

INVLOED VAN KLIMAATVERANDERING OP EXTREME DEBIETEN: EEN BENADERING OP BASIS VAN VINE- COPULA'S

Kato De Roos

Stamnummer: 01306375

Promotoren: Prof. dr. Bernard De Baets, Prof. dr. ir. Niko Verhoest

Tutor: dr. ir. Hilde Vernieuwe

Masterproef voorgelegd voor het behalen van de graad in Master of Science in de Bio-ingenieurswetenschappen: Land- en Waterbeheer

Academiejaar: 2017 - 2018

INVLOED VAN KLIMAATVERANDERING OP EXTREME DEBIETEN: EEN BENADERING OP BASIS VAN VINE- COPULA'S

Kato De Roos

Stamnummer: 01306375

Promotoren: Prof. dr. Bernard De Baets, Prof. dr. ir. Niko Verhoest

Tutor: dr. ir. Hilde Vernieuwe

Masterproef voorgelegd voor het behalen van de graad in Master of Science in de Bio-ingenieurswetenschappen: Land- en Waterbeheer

Academiejaar: 2017 - 2018

De auteur, tutor en promotoren geven de toelating deze scriptie voor consultatie beschikbaar te stellen en delen ervan te kopiëren voor persoonlijk gebruik. Elk ander gebruik valt onder de beperkingen van het auteursrecht, in het bijzonder met betrekking tot de verplichting uitdrukkelijk de bron te vermelden bij het aanhalen van resultaten uit deze scriptie.

Gent, 8 juni 2018

De promotoren,

De tutor,

De auteur,

Prof. dr. Bernard De Baets

dr. ir. Hilde Vernieuwe

Kato De Roos

Prof. dr. ir. Niko Verhoest

WOORD VOORAF

Een masterproef maken is de laatste stap naar het behalen van een diploma, een opstapje naar het echte leven, de kers op de taart na vijf jaar van hard labeur. Groot is dan ook de vreugde nu het werk, op de laatste woorden na, voltooid is. De afgelopen vijf jaar doorploeterde ik uiteraard niet alleen. Ik had het geluk omringd te zijn door heel wat dierbare familie, geweldig vrienden en aangename begeleiders. Het neerpennen van mijn appreciatie voor deze ‘weldoeners’ zal zonder twijfel woorden te kort schieten, maar ik doe toch een poging.

In de eerste plaats dank aan mijn tutor Hilde Vernieuwe. Je constructieve begeleiding en je onvoorwaardelijke enthousiasme creeerden voor mij de ideale werksfeer het afgelopen jaar. De tijd die je telkens nam om vragen te ontrafelen, om in de code te duiken én om mijn bezoeken af te sluiten met een leuke babbel, werd heel erg van harte genomen. Ik ben je bijzonder dankbaar voor deze warme samenwerking. Daarnaast bedankt aan professor Verhoest voor je toegankelijkheid, je aanstekelijke passie voor het vak en je verlichtende ideeën wanneer het even stroef liep. De waardering die je ons bovendien gaf door ons een eigen stekje op het labo te geven, werkte bevorderlijk. Uiteraard ook bedankt aan professor De Baets voor je verfijnde feedback en het aanwakkeren van mijn kritisch en analytisch denken.

Daar mijn masterproef gebaseerd is op het doctoraat van Minh Tu Pham, ben ik ook hem dankbaar voor het ter beschikking stellen van zijn expertise en werk. Evenzeer bedankt aan Matthias Demuzere voor het aanleveren van de datasets en het schetsen van het verhaal rond globale en regionale klimaatmodellen.

Verder niet te vergeten: dankjewel thesisvrienden! Dank je Dries voor het leuk gekibbel, je aanstekelijke humor en je lieve zorgen. Dank je Eva voor de hoofdzwaaitjes, de verdoken *peptalks* en het zijn van mijn opperbste reisgezellin. Dank je Nele voor je stimulerende concentratiesfeer en je geniale *down-to-earth* opmerkingen. Dank je Jorn voor je relativiseringszin en je verfijnde uitspraken.

Tevens maak ik graag van de gelegenheid gebruik om ook mijn familie in de bloemetjes te zetten. Dankjewel moeke en papa voor jullie zorgen de laatste weken en in het bijzonder de afgelopen vijf jaar. Dankjewel Joppe en Marieke voor de steun aan Junior. Dankjewel oma en Sofie om steeds betrokken te zijn. Dankjewel kleine Willem en kleine Felix om zonder jullie weten de meest fantastische gedachtenverzetters te zijn die er zijn. En tot slot, een verdiende afsluiter, dank je Chaïm voor het zijn van je fantastische zelf!

Gent, 8 juni 2018

Kato De Roos

INHOUDSOPGAVE

Woord vooraf	i
Inhoudsopgave	v
Lijst van afkortingen	vii
Lijst van notaties en symbolen	ix
Samenvatting	xiii
1 Inleiding	1
2 Copula's	5
2.1 Inleiding	5
2.2 Bivariate copula's	5
2.2.1 Basisbegrippen	5
2.2.2 Copulafamilies	7
2.2.3 Fitten van copula's	11
2.2.4 Copulaselectie	13
2.2.5 Sampling algoritme	14
2.3 Vine-copula's	15
2.3.1 Inleiding	15
2.3.2 Constructie	16
2.3.3 Sampling algoritme	21
3 Gegevens en methode	25
3.1 Inleiding	25
3.2 Gegevens	31

3.2.1	Observaties	31
3.2.2	Klimaatgegevens	32
3.3	Gegevensvoorbereiding	33
3.3.1	Biascorrectie	33
3.3.2	Statistische gegevensvoorbereiding	44
3.4	Modellen	45
3.4.1	Neerslagmodel: MBL-model	45
3.4.2	Temperatuurgenerator	46
3.4.3	Evaporatiegenerator	47
3.4.4	Afvoermodel: PDM	50
3.5	Exploratie en modelperformantie	51
3.5.1	Exploratie	51
3.5.2	Gegevensexploratie	53
3.5.3	Modelperformantie	57
4	Resultaten en discussie	59
4.1	Gegevensvoorbereiding	59
4.1.1	Biascorrectie	59
4.1.2	Statistische gegevensvoorbereiding	64
4.2	Werkwijzen 0, 1, 2 en 3	65
4.2.1	Werkwijze 0	65
4.2.2	Werkwijze 1	70
4.2.3	Werkwijze 2	79
4.2.4	Werkwijze 3	83
4.3	Communicatie naar niet-experten	93
5	Conclusie	97
6	Toekomstig onderzoek	99
	Bibliografie	103

Bijlage A	Driedimensionale copuladichtheid	115
Bijlage B	Afleiding van $f_{4 123}(x_4 x_1, x_2, x_3)$	117
Bijlage C	Gegevens en methode	119
Bijlage D	Resultaten en discussie	123

LIJST VAN AFKORTINGEN

aEDCDFM	aangepaste EquiDistant Cumulatieve Distributiefunctie <i>Matching</i>
aERCDFM	aangepaste EquiRatio Cumulatieve DistributieFunctie <i>Matching</i>
BC1	BiasCorrectie 1
BC2	BiasCorrectie 2
EDCDFM	EquiDistant Cumulatieve DistributieFunctie <i>Matching</i>
ERCDFM	EquiRatio Cumulatieve DistributieFunctie <i>Matching</i>
ERA	<i>European ReAnalysis</i>
CCDF	Conditionele Cumulatieve DistributieFunctie
CDF	Cumulatieve DistributieFunctie
CDFM	Cumulatieve DistributieFunctie <i>Matching</i>
CLM	<i>Climate Limited-area Modelling</i>
CMK	Canonieke Maximum Kansschatter
COSMO	<i>COnsortium for Small-scale MOdelling in climate mode</i>
CRU2	<i>Climatic Research Unit 2</i>
GKM	Globaal KlimaatModel
GOF	<i>Goodness-Of-Fit</i>
IPCC	<i>Intergovernmental Panel on Climate Change</i>
MBL	<i>Modified Bartlett-Lewis</i>
MPI-ESM	<i>Max-Planck Institute Earth System Model</i>
PDF	Probabiliteit DichtheidsFunctie
PDM	<i>Probability Distributed Model</i>

RCP	<i>Representative Concentration Pathways</i>
RKM	Regionaal KlimaatModel
ZDP	<i>Zero Depth Probability</i>

LIJST VAN NOTATIES EN

SYMBOLEN

∞	Oneindig
α	Vormparameter van de gammadistributie in MBL
β	Snelheid in MBL
γ	Exponentieel verdeelde parameter in MBL
η	Parameter van de exponentiële distributie in MBL
θ	Copulaparameter
λ	Parameter van de Poisson distributie in MBL
μ	Gemiddelde
μ_x	Parameter van de exponentiële distributie in MBL
ξ	Probabiliteit van $F_{OGF}(x x > 0.1)$
τ_K	Kendall's tau
ρ_P	Pearson correlatiecoëfficiënt
ρ_S	Spearman's rho
σ	Standaardafwijking
τ	Schaalparameter van de gammadistributie in MBL
$\varphi(\cdot)$	Additieve generator
$\varphi^{(-1)}$	Pseudo-inverse van de additieve generator
$\phi(\cdot)$	Univariate normale cumulatieve distributiefunctie
a	Benedengrens van A

$A(\cdot)$	Cumulatieve triangulaire distributie
AIC	Akaike's Informatie Criterium
b	Bovengrens van A
$c_{12}(\cdot)$	Copula dichtheidsfunctie van de veranderlijken U_1 en U_2
$C_{12}(\cdot)$	Copula cumulatieve distributiefunctie van de veranderlijken U_1 en U_2
$C_n(\cdot)$	Empirische copulafunctie
d	r -dimensionale vector
d	Dag
E	Evaporatie
E_P	Evaporatie van de vorige dag
$f_{12}(\cdot)$	Probabiliteit dichtheidsfunctie van de toevalsveranderlijken X_1 en X_2
f_r	Frequentie aan dagen zonder neerslag of evaporatie
$F_{12}(\cdot)$	Cumulatieve distributiefunctie van de toevalsveranderlijken X_1 en X_2
$F^{[-1]}(\cdot)$	Quasi-inverse cumulatieve distributiefunctie
$F^{-1}(\cdot)$	Inverse cumulatieve distributiefunctie
g	Mode van A
$h(\cdot)$	Conditionele cumulatieve distributiefunctie
$H(\cdot)$	Conditionele cumulatieve distributiefunctie
HGC	Herschaalde GKM/RKM-simulaties in de Controleperiode
HGT	Herschaalde GKM/RKM-simulaties in de Toekomst
$\mathbb{I}$	Eenheidsinterval
j	Jaar
k	Getal willekeurig getrokken uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$
k_1	Tijd- of bergingsconstante in PDM
KS	KlimaatSignaal
$l(\cdot)$	Klassieke logaritmische kansfunctie

m	Waarde van de veranderlijke M
M	Jaarlijkse maxima
MA	ModelAfwijking
n	Aantal dagen van een beschouwde reeks
Δn	Aantal toe te voegen of te verwijderen dagen zonder neerslag of evaporatie
N	Aantal jaar van een beschouwde reeks
OC	Observaties in de Controleperiode
OGT	Originele GKM/RKM-simulaties in de Toekomst
OGC	Originele GKM/RKM-simulaties in de Controleperiode
p	Het aantal gebruikte parameters in het AIC
$\mathbb{P}$	Kans
P	Neerslag
Q	Debiet of afvoer
r	Dimensies
R	Rang
S	Bergingsmodule
t	Tijd
T	Temperatuur
T_P	Temperatuur van de vorige dag
u	Waarde van de veranderlijke U met als domein het eenheidsinterval $\mathbb{I}$
U	Veranderlijke na transformatie van toevalsveranderlijke X met als domein het eenheidsinterval $\mathbb{I}$
v	Waarde van de veranderlijke V met als domein het eenheidsinterval $\mathbb{I}$
V	Veranderlijke na transformatie van toevalsveranderlijke Y met als domein het eenheidsinterval $\mathbb{I}$
V	C-vine-copula

x	Waarde van X
X	Toevalsveranderlijke
y	Waarde van Y
Y	Toevalsveranderlijke
z	Getal willekeurig getrokken uit een uniforme distributie verdeeld over $\mathbb{I}$

SAMENVATTING

Als gevolg van de huidige klimaatverandering zullen overstromingen in de toekomst naar alle waarschijnlijkheid toenemen in frequentie en omvang. Hierdoor is de nood aan hydraulische structuren, die bestand zijn tegen deze toekomstige extreme debieten, niet te onderschatten. In het dimensioneringsproces van dergelijke structuren is het belangrijkste gegeven het toegang hebben tot coherente, lange debietreeksen die traditioneel bekomen worden na aansturen van een neerslag-afvoermodel met een neerslag- en evaporatiereeks. Deze inputgegevens zijn te verkrijgen via klimaatmodellen, maar omvatten niettemin een te korte periode om extreme gebeurtenissen te bestuderen. Daarentegen biedt het aanwenden van stochastische modellen om lange tijdreeksen te genereren met dezelfde statistieken als deze neerslag- en evaporatiereeksen perspectief. Tevens moeten de gegenereerde reeksen in overeenstemming zijn met elkaar, of ook, de wederzijdse afhankelijkheden moeten behouden blijven. Om dit te garanderen, worden in dit werk met behulp van vine-copula's lange, coherente tijdreeksen bekomen. Uiteindelijk werden debietreeksen gegenereerd voor tien klimaatdatasets die verschillen in klimaatmodel (CNRM-CM5 en MPI-ESM), klimaatveranderingsscenario (RCP 4.5 en RCP 8.5) en/of biascorrectiemethode (BC1 en BC2). De voornaamste proefopzet was deze waar het stochastisch neerslagmodel, de T-generator en de E-generator aan elkaar werden gekoppeld voor het genereren van respectievelijk stochastische neerslag, temperatuur en evaporatie. Het grote voordeel van deze werkwijze is het feit dat ze tijdreeksen kan genereren met een lengte naar wens. Samengevat wordt besloten dat het opeenvolgend gebruik van deze stochastische modellen resulteert in veranderlijken, in het bijzonder debieten, met statistieken sterk gelijkend aan deze van de basisreeksen. Evenwel kan de weg ernaartoe, in de zin van welk(e) biascorrectiemethode, klimaatmodel en klimaatveranderingsscenario aangewend worden, tot enig verschil in de simulaties leiden. Uit de resultaten van dit werk blijkt dat MPI-ESM en BC2 een lichte voorkeur genieten. Een gelijkaardige proefopzet, zoals in dit werk uitgevoerd, lijkt alleszins van nut te kunnen zijn in het waterbeheer zolang de dimensionering gebaseerd wordt op een extreme gebeurtenis met een voldoende zekerheid, *i.e.* de gemodelleerde tijdreeks moet veel groter zijn dan de vooropgestelde retourperiode.

