitgevoerd. Het is dus belangrijk de rekenregels niet zonder bijkomende uitleg in te voeren en deze niet te verkondigen als zaligmakend. Essentieel is om leerlingen bewust te maken van het belang van foutenanalyse en de regels voor het rekenen met beduidende cijfers aan te bieden als een set van eenvoudige - weliswaar niet perfecte - vuistregels hiervoor. De leerlingen moeten zich dus ook bewust zijn van het feit dat deze regels ook gebreken hebben. Deze regels volledig onder de knie hebben en hanteren zonder nadenken, maakt zeker nog geen goede wetenschapper. Anderzijds moeten de leerlingen er wel attent op gemaakt worden dat het zinloos is om resultaten over te nemen van een rekentoestel tot op 10 cijfers na de komma. Zo doet men immers een grotere nauwkeurigheid veronderstellen dan werkelijk behaald werd.

Samengevat: leerlingen/studenten moeten zich bewust zijn van de geïntroduceerde fouten via berekeningen met meetresultaten. Toch heeft het geen zin om de rekenregels heel secuur toe te passen als men in dezelfde berekening de gravitatieconstante afrondt op 10 m/s^2. Een algemene notie van foutenanalyse is dus essentieel, maar dit wordt tenietgedaan als de leerlingen regels vanbuiten moeten leren zonder dat hierbij de nodige kadering wordt voorzien.

Om dit euvel te verhelpen, stelt de auteur voor om leerlingen vanaf het 3^e middelbaar beperkte instrumenten aan te leren om een foutenanalyse uit te voeren van eigen metingen. Het toepassen van regels voor beduidende cijfers bij verzonnen en opgegeven meetresultaten is weinig zinvol. Het toepassen van een (weliswaar beknopte) foutenanalyse bij een eigen experiment, zal de leerlingen echter veel langer bijblijven. Bij het uitvoeren van eigen experimenten merken leerlingen een onnauwkeurigheid op bij het aflezen van meetresultaten, zodat zij hierbij wellicht meer betekenis zullen zien in een berekening van de onzekerheid op hun metingen. [22] [23] Bovendien zal het toepassen van de vuistregels op berekeningen met deze meetresultaten als meer zinvol ervaren worden, gezien zij zich in dit geval bewust zijn van de beperkte meetnauwkeurigheid en het belang van een betrouwbare weergave van de resultaten.

Literatuurlijst

[1] D. Butaye en C. Duchi, in *Technische weergalm*, 1993.

[2] E. Wingate en G. Shelly, in *Mr. Wingate's Arithmetick: Containing a Plain and Familiar Method For Attaining*, 11, Red., London, 1704.

[3] I. Newton, in *Two Treatises of the Quadrature of Curves and Analysis by Equations of an Infinite Number of Terms*, 1745.

[4] S. W. Holman, in *Discussion of the Precision of Measurements: With Examples Taken Mainly From Physics And Electrical Engineering*, New York, 1892.

[5] R. A. Millikan, D. E. Roller en E. C. Watson, in *Mechanics, Molecular Physics, Heat, and Sound,*, 1937.

[6] F. W. Sears en M. W. Zemansky, in *University Physics*, 1970.

[7] F. W. Sears, H. D. Young en M. W. Zemansky, in *University Physics*, 1982.

[8] A. R. Carter, „Evolution of the Significant Figure Rules," *Phys. Teach.,* vol. 51, p. 340, 2013.

[9] R. C. Hawkins, T. Badrick en P. E. Hickman, „Over-reporting significant figures—a significant problem?," *Clinica Chimica Acta,* vol. 375, pp. 158-161, 2007.

[10] P. M. Reilly, „A Statistical Look at Significant Figures," *Chemical Engineering Education,* p. 152, 1992.

[11] R. C. Pinkerton en C. E. Gleit, „The Significance of Significant Figures," *Journal of Chemical Education,* p. 232, 1967.

[12] J. Morral, „Significant Figures and False Precision," *J. Phase Equilib. Diffus.,* vol. 39, pp. 367-368, 2018.

[13] Department for Education, „National curriculum in England: science programmes of study," 6 mei 2015. [Online]. Available: https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-science-programmes-of-study/national-curriculum-in-england-science-programmes-of-study. [Geopend 16 4 2021].

[14] N. havo, „Syllabus centraal examen 2022," College voor Toetsen en Examens, Utrecht, 2022.

[15] Niedersächsisches Kultusministerium, „Kerncurriculum - Physik," Unidruck, Hannover, 2017.

[16] Kultusminister Konferenz, „Bildungspläne / Lehrpläne der Länder im Internet," 15 2 2021. [Online]. Available: https://www.kmk.org/de/dokumentation-statistik/rechtsvorschriften-lehrplaene/uebersicht-lehrplaene.html. [Geopend 16 4 2021].

[17] Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse, „Programme de physique-chimie de première générale".