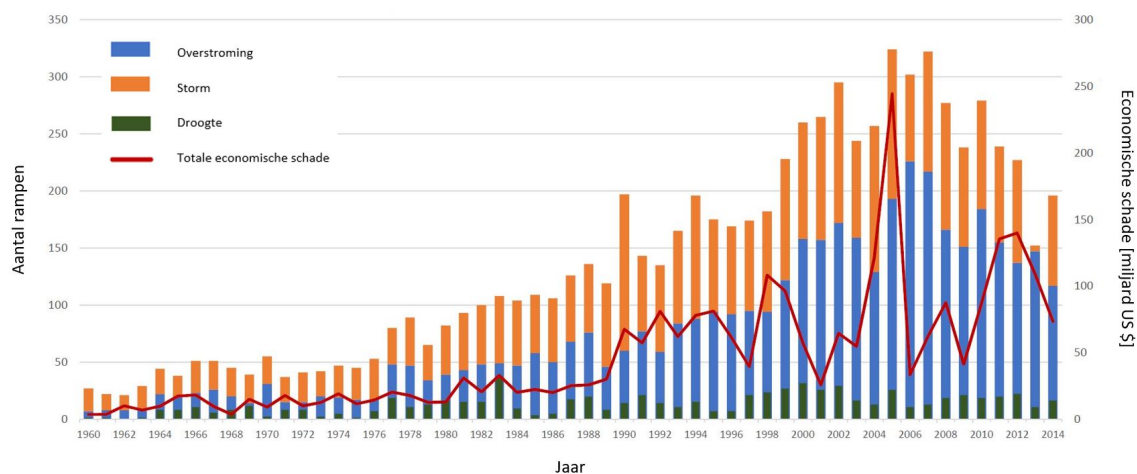
HOOFDSTUK 1

INLEIDING

Het recentste rapport van het *Intergovernmental Panel on Climate Change* (IPCC, 2014a,b) stelt dat regenbuien over de hele wereld in de tweede helft van de twintigste eeuw in intensiteit zijn toegenomen onder invloed van antropogene activiteiten zoals verbranding van fossiele brandstoffen, ontbossing, agrarische activiteiten, enz. Daarnaast bestaat het vermoeden dat de mens aan de basis ligt van recente veranderingen in frequentie en omvang van overstromingen. Het aandeel dat uitsluitend te wijten is aan klimaatverandering, en dus de mens, is echter moeilijk te achterhalen gezien heel wat stroomgebieden fysisch gemanipuleerd zijn. Desalniettemin toont cijfermateriaal aan dat stijgende trends in neerslagintensiteit en afvoer gepaard gaan met een toenemend aantal overstromingen (Figuur 1.1, Pham (2016)).

Extreme gebeurtenissen zoals stormen en overstromingen leggen de kwetsbaarheid van vele eco- en humane systemen bloot: ontwrichting van voedselvoorziening en watertoevoer, schade aan woonkernen, stijgende ziekte- en sterftecijfers, wijzigingen in ecosystemen, consequenties voor de mentale gezondheid van de mens, enz. Zo waren 90 000 mensen in Mozambique genoodzaakt te verhuizen na de overstromingen van de Zambezi Rivier in 2008 en resulteerden overstromingen in Australië en Nieuw-Zeeland in 2011 voor ernstige schade aan woonkernen samen met 35 doden, enkel en alleen al in Queensland (IPCC, 2014a,b).

De impact die klimaatverandering heeft op de mens wordt grotendeels bepaald door de veranderingen in intensiteit en frequentie van de extreme gebeurtenissen. Klimatologen pogen daarom de performantie van klimaatmodellen blijvend te verbeteren zodat waterbeheerders aan de slag kunnen gaan met concrete hydrologische voorspellingen. Het afzwakken van overstromingen vertaalt zich in de praktijk naar het construeren van hydraulische structuren op of nabij rivieren, zoals een overstromingsreservoir (Figuur 1.2). Het komt er dus op aan zo'n structuur accuraat te dimensioneren zodat ernstige gevolgen worden vermeden. Het dimensioneringsproces start veelal vanuit een neerslagreeks waarna door



Figuur 1.1: Aantal overstromingen, stromen en droogtes en de hiermee gepaarde economische schade [miljard US \$] voor de periode 1960–2014. Data afkomstig van de *Emergency Events Database* door het *Centre for Research on the Epidemiology of Disasters* en de *Université catholique de Louvain*. Figuur aangepast uit Pham (2016).

middel van een hydrologisch model een debietreeks wordt verkregen. In dit werk wordt het *Probability Distributed Model* (PDM, Moore (2007)), een geaggregeerd debietmodel, aangewend. Het bestuderen van deze hydrologische data helpt inzicht te verwerven in cruciale karakteristieken. Zo is de grootte van een gebeurtenis omgekeerd evenredig met de frequentie van voorkomen, *i.e.* ernstige gebeurtenissen komen minder vaak voor dan gematigde gebeurtenissen. De inverse van de frequentie van voorkomen wordt ook aangeduid als de retourperiode van de gebeurtenis. In tal van hydrologische toepassingen wordt de kennis van deze retourperiode aangewend als een algemeen criterium voor ontwerp en dimensionering van hydraulische constructies (Fernández en Salas, 1999).

In het verleden werden reeds verschillende technieken bestudeerd en toegepast om uitgaande van een neerslagreeks een debietreeks te bekomen. Een nog steeds conventionele methode is het schatten van het debiet op basis van één bepaalde, specifieke storm, bijvoorbeeld een significante, historische neerslagbui of een gesimuleerde composietbui met bepaalde statistische eigenschappen (Wheater, 2002). Deze aanpak heeft echter als nadeel dat de antecedente vochtcondities van het stroomgebied niet in rekening worden gebracht, waardoor de retourperiode van de storm niet noodzakelijk overeenstemt met deze van de overstroming (Verhoest *et al.*, 2010). Een accurate, hydraulische dimensionering behoeft dus eerder een andere aanpak. Debietmodellering aan de hand van historische gegevensreeksen komt tegemoet aan bovenstaande problemen. Helaas belemmert de lengte van de beschikbare tijdreeksen een accurate modellering van weinig frequente, extreme overstro-



Figuur 1.2: In het Waasland, op het grondgebied van Kruibeke, Bazel en Rupelmonde, ligt Vlaanderens grootste overstromingsgebied: de Polders van Kruibeke. In zijn ééntje maakt dit gecontroleerde overstroomingsgebied Vlaanderen vijf keer veiliger. 600 hectare polders zijn omgetoverd tot een uniek natuurgebied (SIGMA-plan, 2014).

mingen. Vrij recent worden daarom stochastische neerslagmodellen bestudeerd (Wilks en Wilby, 1999; Boughton en Droop, 2003). Bartlett-Lewis modellen (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1987) zijn hier voorbeelden van. Een aangepaste versie van deze laatste, het gewijzigde Bartlett-Lewis (Eng. *Modified* Bartlett-Lewis, MBL) model, wordt gebruikt in dit werk.

Tot hiertoe lag de focus op neerslagreeksen als basis voor debietreeksen. Naast neerslag, wordt de waterbalans echter ook beïnvloed door de hoeveelheid aan water die verloren gaat door evaporatie. Deze veranderlijke wordt in de praktijk gemodelleerd aan de hand van de Penman(-Monteith), Priestley-Taylor of Hargraeves vergelijkingen (Monteith *et al.*, 1965; Priestley en Taylor, 1972; Hargreaves en Samani, 1982). Al deze modellen vereisen evenwel extensieve inputgegevens zoals windsnelheid, dagelijkse gemiddelde temperatuur, relatieve vochtigheid, enz. die bovendien niet steeds beschikbaar zijn. Opnieuw bieden stochastisch gemodelleerde tijdreeksen hier perspectief. Let wel, neerslag en evaporatie hebben dan wel elk hun invloed op debiet, ook onderling zijn ze niet geheel onafhankelijk. Evaporatie wordt namelijk grotendeels gestuurd door neerslag en temperatuur. Consistentie van deze stochastisch gemodelleerde evaporatiereeks met de corresponderende stochastisch gemodelleerde neerslagreeks is dus onontbeerlijk met het oog op een correcte waterbalans van het stroomgebied (Pham *et al.*, 2016).

Afvoer is met andere woorden een complexe hydrologische gebeurtenis, beschreven door meerdere toevalsveranderlijken die op hun beurt ook onderlinge afhankelijkheid kunnen vertonen. Het opstellen van multivariate distributiefuncties is dus onvermijdelijk. Het

oplossen van zo'n probleem vergt vaak sterke veronderstellingen: marginale verdelingen moeten van dezelfde familie afkomstig zijn, de uitbreiding naar meerdere dimensies is complex, afhankelijkheidsstructuren moeten gemodelleerd worden met behulp van de parameters van de marginale verdelingen, enz. (Vandenberghe, 2012). Pham *et al.* (2018) introduceerden in hun werk een methode die tegemoet komt aan deze tekortkomingen. Deze auteurs ontwikkelden een copulagebaseerde methode om temperatuur- en evaporatiereeksen te genereren zodat de statistische afhankelijkheid tussen neerslag, temperatuur en evaporatie gewaarborgd blijft. Copula's zijn een vrij recent gegeven binnen de hydrologie maar bieden heel wat perspectief. Ze kunnen omschreven worden als wiskundige functies die in staat zijn de afhankelijkheid tussen verschillende veranderlijken te modelleren, zonder dat hiervoor voldaan moet zijn aan veronderstellingen omtrent de marginale verdelingen. Naast de stochastische neerslagreeks bekomen met het MBL-model, worden in dit werk stochastisch gemodelleerde temperatuur- en evaporatiereeksen op basis van copula's gegenereerd. Finaal kunnen deze een hydrologisch model, hier PDM, aansturen. De resulterende debietreeks, representatief voor een langere periode, biedt zo voldoende informatie voor het bestuderen van extremen in het waterbeheer.

In dit werk wordt bovenstaand verhaal gekoppeld aan de huidige problematiek rond klimaatverandering. Toekomstige neerslag-, temperatuur- en evaporatiereeksen voor verschillende klimaatveranderingsscenario's dienen als basis voor het opstellen van de stochastische modellen. De stochastisch gemodelleerde reeksen kunnen nadien gebruikt worden als input in een hydrologisch model. Finaal wordt dus een debietreeks representatief voor een toekomstig klimaatscenario verkregen. Samengevat kan de doelstelling van dit werk als volgt geformuleerd worden: *het voorstellen van een methode voor het stochastisch genereren van gekoppelde neerslag-, temperatuur-, evaporatietijdreeksen voor toekomstige klimaatscenario's zodat deze aangewend kunnen worden in het waterbeheer als basis voor toekomstig hydraulisch ontwerp.*

In Hoofdstuk 2 worden allereerst enkele basisconcepten omtrent copula's aangereikt voor zowel het bivariaat als het multivariaat geval. Hoofdstuk 3 stelt alle gebruikte gegevens en modellen voor om ze nadien samen te brengen in vier algemene werkwijzen. Tot slot worden de bekomen resultaten in Hoofdstuk 4 geanalyseerd en besproken en worden in Hoofdstuk 5 algemene conclusies geformuleerd. Als afsluiter geeft Hoofdstuk 6 een overzicht van de resterende uitdagingen in het toekomstig onderzoek.

HOOFDSTUK 2

COPULA'S

2.1 Inleiding

In tal van toepassingen, zowel binnen de hydrologie als daarbuiten, moet rekening gehouden worden met natuurlijke processen gekarakteriseerd door meerdere veranderlijken. Deze vertonen bovendien onderling, in meer of mindere mate, een graad van afhankelijkheid daar ze het resultaat zijn van één en hetzelfde fysisch proces. Een multivariate aanpak is dus onvermijdelijk. Een mogelijke manier om multivariate gegevens te onderzoeken bestaat erin de marginale verdelingen van elke toestandsveranderlijke en de afhankelijkheidsstructuur gescheiden te gaan onderzoeken. Dit is echter zoals voorheen vermeld niet eenvoudig. Copula's komen tegemoet aan deze complexiteit doordat ze, onafhankelijk van enige vereiste op niveau van de marginale verdelingen, de afhankelijkheid kunnen beschrijven tussen meerdere toevalsveranderlijken.

In dit hoofdstuk worden enkele definities en concepten over copula's uiteengezet die van belang zijn in dit werk. Vertrekkend vanuit een bivariate context wordt in Sectie 2.2 het basisidee geïllustreerd, om daarna over te gaan naar een multivariate aanpak in Sectie 2.3. Voor een volledige wiskundige beschrijving wordt verwezen naar Nelsen (1999) en Salvadori en De Michele (2007).

2.2 Bivariate copula's

2.2.1 Basisbegrippen

Veronderstel een bivariaat fenomeen beschreven door twee toevalsveranderlijken X en Y , met marginale cumulatieve distributiefuncties F_X en F_Y . Deze laatste transformeren waarden (x, y) van (X, Y) naar respectievelijk waarden (u, v) van (U, V) , twee uniform

verdeelde toevalsveranderlijken met als domein het eenheidsinterval $\mathbb{I} = [0, 1]$ (Genest en Rivest, 2001):

$$\begin{cases} u = F_X(x) \\ v = F_Y(y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = F_X^{[-1]}(u) \\ y = F_Y^{[-1]}(v) \end{cases}, \quad (2.1)$$

waarbij $F_X^{[-1]}$ en $F_Y^{[-1]}$ de quasi-inversen zijn van de corresponderende distributiefuncties (Salvadori *et al.*, 2007). In het geval dat $F_X(x) = t$ een unieke oplossing heeft, is $F_X^{[-1]}$ gelijk aan F_X^{-1} .

Veronderstel een specifiek koppel (x_i, y_i) ($i = 1, \dots, n$) uit een dataset met n datapunten, dan kan het koppel (u_i, v_i) benaderd worden door gebruik te maken van de rangen R_i^X en R_i^Y van x_i en y_i in $x_1, \dots, x_n$ en $y_1, \dots, y_n$:

$$\begin{cases} u_i = \frac{R_i^X}{n+1}, \\ v_i = \frac{R_i^Y}{n+1}. \end{cases} \quad (2.2)$$

Deze rangen vormen de basis voor het construeren van de empirische distributiefuncties van de toevalsveranderlijken X en Y .

Daarnaast kan een bivariate copula C gedefinieerd worden als een functie $C: \mathbb{I} \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{I}$ die voldoet aan de volgende voorwaarden:

1. voor alle $u, v \in \mathbb{I}$ geldt dat:

$$\begin{aligned} C(u, 0) = 0 \quad C(0, v) = 0 \\ C(u, 1) = u \quad C(1, v) = v. \end{aligned} \quad (2.3)$$

2. voor alle $u_1, u_2, v_1, v_2 \in \mathbb{I}$ waarvoor $u_1 \leq u_2$ en $v_1 \leq v_2$ geldt dat:

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0. \quad (2.4)$$

Ten slotte beschrijft de Stelling van Sklar (1959) het fundamenteel verband tussen een bivariate copula en de bivariate distributiefunctie: voor elke twee continue toevalsveran-

derlijken X en Y bestaat er een unieke bivariate copula C zodat

$$F_{XY}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) = C(u, v). \quad (2.5)$$

$F_{XY}(x, y)$ stelt de gezamenlijke cumulatieve distributiefunctie voor. Een copula koppelt dus de marginale cumulatieve distributiefuncties van twee toevalsveranderlijken X en Y , wat resulteert in de bivariate distributiefunctie. In de vergelijkingen (2.3) worden de randvoorwaarden van deze copula C weergegeven:

1. de gezamenlijke distributiefunctie, of copula, wordt nul van zodra één van de veranderlijken u of v gelijk is aan nul, dit ongeacht de waarde van de overblijvende veranderlijke (*i.e.* nul is het opslorpend element);
2. is u of v gelijk aan één, dan zal de copula steeds de waarde van de overblijvende veranderlijke aannemen (*i.e.* één is het neutraal element).

Volgens vergelijking (2.4), de volumerestrictie, is de probabiliteit dat (U, V) waarden aanneemt in $[u_1, u_2] \times [v_1, v_2]$ steeds positief. Of eenvoudiger: de copula is steeds niet-dalend, een eigenschap fundamenteel voor een cumulatieve distributiefunctie.

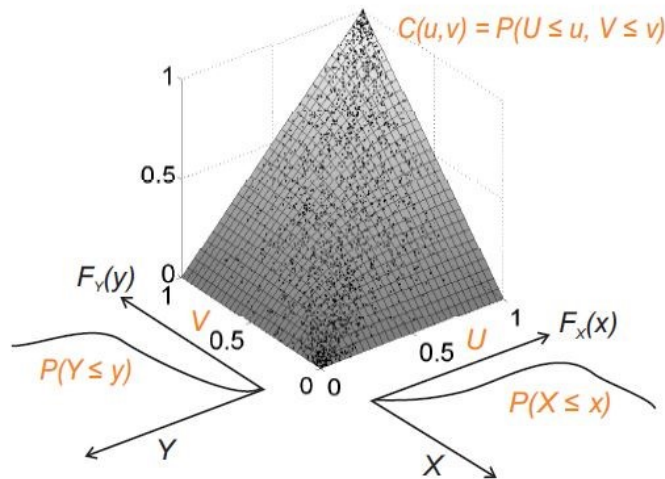
Samengevat maakt het gebruik van rangen het mogelijk waarden voor U en V , beide uniform over $\mathbb{I}$ en dus parameterloos, te bepalen zonder de specifieke distributiefuncties en parameters van F_X en F_Y te moeten achterhalen. Het empirisch bepalen van de waarden voor U en V leidt dus tot kennis van het gezamenlijke gedrag zonder kennis van de marginale distributiefuncties. Het originele fenomeen vereenvoudigt zich zo tot het oplossen van een parameterloos probleem. Figuur 2.1 vat bovenstaande begrippen samen.

2.2.2 Copulafamilies

Zowel theoretische (*i.e.* parametrische) als empirische copula's zijn in gebruik. De empirische copula C_n benadert de theoretische copula C als volgt (Deheuvels, 1980; Genest en Favre, 2007):

$$C_n(u, v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1} \left(\frac{R_i^X}{n+1} \leq u, \frac{R_i^Y}{n+1} \leq v \right), \quad (2.6)$$

met $\mathbf{1}$ de indicatorfunctie. Merk op dat C_n niet voldoet aan de definitie van een copula (Kolesárová *et al.*, 2006; Genest en Segers, 2010), desondanks wordt deze beschouwd als



Figuur 2.1: Een copula is een bivariate cumulatieve distributiefunctie met marginales U en V uniform over $\mathbb{I}$. Deze functie beschrijft de afhankelijkheidsstructuur tussen de twee veranderlijken X en Y en combineert hun marginale cumulatieve distributiefuncties F_X en F_Y tot de bivariate cumulatieve distributiefunctie F_{XY} (Naar: Vandenberghe (2012)).

de beste *sample*-gebaseerde representatie van een copula gezien de karakterisatie van de afhankelijkheidsstructuur tussen U en V (Deheuvels, 1980).

Verder vermeldt de literatuur diverse theoretische bivariate copulafamilies die in staat zijn verschillende soorten afhankelijkheidsstructuren te vatten. Er wordt onderscheid gemaakt tussen symmetrische en asymmetrische copula's. In dit werk worden geen asymmetrische copula's beschouwd niettegenstaande deze hun verdienste meermaals hebben bewezen in de literatuur (Liebscher, 2008). De term symmetrisch doelt op volgende eigenschap:

$$\forall u, v \in \mathbb{I} : C(u, v) = C(v, u). \quad (2.7)$$

Copula's worden gegroepeerd in copulafamilies. Een copulafamilie kan verder behoren tot één of meerdere copulaklassen, een overkoepelende eenheid die copula's met gelijkaardige eigenschappen bundelt. De populairste copula's zijn de symmetrische copula's uit de Archimedische copulaklasse (Genest en Favre, 2007; Nelsen, 1999). Veelgebruikte klassen daarnaast zijn de Meta-Elliptische copulaklasse (Genest en Favre, 2007; Fang *et al.*, 2002; Wist *et al.*, 2004; Renard en Lang, 2007), de Extreme Waarden copulaklasse (Salvadori en De Michele, 2007; Genest en Favre, 2007) en de Archimax copulaklasse (Capéraà *et al.*, 2000; Charpentier *et al.*, 2014). In wat volgt worden enkele relevante copula's voor dit werk besproken.

2.2.2.1 Archimedische copula's

De Archimedische copula's zijn populair doordat (1) ze gemakkelijk te construeren zijn, (2) ze een grote variëteit aan copulafamilies omvatten en (3) ze enkele handige eigenschappen hebben. In het tweedimensionale symmetrische geval wordt een Archimedische copula als volgt gedefinieerd:

$$C(u, v) = \varphi^{(-1)}(\varphi(u) + \varphi(v)). \quad (2.8)$$

φ wordt de additieve generator van de copula C genoemd en is een continue, strikt dalende functie $\varphi : \mathbb{I} \rightarrow [0, \infty]$, met $\varphi(1) = 0$. C is een bivariate copula als en slechts als φ convex is. De pseudo-inverse van φ is de functie:

$$\varphi^{(-1)}(t) = \begin{cases} \varphi^{-1}(t), & 0 \leq t \leq \varphi(0) \\ 0, & \varphi(0) \leq t \leq \infty \end{cases}. \quad (2.9)$$

Als $\varphi(0) = \infty$, dan $\varphi^{(-1)} = \varphi^{-1}$.

Enkele populaire Archimedische copulafamilies zijn de Clayton-, Gumbel- en Frankfamilie. Tabellen 2.1 en 2.2 omschrijven respectievelijk de overeenkomstige generatoren en de copula-uitdrukkingen met het bijhorende domein van de copulaparameter θ . Voor verdere details wordt verwezen naar Nelsen (1999) en Genest en Favre (2007).

Een interessante eigenschap van de Archimedische copula is het bestaan van een expliciet verband tussen de copulaparameter θ en twee populaire associatiematen, nl. Spearman's rho ρ_S en Kendall's tau τ_K . Een associatiemaat is een statistiek die de relatie tussen veranderlijken tracht samen te vatten in een getalwaarde (Salvadori *et al.*, 2007). Om een gemakkelijke onderlinge vergelijking te bewerkstelligen zijn associatiematen meestal zo opgebouwd dat ze variëren tussen -1 en 1, die respectievelijk een perfect negatieve en positieve associatie weerspiegelen. Elke associatiemaat meet een specifiek type van relatie. De Pearson correlatiecoëfficiënt ρ_P geeft bijvoorbeeld de aanwezigheid van een lineaire relatie weer. Spearman's rho ρ_S en Kendall's tau τ_K zijn beide een maat voor een vorm van afhankelijkheid die omschreven wordt als concordantie (Salvadori *et al.*, 2007). Twee toevalsveranderlijken zijn concordant wanneer kleine of grote waarden van de ene veranderlijke geassocieerd zijn met respectievelijk kleine of grote waarden van de andere veranderlijke. Het grote voordeel van Spearman's rho ρ_S en Kendall's tau τ_K is het feit dat ze steeds bestaan daar ze gebaseerd zijn op rangen en dus onafhankelijk zijn van de

Tabel 2.1: Uitdrukkingen voor de generator φ .

Copula	$\varphi(u)$
Clayton	$\frac{1}{\theta} (u^{-\theta} - 1)$
Gumbel	$(-\ln u)^\theta$
Frank	$-\ln \left(\frac{e^{-\theta u} - 1}{e^{-\theta} - 1} \right)$

Tabel 2.2: Copula-uitdrukkingen en bijhorende domein van de copulaparameter θ .

Copula	$C(u, v)$	$\theta \in$
Clayton	$\max \left(\left[u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1 \right]^{-1/\theta}, 0 \right)$	$[-1, +\infty[\setminus \{0\}$
Gumbel	$e^{-[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{1/\theta}}$	$[1, +\infty[$
Frank	$-\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right)$	$] -\infty, +\infty[\setminus \{0\}$

marginale distributiefuncties van de toevalsveranderlijken. Het zijn met andere woorden niet-parametrische maten. Deze zijn van groot belang omdat ze aangewend kunnen worden voor het schatten van de waarde van de copulaparameter θ . Verdere details hieromtrent worden beschreven in Sectie 2.2.3.

2.2.2.2 Gaussiaanse copula's

Een meta-elliptische copula is afgeleid van een elliptische distributie die op haar beurt een uitbreiding is van de klassieke multivariate normale distributie. In studies van Renard en Lang (2007) en Wist *et al.* (2004) wordt de Gaussiaanse copula gebruikt als specifiek geval van de elliptische copula. De bivariate Gaussiaanse copula wordt als volgt uitgedrukt (Joe, 2014):

$$C(u, v) = \phi \left(\phi^{-1}(u), \phi^{-1}(v) \right), \quad (2.10)$$

met ϕ de univariate normale cumulatieve distributiefunctie en ϕ^{-1} haar inverse. De parameter die de Gaussiaanse copula beschrijft, is de Pearson correlatiecoëfficiënt ρ_P (Aas, 2004).

2.2.3 Fitten van copula's

Salvadori en De Michele (2007) en Genest en Favre (2007) groepeerden drie types technieken voor het schatten van de copulaparameter θ : (1) semi-parametrische ranggebaseerde methodes, (2) parametrische methodes en (3) niet-parametrische methodes of *kernel* technieken. In wat volgt wordt dieper in gegaan op twee populaire methodes die onder het eerste type vallen, nl. de methode waar de waarde van copulaparameter θ bepaald wordt aan de hand van een expliciete relatie met Kendall's tau τ_K en de Canonieke Maximum Kansschatter (CMK) methode (Genest *et al.*, 1995). Semi-parametrische ranggebaseerde methodes genieten de voorkeur op parametrische methodes gezien deze laatste kennis over de marginale distributiefuncties vereisen (Joe, 1997; Aas, 2004).

Gebeurtenissen met identieke waarden in de tijdreeks, zoals bijvoorbeeld droge dagen in neerslagreeksen, behoeven extra aandacht wanneer gewerkt wordt met rangen. Bij het voorkomen van meerdere identieke waarden is de rangschikking namelijk niet meer ondubbelzinnig bepaald (De Michele *et al.*, 2007; Salvadori en De Michele, 2007, 2006). Om te voorkomen dat dit fenomeen het fitten van de copula's beïnvloedt, wordt een willekeurige ruis met zeer kleine waarden toegevoegd aan de data (Vandenberghe, 2012). Dit heeft geen significante gevolgen op het uiteindelijk resultaat.

2.2.3.1 Schatting op basis van Kendall's tau

Met deze ranggebaseerde methode wordt de copulaparameter θ berekend als een functie van Kendall's tau τ_K . Deze methode is populair gezien haar eenvoudige implementatie. Li *et al.* (2013) toonden bovendien het robuust karakter aan met betrekking tot uitschieters. Het verband tussen Kendall's tau τ_K en de copula C wordt als volgt uitgedrukt (Genest en Favre, 2007):

$$\tau_K = 4 \int_{[0,1]^2} C(u, v) \, dC(u, v) - 1. \quad (2.11)$$

Op basis van rangen wordt Kendall's tau τ_K als volgt uitgedrukt (Kojadinovic en Yan, 2010; Genest *et al.*, 2011):

$$\tau_K = \frac{4}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} \mathbf{1}(X_i \leq X_j, Y_i \leq Y_j) - 1, \quad (2.12)$$

met $\mathbf{1}$ de indicatorfunctie. Als $\tau_K = g(\theta)$ bestaat in een gesloten vorm, *i.e.* een wiskundige uitdrukking die geëvalueerd kan worden met een eindig aantal operaties, dan wordt de copulaparameter θ gevonden door het oplossen van de volgende vergelijking:

$$\theta = g^{-1}(\tau_K). \quad (2.13)$$

Tabel 2.3 geeft de functies $g(\theta)$ voor de beschouwde copulafamilies in dit werk. Een soortgelijke methode kan opgesteld worden voor Spearman's rho ρ_S . Deze wordt minder gebruikt aangezien de wiskundige uitdrukking zelden in gesloten vorm bestaat. Resultaten in Kojadinovic en Yan (2010) demonstreren bovendien dat de methode op basis van Kendall's tau τ_K significant betere resultaten oplevert.

Tabel 2.3: Uitdrukkingen voor Kendall's tau τ_K als functie van de copulaparameter θ met bijhorend bereik. Voor de Gaussiaanse copula is de copulaparameter θ gelijk aan de Pearson correlatiecoëfficiënt ρ_P .