[18] J. Richer, „Science et technologie au secondaire," 4 4 2014. [Online]. Available: https://blogues.csaffluents.qc.ca/sciencetechno/2014/04/04/traitement-des-chiffres-significatifs-dans-les-calculs/. [Geopend 16 4 2021].

[19] Common Core State Standards Initiative, „Appendix A: Designing High School Mathematics Courses Based on the Common Core State Standards," 2021.

[20] B. S. Bloom, D. R. Krathwohl en B. B. Masia, „Bloom taxonomy of educational objectives.," *Pearson Education.,* 1984.

[21] D. R. Caprette, „Error Analysis and Significant Figures," Rice University Dates, [Online]. Available: https://www.ruf.rice.edu/~bioslabs/tools/data_analysis/errors_sigfigs.html#:~:text=Whenever%20you%20make%20a%20measurement,the%20error%20in%20the%20measurement.&text=In%20the%20example%20if%20the,not%200.428%20%C2%B1%200.02%20m.. [Geopend 26 4 2021].

[22] J. Taylor, „Introduction to error analysis, the study of uncertainties in physical measurements.," 1997.

[23] College Physics Labs - Mechanics, „Measurements and Error Analysis," Advanced Instructional Systems, Inc. and the University of North Carolina, 2011. [Online]. Available: https://www.webassign.net/question_assets/unccolphysmechl1/measurements/manual.html. [Geopend 26 4 2021].

Bijlagen

Rekenen met kenmerkende (of beduidende) cijfers

Bedankt voor je deelname aan dit onderzoek.

In onderstaand formulier wordt je gevraagd om 10 vragen te beantwoorden over het rekenen met kenmerkende of beduidende cijfers. Het onderzoek verloopt volledig anoniem.

De eerste 7 vragen zijn rekenvragen waarbij je telkens het juiste antwoord dient aan te vinken volgens de rekenregels die je aanleerde in het middelbaar. Belangrijk: zoek de rekenregels niet op voor je deelneemt aan deze test! Het is van belang voor dit onderzoek om een zo getrouw mogelijk beeld te krijgen van je parate kennis van deze regels, dus niet nadat je ze eerst hebt opgefrist.

De laatste 3 stellingen peilen naar je eigen mening over het gebruik en belang van deze regels.

Vergeet niet na het beantwoorden van de vragen het formulier te verzenden. Deelnames zijn beperkt tot één keer.

* Required

Wat is je huidige opleidingsniveau? *

- derde middelbaar
- zesde middelbaar
- eerste bachelor
- tweede of derde bachelor
- master
- Other: ____

Rekenen met kenmerkende cijfers: 7 vragen

0,03949 m + 1,03 m = *

1 point

- 1,06 m
- 1,06949 m
- 1,0695 m
- 1,070 m
- 1,07 m

3045 mm + 9,40 mm + 3,30 mm = *

1 point

- 3057,70 mm
- 3057,7 mm
- 3058,00 mm
- 3058 mm
- 3057 mm

5,0 mm x 2,5 mm x 480 mm = *

1 point

- 6000 mm^3
- 6000,0 mm^3
- 600 x 10 mm^3
- 60 x 10^2 mm^3
- 6 x 10^3 mm^3

3,6 m x 0,05 m x 380 m = *

1 point

- 68,4 m^3
- 68 m^3
- 69 m^3
- 70 m^3
- 7 x 10 m^3

Gebruik d = 9,9 dm in onderstaande formule (r = d/2) *

1 point

$$\frac{4}{3}\pi r^3 =$$

- 508,0 dm^3
- 508 dm^3
- 50 x 10 dm^3
- 51 x 10 dm^3
- 5 x 10^2 dm^3

Gebruik r = 7,5 cm in onderstaande formule *

1 point

$$\pi r^2 =$$

- 176,7 cm^2
- 177 cm^2
- 17 x 10 cm^2

- $18 \times 10\ cm^2$
- $2 \times 10^2\ cm^2$

$5{,}3 \times 10^2$ cm + $0{,}7 \times 10^3$ cm = *

1 point

- 1230 cm
- $12{,}3 \times 10^2$ cm
- 12×10^2 cm
- 1200 cm
- $123{,}0 \times 10$ cm

Eigen ideeën over kenmerkende cijfers: 3 stellingen

Ik beheers de rekenregels voor het rekenen met kenmerkende cijfers. *

- Helemaal akkoord
- Akkoord
- Neutraal
- Niet akkoord
- Helemaal niet akkoord

Ik pas de regels altijd toe in berekeningen. *

- Helemaal akkoord
- Akkoord
- Neutraal

Niet akkoord

Helemaal niet akkoord

Ik vind het zelf belangrijk om de rekenregels altijd consequent en correct toe te passen en ik zie het algemeen belang hiervan in. Let op: niét omdat je er punten mee verliest op opdrachten. *

Helemaal akkoord

Akkoord

Neutraal

Niet akkoord

Helemaal niet akkoord

Submit