Copula	$g(\theta)$	$\tau_K \in$
Clayton	$1 - \frac{2}{2 + \theta}$	$]0, 1[$
Gumbel	$1 - \theta^{-1}$	$[0, 1]$
Frank	$1 - \frac{4}{\theta} \left(1 - \frac{1}{\theta} \int_0^\theta \frac{t}{e^t - 1} dt \right)$	$[-1, 1] \setminus \{0\}$
Gaussiaans	$\frac{2}{\pi} \arcsin(\theta)$	$[-1, 1]$

2.2.3.2 De Canonieke Maximum Kansschatter Methode

De CMK-methode is ontwikkeld op basis van de klassieke logaritmische kansfunctie (Genest *et al.*, 1995),

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln(c(F_X(x_i), F_Y(y_i))) , \quad (2.14)$$

waar c de dichtheidsfunctie van de copula C voorstelt, en gegeven wordt door:

$$c(u, v) = \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} . \quad (2.15)$$

Vervolgens kunnen F_X en F_Y vervangen worden door hun empirische analogen (Genest *et al.*, 1995; Genest en Favre, 2007):

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln(c(u_i, v_i)) , \quad (2.16)$$

zodat ten slotte de CMK, *i.e.* de copulaparameter $\hat{\theta}$, kan gevonden worden door maximalisatie:

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax} l(\theta) = \operatorname{argmax} \sum_{i=1}^n \ln(c(u_i, v_i)) . \quad (2.17)$$

Bovenstaande numerieke berekeningen en het gebruik van de copuladichtheid maken het toepassen van deze methode minder aantrekkelijk dan een schatting op basis van Kendall's tau τ_K of Spearman's rho ρ_S . Kojadinovic en Yan (2010) toonden echter aan dat de CMK-methode in termen van de gemiddelde kwadratische fout betere resultaten levert. In dit werk worden de copula's gefit op basis van deze methode.

2.2.4 Copulaselectie

Voor elke copulafamilie is nu een parameter θ gevonden zodat de resulterende copula de gegeven data het best beschrijft binnen de familie. Een logische volgende stap is dan ook het selecteren van de best passende copulafamilie. In de literatuur zijn opnieuw verschillende methodes bekend voor het nagaan van de beste fit (Eng. *goodness-of-fit*, GOF): GOF-maten, grafische technieken en formele GOF-testen. In dit werk wordt gewerkt met Akaike's informatie criterium, wat een GOF-maat is. De werken van Genest en Favre (2007) en Salvadori *et al.* (2007) kunnen geraadpleegd worden voor een volledig overzicht van de andere methodes.

Voor iedere copulafamilie en bijhorende copulaparameter θ wordt het Akaike's informatie criterium AIC berekend als volgt:

$$\text{AIC} = -2 \sum_{i=1}^N \ln(c(u_i, v_i)) + 2p , \quad (2.18)$$

met c de copuladichtheid en p het aantal gebruikte parameters, hier telkens gelijk aan één. Uit een gegeven set van kandidaat-copulafamilies wordt de familie met de laagste AIC-waarde geprefereerd.

2.2.5 Sampling algoritme

Na het parametriseren en selecteren van de copula, kunnen n (x, y) -koppels getrokken worden uit de copula. Het algoritme is tweeledig: het genereren van een koppel (u, v) door middel van de copula $C(u, v)$ en de transformatie van (u, v) naar (x, y) door gebruik te maken van de inverse marginale distributiefuncties. Om het paar (u, v) te genereren is de conditionele cumulatieve distributiefunctie (CCDF) van v gegeven $U = u$ of u gegeven $V = v$ nodig:

$$\begin{cases} H_{V|U}(v|u) = P[V \leq v|U = u] = \frac{\partial}{\partial u} C(u, v) \\ H_{U|V}(u|v) = P[U \leq u|V = v] = \frac{\partial}{\partial v} C(u, v) \end{cases} . \quad (2.19)$$

Merk op dat bovenstaande functies gelijk zijn aan respectievelijk $F_{Y|X}$ en $F_{X|Y}$. Algoritme 1 vat de gevolgde werkwijze samen. Een eerste getal z_1 wordt willekeurig getrokken uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$ en gelijkgesteld aan u . Een tweede getal z_2 , ook willekeurig getrokken uit $\mathbb{I}$, staat representatief voor de probabilliteit $H_{V|U}$. $H_{V|U}$ en u samen, maken de inverse bewerking van vergelijking (2.19) mogelijk zodat v berekend kan worden. Tot slot transformeren de inverse marginale distributiefuncties $F_X^{[-1]}$ en $F_Y^{[-1]}$ het koppel (u, v) naar het koppel (x, y) . Voorgaande procedure wordt herhaald tot er n koppels zijn gegenereerd.

Algoritme 1: Algoritme voor het genereren van n koppels (x, y) op basis van een bivariate copula.

Data: $H_{V|U}^{-1}$, $F_X^{[-1]}$, $F_Y^{[-1]}$

Resultaat: n koppels (x, y)

for $i \leftarrow 1, \dots, n$ **do**

Trek $z_{1,i}$ en $z_{2,i}$ elk uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$;

$u_i = z_{1,i}$;

$v_i = H_{V|U}^{-1}(z_{2,i}|u_i)$;

$x_i = F_X^{[-1]}(u_i)$;

$y_i = F_Y^{[-1]}(v_i)$;

end

2.3 Vine-copula's

2.3.1 Inleiding

In tegenstelling tot bivariate copula's blijft het aantal hydrologische onderzoeken die gebruikmaken van multivariate copula's eerder beperkt. Het beschouwen van meerdere dimensies verhoogt namelijk de complexiteit van de copulatheorie. Slechts een beperkt aantal multivariate copula's zijn beschreven in de literatuur. Zo bestaan er de multivariate uitbreidingen van de elliptische copula's (Fang *et al.*, 2002; Genest en Favre, 2007) en de Archimedische copula's (Embrechts *et al.*, 2003; Salvadori en De Michele, 2007), evenwel zijn ze beide beperkt in hun praktische mogelijkheden. Multivariate elliptische copula's zijn immers enkel in staat om symmetrische afhankelijkheden te modelleren en het aantal parameters verviervoudigt bovendien met het aantal beschouwde veranderlijken (Okhrin *et al.*, 2013). Multivariate Archimedische copula's beperken zich slechts tot het in kaart brengen van positieve afhankelijkheden, en alle onderlinge afhankelijkheden moeten gemodelleerd worden door één en dezelfde Archimedische bivariate copula (Nelsen, 1999).

Recent is echter een flexibele constructie geïntroduceerd die gebaseerd is op het koppelen van bivariate copula's: de vine-copula's (Bedford en Cooke, 2001, 2002; Aas *et al.*, 2009; Joe en Kurowicka, 2011). Reeds heel wat toepassingen van vine-copula's werden uitgewerkt zowel binnen de hydrologie (Vernieuwe *et al.*, 2015; Pham *et al.*, 2016, 2018), als buiten de hydrologie (Aas *et al.*, 2009; Nikoloulopoulos *et al.*, 2012; Brechmann en Czado, 2013).

2.3.2 Constructie

Bedford en Cooke (2001, 2002) introduceerden, gebaseerd op het werk van Joe (1997), een stapsgewijze constructie van multivariate dichtheidsfuncties met behulp van copulaparen. Het stapsgewijs mengen van deze bouwstenen is niets anders dan het schrijven van de multivariate dichtheidsfunctie als een product van bivariate copula's. Het groot arsenaal aan copulafamilies (zie Sectie 2.2.2) biedt zo de mogelijkheid om heel wat soorten afhankelijkheden te modelleren. Deze flexibiliteit in combinatie met hun simpliciteit, maakt dat vine-copula's de voorkeur genieten op de eerder vermelde multivariate uitbreidingen van copula's.

Beschouw n willekeurige veranderlijken $X_1, \dots, X_n$ met een gezamenlijke dichtheidsfunctie $f_{1\dots n}$, dan kan deze gefactoriseerd worden als volgt (*i.e.* vermenigvuldigingsregel):

$$f_{1\dots n}(x_1, \dots, x_n) = f_n(x_n) \cdot f_{n-1|n}(x_{n-1}|x_n) \cdot f_{n-2|(n-1)n}(x_{n-2}|x_{n-1}, x_n) \cdot \dots \cdot f_{1|2\dots n}(x_1|x_2, \dots, x_n). \quad (2.20)$$

Het mag duidelijk zijn dat deze uitdrukking slechts één mogelijke decompositie voorstelt. Iedere rangschikking van de veranderlijken geeft namelijk aanleiding tot een andere unieke uitdrukking.

Daarnaast beschrijft de Stelling van Sklar (1959) het fundamentele verband tussen een multivariate copula en een multivariate distributiefunctie: voor elke gezamenlijke cumulatieve distributiefunctie F met marginalen $F_1, \dots, F_n$ bestaat er een unieke n -dimensionale copula C zodat

$$F_{1\dots n}(x_1, \dots, x_n) = C_{1\dots n}(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) = C_{1\dots n}(u_1, \dots, u_n). \quad (2.21)$$

Afleiden van het linker- en rechterlid in bovenstaande vergelijking naar $X_1, \dots, X_n$ resulteert in

$$f_{1\dots n}(x_1, \dots, x_n) = c_{1\dots n}(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \cdot f_1(x_1) \cdot \dots \cdot f_n(x_n), \quad (2.22)$$

met $c_{1\dots n}$ de n -dimensionale copuladichtheid (Aas *et al.*, 2009).

In het bivariate geval leidt dit tot

$$f_{12}(x_1, x_2) = c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot f_1(x_1) \cdot f_2(x_2). \quad (2.23)$$

Voor een conditionele dichtheidsfunctie volgt zo dat:

$$f_{1|2}(x_1|x_2) = c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot f_1(x_1). \quad (2.24)$$

Merk op dat de tweede factor van vergelijking (2.20), $f_{n-1|n}$, ontleed kan worden in een copulapaar $c_{(n-1)n}$ en een marginale dichtheidsfunctie f_n (Aas *et al.*, 2009).

In het driedimensionale geval kan de conditionele dichtheidsfunctie, bijvoorbeeld $f_{1|23}$, op de volgende manier ontleed worden (zie Bijlage A voor een gedetailleerde uitwerking van vergelijking (2.25b) naar (2.25c) (De Michele *et al.*, 2007; Vandenberghe, 2012)):

$$f_{1|23}(x_1|x_2, x_3) = \frac{f_{123}(x_1, x_2, x_3)}{f_{23}(x_2, x_3)} \quad (2.25a)$$

$$= \frac{c_{123}(F_1(x_1), F_2(x_2), F_3(x_3)) \cdot f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3)}{c_{23}(F_2(x_2), F_3(x_3)) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3)} \quad (2.25b)$$

$$= \frac{c_{12|3}(F_{1|3}(x_1|x_3), F_{2|3}(x_2|x_3)) \cdot c_{13}(F_1(x_1), F_3(x_3)) \cdot c_{23}(F_2(x_2), F_3(x_3)) \cdot f_1(x_1)}{c_{23}(F_2(x_2), F_3(x_3))} \quad (2.25c)$$

$$= c_{12|3}(F_{1|3}(x_1|x_3), F_{2|3}(x_2|x_3)) \cdot c_{13}(F_1(x_1), F_3(x_3)) \cdot f_1(x_1). \quad (2.25d)$$

Een alternatieve ontleding van $f_{1|23}$ is verder (Aas *et al.*, 2009):

$$f_{1|23}(x_1|x_2, x_3) = c_{13|2}(F_{1|2}(x_1|x_2), F_{3|2}(x_3|x_2)) \cdot c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot f_1(x_1). \quad (2.26)$$

Ook de derde factor in vergelijking (2.20), $f_{n-2|(n-1)n}$, kan dus beschreven worden aan de hand van bivariate copulaparen. Een soortgelijke decompositie bestaat voor iedere term in vergelijking (2.20). Bijlage B illustreert dit ook voor het vierdimensionale geval. De algemene formule luidt:

$$f_{X|\mathbf{d}}(x|\mathbf{d}) = c_{Xd_j|\mathbf{d}_{-j}}(F_{X|\mathbf{d}_{-j}}(x|\mathbf{d}_{-j}), F_{d_j|\mathbf{d}_{-j}}(d_j|\mathbf{d}_{-j})) \cdot c_{X\mathbf{d}_{-j}}(F_X(x), F_{\mathbf{d}_{-j}}(\mathbf{d}_{-j})) \cdot f_X(x), \quad (2.27)$$

voor een r -dimensionale vector $\mathbf{d}$. d_j ($j = 1, \dots, r$) is een arbitrair gekozen element van $\mathbf{d}$, $\mathbf{d}_{-j}$ is een $(r - 1)$ -dimensionale vector gelijk aan vector $\mathbf{d}$ zonder het element d_j .

Het is duidelijk dat iedere multivariate dichtheidsfunctie kan uitgedrukt worden als een product van copulaparen, dat deze constructie iteratief van aard is en dat er verschillende decomposities bestaan (Aas *et al.*, 2009). Wanneer alle wederzijdse afhankelijkheden geconstrueerd zijn ten opzichte van éézelfde veranderlijke, wordt gesproken van een cano-nieke vine-copula of C-vine-copula (bijvoorbeeld in boom 1 van Figuur 2.2 worden alle afhankelijkheden beschouwd tegenover U_1 , in boom 2 tegenover $F_{2|1}$, enz., zie verder.). C-vine-copula's zijn speciale gevallen van de reguliere vine-copula's die alle mogelijke paarsgewijze decomposities voorstellen. Het fitten van een C-vine-copula kan voordelig zijn wanneer de interacties in de dataset gedomineerd worden door één bepaalde veranderlijke, de kernveranderlijke. In dit werk wordt daarom enkel gebruik gemaakt van dit type vine-copula's. De decompositie van een n -dimensionale dichtheidsfunctie corresponderend met een C-vine-copula wordt algemeen als volgt geformuleerd (Bedford en Cooke, 2001):

$$f_{1\dots n}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^n f_k(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{j(j+1)|1\dots j-1}(F_{j|1\dots j-1}(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}), F_{j+1|1\dots j-1}(x_{j+1}|x_1, \dots, x_{j-1})) . \quad (2.28)$$

Bovenstaande uitdrukking herleidt zich in het driedimensionale geval tot:

$$\begin{aligned} f_{123}(x_1, x_2, x_3) &= f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \\ &\quad \cdot c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot c_{13}(F_1(x_1), F_3(x_3)) \\ &\quad \cdot c_{23|1}(F_{2|1}(x_2|x_1), F_{3|1}(x_3|x_1)) . \end{aligned} \quad (2.29)$$

x_1 , x_2 en x_3 kunnen op zes wijzen gepermuteerd worden waarvan er drie unieke decomposities zijn.

In het vierdimensionale geval wordt de volgende uitdrukking bekomen:

$$\begin{aligned}
 f_{1234}(x_1, x_2, x_3, x_4) = & f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot f_3(x_3) \cdot f_4(x_4) \\
 & \cdot c_{12}(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot c_{13}(F_1(x_1), F_3(x_3)) \cdot c_{14}(F_1(x_1), F_4(x_4)) \\
 & \cdot c_{23|1}(F_{2|1}(x_2|x_1), F_{3|1}(x_3|x_1)) \cdot c_{24|1}(F_{2|1}(x_2|x_1), F_{4|1}(x_4|x_1)) \\
 & \cdot c_{34|12}(F_{3|12}(x_3|x_1, x_2), F_{4|12}(x_4|x_1, x_2)) .
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

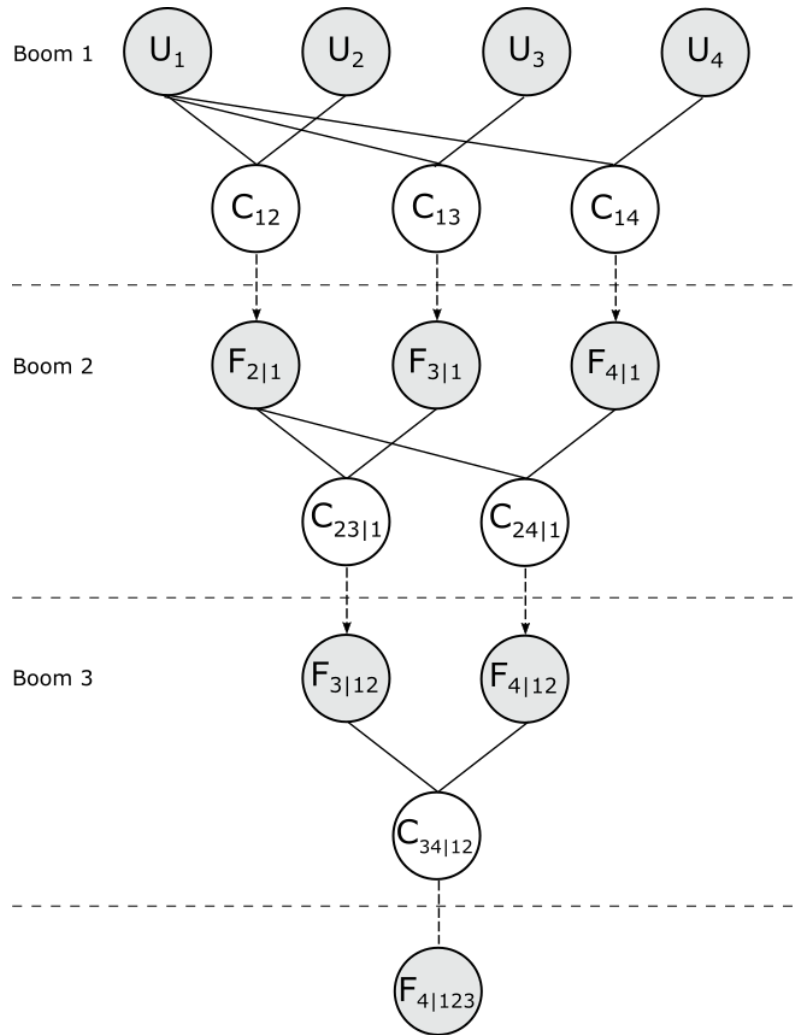
Hier kunnen in totaal twaalf verschillende C-vine-copula decomposities gevonden worden (Aas *et al.*, 2009).

Vandenberghe (2012) introduceerde een grafisch model, een verfijning van de weergave in Bedford en Cooke (2001, 2002), als visuele ondersteuning voor de decompositie van multivariate distributiefuncties zoals vergelijkingen (2.29) en (2.30). Het model creëert een kader om de gebruikte copula's in de decompositie gemakkelijk te achterhalen. Voor vergelijking (2.30) illustreert Figuur 2.2 dit grafisch model. Merk op dat gewerkt wordt met cumulatieve distributiefuncties en niet met dichtheidsfuncties zoals in bovenstaande formules.

In de eerste boom zijn vier willekeurige veranderlijken U_1 , U_2 , U_3 en U_4 uniform over $\mathbb{I}$, respectievelijk afkomstig van de veranderlijken X_1 , X_2 , X_3 en X_4 , weergegeven. Hun paarsgewijze afhankelijkheid wordt gevat door de bivariate copula's C_{12} , C_{13} en C_{14} . Om vervolgens over te gaan naar de bivariate copula's $C_{23|1}$ en $C_{24|1}$, zijn $F_{2|1}$, $F_{3|1}$ en $F_{4|1}$ nodig. Deze conditionele cumulatieve distributiefuncties kunnen gevonden worden door de bivariate copula's te conditioneren naar één specifieke veranderlijke (cfr. C-vine-copula) door partiële differentiatie, in de eerste boom is dit de kernveranderlijke U_1 (Joe, 1997). Merk op dat dit reeds werd gedefinieerd in Sectie 2.2.5 met vergelijking (2.19). Voor $F_{2|1}$ wordt dit:

$$F_{2|1}(x_2|x_1) = \frac{\partial C_{12}(F(x_1), F(x_2))}{\partial F(x_1)} . \tag{2.31}$$

Dit conditioneren is aangeduid met streepjeslijnen in Figuur 2.2 en leidt tot het begin van een nieuwe boom. $F_{2|1}$, $F_{3|1}$ en $F_{4|1}$ zijn immers opnieuw uniform verdeeld zodat $C_{23|1}$ en $C_{24|1}$ gevonden kunnen worden. Een soortgelijke bewerking kan uitgevoerd worden om $F_{3|12}$ en $F_{4|12}$ te verkrijgen uit $C_{23|1}$ en $C_{24|1}$, zodat ook de laatste copula $C_{34|12}$ uit vergelijking (2.30) opgesteld kan worden. Voor $F_{3|12}$ wordt dit:



Figuur 2.2: De hiërarchische nesting van bivariate copula's ter constructie van een vierdimensionale C-vine-copula.

$$F_{3|12}(x_3|x_1x_2) = \frac{\partial C_{23|1}(F_{2|1}(x_2|x_1), F_{3|1}(x_3|x_1))}{\partial F_{2|1}(x_2|x_1)}. \quad (2.32)$$

In Figuur 2.2 is ook $F_{4|123}$ reeds gegeven, aangezien deze functie in het sampling algoritme (zie verder) gebruikt zal worden.

Algemeen worden vergelijkingen (2.31) en (2.32) samengevat als (Joe, 1997):

$$F_{k|1\dots k-1}(x_k|x_1, \dots, x_{k-1}) = \frac{\partial C_{k(k-1)|1\dots k-2}(F_{k-1|1\dots k-2}(x_{k-1}|x_1, \dots, x_{k-2}), F_{k|1\dots k-2}(x_k|x_1, \dots, x_{k-2}))}{\partial F_{k-1|1\dots k-2}(x_{k-1}|x_1, \dots, x_{k-2})} \quad (2.33)$$

waarbij $C_{k(k-1)|1\dots k-2}$ een bivariate copula is.

Vergelijkingen (2.29) en (2.30) kunnen dus eenvoudig opgesteld worden door het tekenen van dergelijke boomstructuren. Het fitten en selecteren van de vine-copula vereenvoudigt zich uiteindelijk tot het fitten en selecteren van alle bivariate copula's waaruit de vine-copula is opgebouwd (zoals in Secties 2.2.4 en 2.2.3). Voor een driedimensionale vine-copula zoals in vergelijking (2.29) worden copulaparameters θ_{12} , θ_{13} en $\theta_{23|1}$ gezocht, voor vergelijking (2.30) zijn dit θ_{12} , θ_{13} , θ_{14} , $\theta_{23|1}$, $\theta_{24|1}$ en $\theta_{34|12}$. Deze vine-copula's worden beschouwd als optimaal, hoewel ze globaal gezien de gegevens niet per se het best beschrijven (Aas *et al.*, 2009; Nikoloulopoulos *et al.*, 2012).

2.3.3 Sampling algoritme

Na parametrisatie en selectie van desbetreffende copulafamilies kunnen m n -tuples $(x_1, \dots, x_n)$ getrokken worden uit de vine-copula. Net zoals in het bivariate geval is het algoritme tweeledig: het genereren van een n -tuple $(u_1, \dots, u_n)$ door middel van de vine-copula en de transformatie van $(u_1, \dots, u_n)$ naar $(x_1, \dots, x_n)$ door gebruik te maken van de empirische inverse marginale distributiefuncties (Bedford en Cooke, 2001, 2002; Aas *et al.*, 2009). Om n -tuples $(u_1, \dots, u_n)$ te genereren is wederom de conditionele cumulatieve distributiefunctie (CCDF) nodig zoals vergelijking (2.33). Analoog aan het bivariate geval wordt $F_{k|1\dots k-1}$ ook aangeduid als $H_{k|1\dots k-1}$.

Het algoritme start met het willekeurig trekken van $z_1, \dots, z_n$ uit $\mathbb{I}$. Een eerste getal z_1 wordt gelijkgesteld aan u_1 . Het tweede getal z_2 staat representatief voor de proba-

biliteit $H_{2|1}$. Op deze manier kan via de inverse bewerking $H_{2|1}^{-1}$ u_2 berekend worden. Vervolgens staat het derde getal z_3 representatief voor de probabilliteit $H_{3|12}$, zodat toepassen van de inverse bewerking $H_{3|12}^{-1}$ resulteert in u_3 . Voorgaande gaat door tot u_n gevonden is. Formulegewijs wordt dit:

$$\begin{aligned}
u_1 &= z_1 \\
u_2 &= H_{2|1}^{-1}(z_2|u_1) \\
u_3 &= H_{3|12}^{-1}(z_3|u_1, u_2) \\
&\dots \\
u_n &= H_{n|1\dots n-1}^{-1}(z_n|u_1, \dots, u_{n-1}).
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Tot slot transformeren de inverse empirische marginale distributiefuncties $F_1^{[-1]}, \dots, F_n^{[-1]}$ ($u_1, \dots, u_n$) naar $(x_1, \dots, x_n)$. Voorgaande procedure herhaalt zich tot het gewenste aantal te genereren n -tuples is bereikt.

Wanneer de conditionele veranderlijke univariaat is, stellen Aas *et al.* (2009) een extra notatie voor die het opschrijven van vine-copula sampling algoritmes vergemakkelijkt, nl. de notatie $h(\cdot)$. Voor het bivariate geval, en aldus vergelijking (2.19), wordt dit:

$$H_{v|u}(v|u) = \frac{\partial}{\partial u} C(u, v) = h(v, u, \theta). \tag{2.35}$$

De tweede veranderlijke stelt telkens de conditionele veranderlijke voor, θ de copulaparameter. Zo wordt de $H_{2|1}$ -distributiefunctie ook genoteerd als $h(u_2, u_1, \theta_{12})$.

Het trekken van (x_1, x_2, x_3, x_4) met marginalen (F_1, F_2, F_3, F_4) uit een C-vine-copula kan uitgeschreven worden in zes stappen, die gemakkelijk te volgen zijn door gebruik te maken van Figuur 2.2. Algoritme 2 vat de gevolgde werkwijze samen voor een n -dimensionale C-vine-copula.

1. Trek vier willekeurige getallen (z_1, z_2, z_3, z_4) uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$.
2. $u_1 = z_1$

3. $u_2 = H_{2|1}^{-1}(z_2|u_1)$ met

$$\begin{aligned}
 H_{2|1}(u_2|u_1) &= h(u_2, u_1, \theta_{12}) \\
 &= z_2 \\
 u_2 &= h^{-1}(z_2, u_1, \theta_{12}) .
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

4. $u_3 = H_{3|12}^{-1}(z_3|u_1, u_2)$ met

$$\begin{aligned}
 H_{3|12}(u_3|u_1, u_2) &= h(H_{3|1}, H_{2|1}, \theta_{23|1}) \\
 &= h(h(u_3, u_1, \theta_{13}), h(u_2, u_1, \theta_{12}), \theta_{23|1}) \\
 &= z_3 \\
 u_3 &= h^{-1}(h^{-1}(z_3, h(u_2, u_1, \theta_{12}), \theta_{23|1}), u_1, \theta_{13}) .
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

5. $u_4 = H_{4|123}^{-1}(z_4|u_1, u_2, u_3)$ met

$$\begin{aligned}
 H_{4|123}(u_4|u_1, u_2, u_3) &= h(H_{4|12}, H_{3|12}, \theta_{34|12}) \\
 &= h(h(H_{4|1}, H_{2|1}, \theta_{24|1}), h(H_{3|1}, H_{2|1}, \theta_{23|1}), \theta_{34|12}) \\
 &= h(h(h(u_4, u_1, \theta_{14}), h(u_2, u_1, \theta_{12}), \theta_{24|1}), \\
 &\quad h(h(u_3, u_1, \theta_{13}), h(u_2, u_1, \theta_{12}), \theta_{23|1}), \theta_{34|12}) \\
 &= z_4 \\
 u_4 &= h^{-1}(h^{-1}(h^{-1}(z_4, h(h(u_3, u_1, \theta_{13}), h(u_2, u_1, \theta_{12}), \theta_{23|1}), \theta_{34|12}), \\
 &\quad h(u_2, u_1, \theta_{12}), \theta_{24|1}), u_1, \theta_{14}) .
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

6. Eens (u_1, u_2, u_3, u_4) gesimuleerd is, kan (x_1, x_2, x_3, x_4) bekomen worden door gebruik te maken van de inverse marginale distributiefuncties,

$$\begin{aligned}
 x_1 &= F_1^{[-1]}(u_1) \\
 x_2 &= F_2^{[-1]}(u_2) \\
 x_3 &= F_3^{[-1]}(u_3) \\
 x_4 &= F_4^{[-1]}(u_4) .
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Algoritme 2: Algoritme voor het genereren van één n -tuple $(x_1, \dots, x_n)$ op basis van een C-vine-copula.

Data: $H_{k|1\dots k-1}$ en $F_k^{[-1]}$ voor $k = 1, \dots, n$

Resultaat: $(x_1, \dots, x_n)$

Trek $z_{1,i}, \dots, z_{n,i}$ uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$;

$u_1 = b_{1,1} = z_1$;

$x_1 = F_1^{[-1]}(u_1)$;

for $i \leftarrow 2, \dots, n$ **do**

$b_{i,1} = z_i$;

for $k \leftarrow i-1, \dots, 1$ **do**

$b_{i,k} = h^{-1}(b_{i,1}, b_{k,k}, \theta_{k,i-k})$

end

$u_i = b_{i,1}$;

$x_i = F_i^{[-1]}(u_i)$;

if $i \leq n$ **then**

for $j \leftarrow 1, \dots, i-1$ **do**

$b_{i,j+1} = h(b_{i,j}, b_{j,j}, \theta_{j,i-j})$;

end

end

end

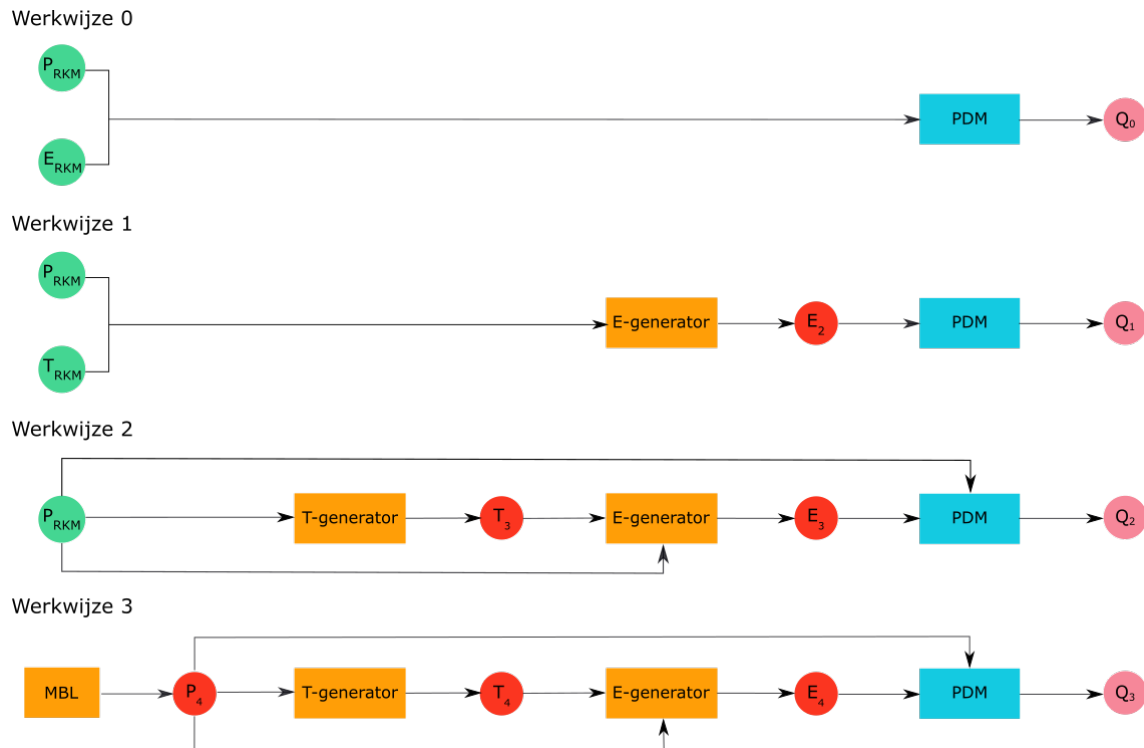
HOOFDSTUK 3

GEGEVENS EN METHODE

3.1 Inleiding

Nu de basis ter constructie van stochastische modellen met behulp van vine-copula's is gelegd, kan de toepassing ervan gekaderd worden binnen het praktijkgedeelte van dit werk. Dit hoofdstuk zet de volledige methode die werd voorgesteld in Pham *et al.* (2018) uiteen, maar dan toegepast op de huidige problematiek rond klimaatverandering. Er wordt bijgevolg een werkwijze geïntroduceerd voor het stochastisch genereren van gekoppelde neerslag-, temperatuur-, evaporatietijdreeksen voor toekomstige klimaatscenario's zodat deze van nut kunnen zijn in een toekomstig hydraulisch ontwerp. Concreet vertaalt dit zich in het genereren van een debietreeks voor tien verschillende klimaatdatasets (Tabel 3.1) op vier verschillende wijzen (Figuur 3.1). De klimaatdatasets verschillen in biascorrectiemethode, klimaatmodel en/of klimaatveranderingsscenario. De werkwijzen onderscheiden zich van elkaar in de gebruikte stochastische modellen. Deze elementen worden hieronder kort ingeleid.

Globale klimaatverandering, met in het bijzonder de invloed van toenemende broeikasgasconcentraties op atmosferische temperatuur, wordt onderzocht op basis van klimaatprojecties afkomstig van globale klimaatmodellen (GKM). De resolutie van deze projecties situeert zich typisch rond 100 à 200 km. Om de lokale impact van het veranderende klimaat in te schatten, is echter een model met meer detail of een hogere resolutie noodzakelijk, namelijk een regionaal klimaatmodel (RKM) (Grotch en MacCracken, 1991; Salathé, 2003; Fowler *et al.*, 2007; Meehl *et al.*, 2007). Zo'n gedetailleerd, regionaal klimaatmodel wordt gekoppeld aan een globaal klimaatmodel en zoomt als het ware in op een bepaalde regio. Het gebruikte, regionaal klimaatmodel in dit werk is de recentste versie van het *Consortium for Small-Scale Modelling in climate mode* (COSMO) model ontwikkeld door de *Deutsche Wetterdienst* en uitgebreid door de *Climate Limited-area Modelling* (CLM) gemeenschap (Steppeler *et al.*, 2003; Rockel *et al.*, 2008; Will *et al.*, 2017). Verder wordt hiernaar ver-



Figuur 3.1: Schematisch overzicht van de vier werkwijzen waarmee een debietreeks (Q) wordt gegenereerd op basis van neerslag (P), temperatuur (T) en evaporatie (E). Cirkels stellen gegevens voor en rechthoeken modellen. Werkwijzen 0–2 starten vanuit de biasgecorrigeerde reeksen van het regionale klimaatmodel (X_{RKM}). Groen refereert naar een klimaatreeks, oranje naar een stochastische model, blauw naar het neerslag-afvoermodel, rood naar een stochastisch gegenereerde reeks en roze naar een afvoerreeks.

Tabel 3.1: Overzicht van de verschillende klimaatdatasets of regionale klimaatmodelsimulaties die gebruikt worden in dit werk. GKM duidt aan welk globaal klimaatmodel de randvoorwaarden voor het regionaal klimaatmodel, COSMO-CLM, aanlevert. De periode maakt onderscheid tussen de historische en toekomstige gegevens, het emissiescenario duidt aan vanuit welk klimaatveranderingsscenario's gestart wordt en biascorrectie geeft ten slotte aan welke techniek is toegepast.

	Dataset	GKM	Periode	Emissiescenario	Biascorrectie
1		CNRM-CM5	1961–1990	-	CDFM
2		CNRM-CM5	2071–2100	RCP 4.5	BC1
3		CNRM-CM5	2071–2100	RCP 4.5	BC2
4		CNRM-CM5	2071–2100	RCP 8.5	BC1
5		CNRM-CM5	2071–2100	RCP 8.5	BC2
6		MPI-ESM	1961–1990	-	CDFM
7		MPI-ESM	2071–2100	RCP 4.5	BC1
8		MPI-ESM	2071–2100	RCP 4.5	BC2
9		MPI-ESM	2071–2100	RCP 8.5	BC1
10		MPI-ESM	2071–2100	RCP 8.5	BC2

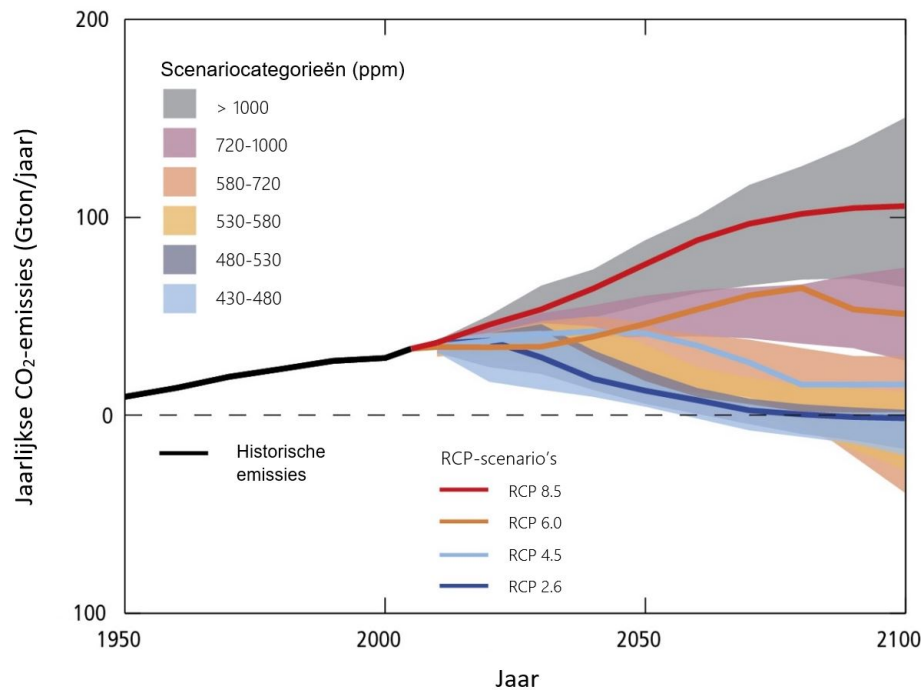
wezen als COSMO-CLM. De randvoorwaarden voor dit regionaal klimaatmodel worden achtereenvolgens bepaald door twee globale klimaatmodellen: *Climate Model 5.1* van het *Centre National de Recherches Météorologiques* (CNRM-CM5) (Voldoire *et al.*, 2013) en het *Max-Planck-Institute Earth System Model* (MPI-ESM) (Giorgetta *et al.*, 2013).

Toekomstig klimaatonderzoek vereist zowel modelsimulaties voor een historische als voor een toekomstige periode. Het IPCC maakt onderscheid tussen vier toekomstige scenario's van antropogene broeikasgasconcentraties of *Representative Concentration Pathways* (RCPs), namelijk RCP 2.6, RCP 4.5, RCP 6.0 en RCP 8.5 (IPCC, 2014a). Hierbij stemmen de getallen 2.6, 4.5, 6.0 en 8.5 overeen met het bereik die de nettostraling in 2100 relatief aanneemt tegenover de pre-industriële waarden (1986–2005), bijvoorbeeld $+4.5 \text{ W/m}^2$ voor RCP 4.5. De broeikasgasconcentraties evolueren zoals weergegeven in Figuur 3.2. De eerste, RCP 2.6 (donkerblauwe lijn), veronderstelt ambitieuze emissiereducties waarbij een verminderd oliegebruik, gereduceerde methaanuitstoot, stagnatie van de wereldpopulatie, enz. vereist zijn. De CO_2 -emissies bereiken een maximum in 2025, gevolgd door een afname tegen het einde van de eeuw. RCP 4.5 (lichtblauwe lijn) veronderstelt intermediaire emissies als gevolg van doorgedreven herbebossingsprogramma's, een streng kli-

maatbeleid, stabiele methaanemissies en een afname in landgebruik. Dit resulteert in een CO₂-emissiepiek rond 2040, gevolgd door een graduele stabilisatie. Ook RCP 6.0 (oranje lijn) is een intermediair emissiescenario, maar de inspanningen zijn meer bescheiden. De laatste, RCP 8.5 (rode lijn), staat representatief voor een toekomst zonder enige poging tot emissiereducties en wordt gekarakteriseerd door een sterke toename in CO₂-uitstoot gedurende de volledige eeuw. Complementair hieraan onderscheidde het IPCC zeven categorieën die elk representatief staan voor een bepaald bereik aan CO₂-equivalenten¹ in 2100 uitgedrukt in ppm. Wordt vervolgens voor elke categorie een verzameling van modellen uitgevoerd, dan resulteert het weergeven van de 5 % tot 95 % intervallen voor de jaarlijkse CO₂-emissies in de gekleurde banden van Figuur 3.2. In dit werk worden de modelresultaten voor een historische periode (1961–1990) en toekomstige periode (2071–2100) met RCP 4.5 en RCP 8.5 bestudeerd (Tabel 3.1).

Hoewel onderzoekers erin slagen om zinvolle klimaatsimulaties aan te leveren, wijken hydrologische componenten, zoals oppervlakte-afvoer, sterk af van de observaties (Hagemann *et al.*, 2004; van den Hurk *et al.*, 2005; Teutschbein en Seibert, 2010) waardoor deze niet rechtstreeks gebruikt kunnen worden in impactstudies (Bergström *et al.*, 2001; Graham *et al.*, 2007a,b). RKM-gesimuleerde klimaatveranderlijken, zoals neerslag en evaporatie, laten via hydrologische modellen echter toe om tot behoorlijke debietsimulaties te komen. Niettemin blijven ook deze klimaatveranderlijken, evenwel in mindere mate, onderhevig aan een systematische afwijking (Varis *et al.*, 2004; Christensen *et al.*, 2008; Teutschbein en Seibert, 2010) door (1) onvolledige beschrijving van bepaalde processen zoals bijvoorbeeld wolkenvorming, (2) onnauwkeurige parametrisatie, (3) discretisatie, (4) fouten afkomstig van het GKM en (5) een beperkte spatiale resolutie (Frei *et al.* (2003); Hagemann *et al.* (2004); Fowler en Ekström (2009); Piani *et al.* (2010); enz.). Deze systematische afwijking of bias wordt ook gedefinieerd als het verschil tussen observaties enerzijds, en simulaties van het RKM anderzijds, voor éénzelfde periode. Het is aan te raden deze bias weg te werken door de klimaatsimulaties aan te passen aan lokale observaties, *i.e.* het toepassen van een biascorrectie. Deze techniek wordt beschouwd als essentieel in klimaatveranderingsstudies (Ehret *et al.*, 2012; Muerth *et al.*, 2013; Seneviratne *et al.*, 2012; Teutschbein en Seibert, 2013). Door de jaren heen zijn biascorrectiemethodes geëvolueerd van simpele tijdgemid-

¹Een CO₂-equivalent is de meeteenheid gebruikt om het opwarmend vermogen van broeikasgassen weer te geven. CO₂ is het referentiegas waartegen andere broeikasgassen gemeten worden. Voor éénzelfde massa gas is het opwarmend vermogen van CH₄ bijvoorbeeld 25 keer hoger dan dat van CO₂ en dus stemt 1 ton CH₄ overeen met 25 ton CO₂-equivalenten (Pachauri *et al.*, 2014).



Figuur 3.2: CO₂-emissies [Gton/jaar] volgens de *Representative Concentration Pathways* (RCP) (lijnen) en de geassocieerde scenariocategorieën gebruikt in de derde werkgroep van het IPCC (gekleurde gebieden). Deze categorieën vatten het groot bereik (5 % tot 95 %) aan emissiescenario's gepubliceerd in wetenschappelijke literatuur samen en zijn gedefinieerd op basis van de CO₂-equivalente concentratieniveaus in 2100 in ppm (IPCC, 2014a).

delde correcties van neerslag en temperatuur, tot meer vooruitstrevende methodes die ook hogere orde statistische momenten aanpassen voor veranderlijken zoals straling, vochtigheidsgraad en windsnelheden (Haddeland *et al.*, 2012). Een meer uitvoerige oplijsting van het aanbod aan biascorrectiemethodes kan gevonden worden in Themeßl *et al.* (2011). Over het algemeen wordt in de literatuur beschreven dat distributiegebaseerde methodes, zoals *CDF-matching*, de beste resultaten leveren (Themeßl *et al.*, 2011; Teutschbein en Seibert, 2012). In dit werk worden daarom de toekomstige klimaatprojecties gecorrigeerd aan de hand van twee methodes die steunen op deze techniek. Niettegenstaande de meeste onderzoeken zich toespitsen op de impact van biascorrecties op neerslag en temperatuur, zal hier het effect op de gegenereerde debieten bestudeerd worden zoals ook enkelingen in de literatuur dit onderzocht hebben (Chen *et al.*, 2013; Teutschbein en Seibert, 2012; Teng *et al.*, 2015). Nodige gegevens voor de biascorrectie zijn observaties en historische klimaat simulaties. Ook deze laatste ondergaan een simpele *CDF-matching*.

Vervolgens vindt voor iedere dataset de kalibratie van de stochastische modellen plaats, aansluitend worden de verschillende werkwijzen doorlopen (Figuur 3.1). De T- en E-

generatoren zijn geconstrueerd op basis van vine-copula's. Stochastisch gemodelleerde neerslag wordt bekomen met het gewijzigde Bartlett-Lewis-model (MBL) (Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1987) en debietmodellering komt tot stand met het *Probability Distributed Model* (PDM, Moore (2007)). Met behulp van de vine-copula's wordt getracht de afhankelijkheid tussen neerslag, temperatuur en evaporatie te waarborgen. De keuze voor het MBL-model stoelt op het feit dat slechts een klein aantal parameters nodig is om dit model te beschrijven waardoor kalibratie vereenvoudigt (Verhoest *et al.*, 2010). Daarnaast bewees het model reeds zijn succes in verschillende onderzoeken (Rodríguez-Iturbe *et al.* (1987); Onof en Wheeler (1993); Verhoest *et al.* (1997); Smithers *et al.* (2002); enz.). Wilks en Wilby (1999) maakten een overzicht van andere bestaande stochastische neerslagmodellen. Wat debietmodellering betreft, wordt PDM gekozen omwille van zijn operationele toepasbaarheid. Dit model wordt o.a. door de Vlaamse Milieumaatschappij gebruikt (Cabus, 2008). Het is niet de bedoeling het beste neerslag-afvoermodel voorhanden te gebruiken. Een balans opmaken van de invloed van alternatieve realisaties van neerslag, temperatuur en evaporatie op debietwaarden, volstaat.

Het genereren van een debietreeks wordt telkens bekomen door het aandrijven van het PDM met een neerslag- en evaporatiereeks. De oorsprong van deze veranderlijken verschilt echter over de werkwijzen heen (Figuur 3.1). In werkwijze 0, de referentiesituatie, worden geen stochastische modellen gebruikt. De debietreeks resulteert puur uit de biasgecorrigeerde neerslag- en evaporatiereeks. In werkwijze 1 wordt vervolgens de evaporatiereeks gesimuleerd op basis van de gecorrigeerde neerslag- en temperatuurreeks met de evaporatiegenerator, een vine-copula. De bekomen evaporatiereeks en de gecorrigeerde neerslagreeks leiden via PDM tot een tweede soort debietreeks. Twintig herhalingen brengen de stochasticiteit van deze werkwijze in kaart. In werkwijze 2 wordt de temperatuur stochastisch benaderd op basis van de gecorrigeerde neerslagreeks met de temperatuurgenerator, opnieuw een vine-copula. Ook deze stochastische stap wordt twintig keer uitgevoerd. Het vervolg loopt analoog aan werkwijze 1. Werkwijze 3 ten slotte laat alle originele reeksen los en gebruikt het MBL-model om een stochastische neerslagreeks te genereren, ook deze stap wordt twintig keer herhaald. Werkwijzen 0–3 geven zo aanleiding tot respectievelijk 1, 20, 400 en 8000 debietreeksen.

De lengte van de debietreeks beperkt zich voor werkwijzen 0–2 tot de lengte van de inputgegevens. Werkwijze 3 daarentegen is in staat reeksen te simuleren voor een tijdvenster naar wens gezien alle veranderlijken stochastisch benaderd worden. Deze werkwijze is dus een

vertaling van het beoogde doel: het genereren van lange tijdreeksen zodat weinig frequente gebeurtenissen of extremen bestudeerd kunnen worden ten voordele van het hydraulisch ontwerp. Ter illustratie wordt voor elke dataset een 100-jarige debietreeks gesimuleerd. Werkwijzen 0–2 dienen dus voornamelijk om de onzekerheid op de modeloutput na te gaan. Op deze manier wordt enkel toegespitst op de onzekerheid veroorzaakt door het stochastisch beschouwen van de drie veranderlijken. Het kwantificeren van het relatieve aandeel van elk aspect in de modelketen op de onzekerheid ligt buiten de doelstelling van dit werk.

Samengevat verzekert de voorgestelde methodologie (1) het verwijderen van de bias van de RKM-datasets, (2) het behouden van de wederzijdse afhankelijkheden en (3) het modelleren van het extreem gedrag van de stochastische veranderlijken. Op deze manier kan hydraulisch ontwerp gebaseerd worden op de extremen van de gegenereerde debietreeksen in de toekomst.

In het vervolg van dit hoofdstuk worden bovenstaande datasets en werkwijzen volledig toegelicht: Sectie 3.2 introduceert zowel observaties als klimaatgegevens, Sectie 3.3 schetst de gegevensvoorbereiding waaronder de biascorrectiemethoden, Sectie 3.4 zet alle gebruikte modellen uiteen en Sectie 3.5 overloopt ten slotte hoe de resultaten en modellen zullen worden geëvalueerd om te peilen naar de invloed van de verschillende werkwijzen op de resulterende extreme debieten.

3.2 Gegevens

3.2.1 Observaties

Als observaties wordt een tijdreeks (1961–1990, origineel 1931–2002) gemeten door het Koninklijk Meteorologisch Instituut te Ukkel (50.80 °NB, 4.34 °OL) gebruikt. De site is gelegen op een heuvel ten zuiden van Brussel in een geurbaniseerde regio die gekenmerkt wordt door een mild en vochtig klimaat. De tijdreeks omvat neerslag, gemiddelde temperatuur en evaporatie op dagelijks niveau. De neerslaggegevens zijn origineel afkomstig van een 105-jarige 10-minutenreeks verkregen met een Hellman-Fuess pluviograaf (Démarrée, 2003). Het minimaal detecteerbaar neerslagvolume bedraagt 0.1 mm. Deze tijdreeks is een uniek gegeven binnen de hydrologie door haar lengte enerzijds en haar consistentie anderzijds (Ntegeka en Willems, 2008). De evaporatiereeks werd afgeleid met behulp van

de Penman-Monteith vergelijking door gebruik te maken van ter plaatse gemeten veranderlijken.

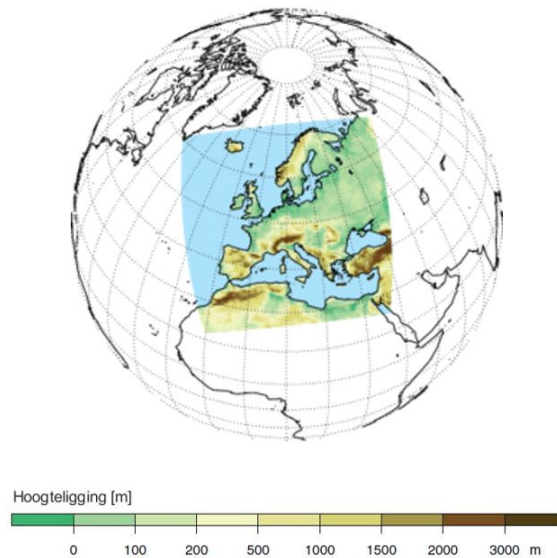
3.2.2 Klimaatgegevens

Het regionaal klimaatmodel, COSMO-CLM, is uitvoerig uiteengezet in Steppeler *et al.* (2003); Rockel *et al.* (2008); Will *et al.* (2017) maar kan kort omschreven worden als een model dat concepten rond zee-ijs, oceaan, atmosfeer, bodem, landoppervlak en meren integreert. Het domein waarvoor het model is opgesteld, wordt weergegeven in Figuur 3.3, de resolutie bedraagt 0.11° of 12 km. De hydrologisch relevante veranderlijken, neerslag, temperatuur en evaporatie, voor de gridcel die Ussel omvat, worden verkregen op dagelijks niveau en vormen het uitgangspunt van dit werk.

Herinner dat het gebruik van een regionaal klimaatmodel randvoorwaarden van een globaal klimaatmodel vereist, hier CNRM-CM5 en MPI-ESM. CNRM-CM5 koppelt een atmosferisch, oceaan-, landoppervlakte- en zee-ijsmodel (Voldoire *et al.*, 2013). Evaluatie van dit model toont aan dat temperatuurwaarden voor West-Europa in de wintermaanden een afwijking van maximaal -2°C vertonen ten aanzien van de geobserveerde CRU2-dataset (Mitchell en Jones, 2005). In de zomermaanden is de afwijking verwaarloosbaar klein, namelijk tussen -1°C en 1°C . Dagelijkse neerslagwaarden wijken maximum af met ± 1 mm per dag ten aanzien van de geobserveerde GPCP-dataset (Adler *et al.*, 2003; Schneider *et al.*, 2008). Verder werd ook gerapporteerd dat de evapotranspiratie over het algemeen wordt overschat (Voldoire *et al.*, 2013).

MPI-ESM koppelt op zijn beurt atmosfeer, oceaan en landoppervlakte (Giorgetta *et al.*, 2013). Evaluatie van dit model voor West-Europa door Hagemann *et al.* (2013) leert dat dagelijkse neerslagwaarden slechts maximum $+1$ mm per dag afwijken. Daarnaast vertonen temperatuurwaarden een afwijking van maximaal $+2^\circ\text{C}$ in winter, lente en herfst. Tijdens de zomer is het omgekeerde waar te nemen. De resultaten werden vergeleken met de WATCH-dataset van Weedon *et al.* (2011). Voor temperatuur is deze dataset een combinatie van de geobserveerde ERA40- (Uppala *et al.*, 2005) en CRU2-dataset, voor neerslag van de ERA40- en de GPCP-dataset. Evaporatie werd niet expliciet geëvalueerd voor West-Europa.

De historische periode start op 1 januari 1961 en eindigt 31 december 1990, de toekomstige klimaatprojecties lopen van 1 januari 2071 tot en met 31 december 2100, of 31 december



Figuur 3.3: Het domein waarvoor het COSMO-CLM-model is opgesteld, omsluit bij benadering de regio tussen $22^{\circ}\text{WL} - 45^{\circ}\text{OL}$ en $27^{\circ}\text{NB} - 72^{\circ}\text{NB}$. Figuur afkomstig van <https://www.clm-community.eu/>.

2170 voor de 100-jarige simulaties. Deze keuze verzekert overlap tussen alle gebruikte datasets (Ukkel en RKM) en zorgt dat verleden en toekomst in de huidige tijdgeest wel degelijk verleden en toekomst zijn.

3.3 Gegevensvoorbereiding

3.3.1 Biascorrectie

In wat volgt worden biascorrectie 1 (BC1) en biascorrectie 2 (BC2) beschreven. Net zoals de Wereld Meteorologische Organisatie adviseert, worden de klimatologische statistieken in dit werk berekend op maandelijks niveau (Trewin, 2007). De biascorrecties worden dus telkens per maand uitgevoerd. Op deze manier is het tijdvenster lang genoeg zodat redelijke schattingen van de distributiefuncties gemaakt kunnen worden, gegeven de natuurlijke intrinsieke variabiliteit, en kunnen de statistische karakteristieken toch stationair worden verondersteld (Salvadori en De Michele, 2006; Pierce *et al.*, 2015). Deze keuze kan evenwel leiden tot sprongen tussen twee opeenvolgende maanden (Muerth *et al.*, 2013), al weegt dit nadeel niet op tegen het feit dat zonder maandelijkse opsplitsing seizoenaliteit niet in rekening zou worden gebracht.

3.3.1.1 Biascorrectie 1

Cumulatieve Distributiefunctie *Matching* (CDFM) of *quantile mapping* is een simpele biascorrectietechniek alomtegenwoordig in de literatuur (Li *et al.*, 2010; Piani *et al.*, 2010; Wang en Chen, 2013). De algemene formule luidt:

$$x_H = F_{OC}^{-1}(F_G(x)) . \quad (3.1)$$

x_H staat voor de herschaalde of gecorrigeerde veranderlijke, F_{OC} voor de cumulatieve distributiefunctie van de observatiereeks, *i.e.* de Ukkeltijdreeks, in de historische periode of controleperiode en F_G voor de cumulatieve distributiefunctie van de GKM/RKM-gesimuleerde reeks. Deze procedure past dus de gehele distributie van de gemodelleerde data aan, aan deze van de observaties. Het feit dat alle kwantielen worden gecorrigeerd, maakt dat deze methode de voorkeur geniet wanneer extreme gebeurtenissen het studieonderwerp vormen (Li *et al.*, 2010; Themeßl *et al.*, 2011). De CDF's kunnen zowel empirisch als theoretisch benaderd worden. In de literatuur worden voor beide werkwijzen aanhangers gevonden (Li *et al.*, 2010; Teutschbein en Seibert, 2012, 2013; Gutjahr en Heinemann, 2013), wat suggereert dat het verschil slechts marginaal is (Chen *et al.*, 2013; Teng *et al.*, 2015). In dit werk wordt gekozen voor de empirische en dus niet-parametrische configuratie.

Door gebruik te maken van vergelijking (3.1) wordt verondersteld dat de distributiefunctie van de klimaatsimulaties dezelfde moet zijn als deze van de observaties. Deze assumptie, ook aangeduid als het stationair zijn van de distributiefunctie, houdt steek wanneer de simulaties van de historische periode worden gecorrigeerd, maar wordt naar alle waarschijnlijkheid geschonden wanneer gekeken wordt naar toekomstige periodes. Er wordt verwacht dat onder het veranderend klimaat de distributiefunctie wijzigt, met in het bijzonder de hogere orde momenten en/of extremen (Trenberth *et al.*, 2003; Meehl *et al.*, 2007). Het negeren van deze wijzigingen kan zo ongewenst resulteren in een onderschatting van toekomstige extremen. Li *et al.* (2010) ontwikkelden een geavanceerde CDF-*matching*, genaamd Equidistante Cumulatieve Distributiefunctie *Matching* (EDCDFM), die tegemoet komt aan bovenstaand probleem:

$$x_{HGT} = x_{OGT} + F_{OC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT})) - F_{OGC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT})) , \quad (3.2)$$

met x_{HGT} de herschaalde of gecorrigeerde GKM/RKM-simulatie voorstelt in de toekomst, x_{OGT} de originele GKM/RKM-simulatie in de toekomst, x_{OGC} de originele GKM/RKM-simulatie in de controleperiode, F_{OGT} de cumulatieve distributiefunctie van de originele GKM/RKM-gesimuleerde reeks in de toekomst en F_{OGC} de cumulatieve distributiefunctie van de originele GKM/RKM-gesimuleerde reeks voor de controle periode. Tabel 3.2 geeft een overzicht van de gebruikte subscripts die refereren naar de verschillende reeksen. Deze correctie veronderstelt dat de afwijking tussen de observatiewaarden en de historische GKM/RKM-simulaties met dezelfde probabiliteit, $F_{OC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT})) - F_{OGC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT}))$, dezelfde blijft in de toekomst. Li *et al.* (2010) en Srivastav *et al.* (2014) toonden aan dat in vergelijking met de originele CDF-*matching* deze techniek tot betere resultaten leidt. De temperatuurreeksen worden in dit werk gecorrigeerd op basis van deze methode.

Toepassing van EDCDFM op neerslag- en evaporatiegegevens levert echter geen gewenste resultaten want wanneer $x_{OGT} + F_{OC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT}))$ kleiner is dan $F_{OGC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT}))$, leidt dit tot een negatief gecorrigeerde waarde (Wang en Chen, 2013). Zowel Wang en Chen (2013) als Pierce *et al.* (2015) opperden zo om de afwijking tussen observatiewaarden en GKM/RKM-resultaten in rekening te brengen met een multiplicatieve factor in plaats van een additieve term zoals in EDCDFM. Wang en Chen (2013) bedachten zo de Equiratio Cumulatieve Distributiefunctie *Matching* (ERCDFM) methode gedefinieerd als volgt:

$$x_{HGT} = x_{OGT} \cdot \frac{F_{OC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT}))}{F_{OGC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT}))}. \quad (3.3)$$

ERCDFM gaat er dus vanuit dat de multiplicatieve term, de verhouding tussen observaties en klimaatsimulaties, hetzelfde blijft in de toekomst. Wang en Chen (2013) argumenteerden dat de performantie van ERCDFM vergelijkbaar is voor verschillende GKM's. Dit toont de robuustheid aan van deze methode.

Toch adresseerde Pham (2016) nog een belangrijke tekortkoming m.b.t. het toepassen van ERCDFM voor dagelijkse neerslag- en evaporatiegegevens. De frequentie van dagen zonder neerslag of evaporatie voor de toekomstige periode blijft namelijk hetzelfde voor de controleperiode, wat in werkelijkheid niet per se het geval is. Figuur 3.4 illustreert de bewerking in de teller van vergelijking (3.3). Elke waarde x_{OGT} waarvoor $F_{OGT}(x_{OGT})$ kleiner is dan $f_r^* = F_{OC}(x_{OC-droog})$ wordt nul door toepassen van $F_{OC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT}))$. De volledige vergelijking (3.3) brengt x_{HGT} zo naar nul. In het werk van Pham (2016)

Tabel 3.2: Overzicht van de gebruikte subscripts refererend naar de verschillende gebruikte reeksen.

Afkorting	Betekenis
OC	Observaties in de Controleperiode
OGC	Originele GKM/RKM-simulaties in de Controleperiode
OGT	Originele GKM/RKM-simulaties in de Toekomst
HGC	Herschaalde GKM/RKM-simulaties in de Controleperiode
HGT	Herschaalde GKM/RKM-simulaties in de Toekomst

wordt daarom vóór het corrigeren van neerslag en evaporatie via ERCDFM een frequentiecorrectie toegepast. Een dag zonder neerslag of evaporatie wordt gedefinieerd als een dag met een waarde kleiner dan 0.1 mm (in consistentie met de meetnauwkeurigheid van de Ukkeltijdreeks). Evenwel dient vermeld te worden dat evaporatie in klimaatmodellen in principe negatieve waarden kan aannemen, dit wordt voor de eenvoud buiten beschouwing gelaten. De toekomstige frequentie van dagen zonder neerslag of evaporatie wordt berekend als volgt:

$$f_{r,HGT} = f_{r,OGT} \cdot \frac{f_{r,OC}}{f_{r,OGC}}, \quad (3.4)$$

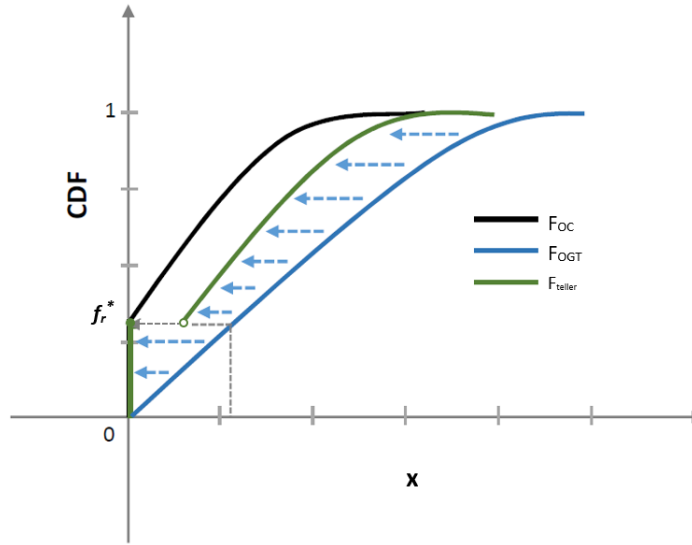
met f_r de frequentie van dagen zonder neerslag of evaporatie berekend als het aantal dagen zonder neerslag of evaporatie gedeeld door het totaal aantal dagen in de beschouwde periode. De procedure eindigt met het toevoegen of verwijderen van Δn dagen zonder neerslag of evaporatie in de toekomstige datareeks:

$$\Delta n = n_{OGT} (f_{r,HGT} - f_{r,OGT}), \quad (3.5)$$

met n_{OGT} het aantal dagen in de beschouwde toekomstig periode.

Toevoegen van dagen zonder neerslag of evaporatie

Is Δn positief, dan moeten Δn dagen met neerslag of evaporatie vervangen worden door dagen zonder neerslag of evaporatie. Het is echter niet gewenst om extreme gebeurtenissen te verwijderen. Er bestaan verschillende manieren om hieraan tegemoet te komen: b.v.



Figuur 3.4: De cumulatieve distributiefunctie van de observaties in de controleperiode F_{OC} en de originele GKM/RKM-simulaties in de toekomst F_{OGT} geven na de bewerking $F_{OC}^{-1}(F_{OGT}(x_{OGT}))$ aanleiding tot de aangepaste, groene distributiefunctie F_{teller} . Elke waarde x_{OGT} waarvoor $F_{OGT}(x_{OGT})$ kleiner is dan $f_r^* = F_{OC}(x_{OC-droog})$ wordt nul.

enkel vervanging van dagen met neerslag of evaporatie voor waarden kleiner dan een bepaalde grenswaarde of een bepaald percentage aan extreme waarden buiten beschouwing laten tijdens de procedure, enz. (Ntegeka *et al.*, 2014). In dit werk wordt gebruik gemaakt van een statistisch selectieproces gebaseerd op een triangulaire distributiefunctie voorgesteld in Pham (2016). Op die manier wordt de voorkeur gegeven aan het verwijderen van dagen met een lage neerslag- of evaporatiewaarde terwijl waarden boven een bepaalde grenswaarde x_{gw} worden gevrijwaard. De verdeling wordt gevormd door drie parameters, de benedengrens a , de bovengrens b en de mode g , hier:

$$\begin{cases} a = g = 0 \\ b = F_{OGT}(x_{gw}|x \geq 0.1) = 0.9 \end{cases}, \quad (3.6)$$

met $F_{OGT}(x|x \geq 0.1)$ de CDF van de dagen waar $x \geq 0.1$ mm. De CDF van de triangulaire distributiefunctie A (zie Figuur 3.5a) wordt zo:

$$A(y) = \begin{cases} 1 - \frac{(b-y)^2}{b^2} & , \text{als } 0 \leq y < b \\ 1 & , \text{als } b \leq y \end{cases}. \quad (3.7)$$

Toevoegen van dagen zonder neerslag of evaporatie verloopt via de volgende stappen (Figuur 3.5, Algoritme 3):

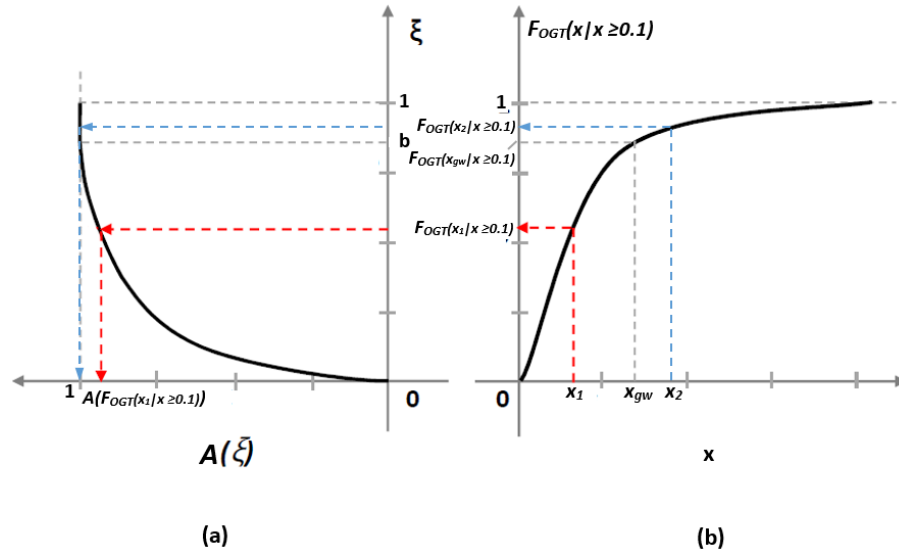
1. Selecteer een willekeurige dag d waarvoor $x \geq 0.1$ met corresponderende probabiliteit $\xi = F_{OGT}(x|x \geq 0.1)$ en trek een getal k uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$.
2. Als $A(\xi) < k$, ken dan een getal getrokken uit een uniforme distributie over $[0, 0.1]$ toe aan dag d , *i.e.* een dag met neerslag of evaporatie wordt vervangen door een dag zonder neerslag of evaporatie met een waarde willekeurig getrokken uit $[0, 0.1]$. Deze stap verzekert dat de neerslag of evaporatie van dagen met een lage waarde een grotere kans hebben om vervangen te worden dan deze van dagen met een hoge waarde.
3. Als $A(\xi) > k$, keer dan terug naar stap 1.

Figuur 3.5 werkt bovenstaande beschrijving uit voor x_1 en x_2 . x_1 is kleiner dan x_{gw} waardoor $F_{OGT}(x_1|x \geq 0.1)$ kleiner is dan 0.9 en $A(\xi) = A(F_{OGT}(x_1|x \geq 0.1))$ kleiner dan 1. De vervanging van x_1 hangt dus af van het getal k . x_2 daarentegen is groter dan x_{gw} waardoor $F_{OGT}(x_2|x \geq 0.1)$ groter is dan 0.9 en $A(\xi) = A(F_{OGT}(x_2|x \geq 0.1))$ gelijk aan 1 en dus groter dan k . x_2 , representatief voor een extreme gebeurtenis, wordt dus niet vervangen.

Verwijderen van dagen zonder neerslag of evaporatie

In het geval dat Δn negatief is, moeten $|\Delta n|$ dagen zonder neerslag of evaporatie vervangen worden door dagen met neerslag of evaporatie. Opnieuw kan via dezelfde werkwijze verzekerd worden dat extremen zo min mogelijk beïnvloed worden. Met andere woorden, hier wordt vermeden dat een dag zonder neerslag of evaporatie vervangen wordt door een (extreem) grote waarde. Uitgaande van vergelijking (3.7) voor $x = \xi$ kan gevonden worden dat:

$$\xi = b \left(1 - \sqrt{1 - A(\xi)} \right). \quad (3.8)$$



Figuur 3.5: (a) Geeft de triangulaire cumulatieve distributiefunctie $A(\xi)$, (b) de cumulatieve distributiefunctie voor alle x -waarden groter of gelijk aan 0.1 mm, *i.e.* de dagen met neerslag of evaporatie. De rode streeplijn stelt het voorbeeld voor waar x_1 kleiner is dan x_{gw} waardoor $F_{OGT}(x_1|x \geq 0.1)$ kleiner is dan 0.9 en $A(\xi) = A(F_{OGT}(x_1|x \geq 0.1))$ kleiner dan 1. De blauwe streeplijn stelt het voorbeeld voor waar x_2 groter is dan x_{gw} waardoor $F_{OGT}(x_2|x \geq 0.1)$ groter is dan 0.9 en $A(\xi) = A(F_{OGT}(x_2|x \geq 0.1))$ gelijk aan 1.

Algoritme 3: Algoritme voor het toevoegen van dagen zonder neerslag of evaporatie.

Data: $x, f_{r,OGT}, x_{gw}$ en Δn

Resultaat: $x, f_{r,HGT}$

$b = 0.9;$

$i = 1;$

while $i \leq \Delta n$ **do**

Selecteer een willekeurige dag d met waarde $x \geq 0.1$;

$\xi = F_{OGT}(x|x \geq 0.1)$;

Trek een getal k uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$;

if $A(\xi) < k$ **then**

Herdefinieer x met een waarde getrokken uit een uniforme distributie over $[0, 0.1]$;

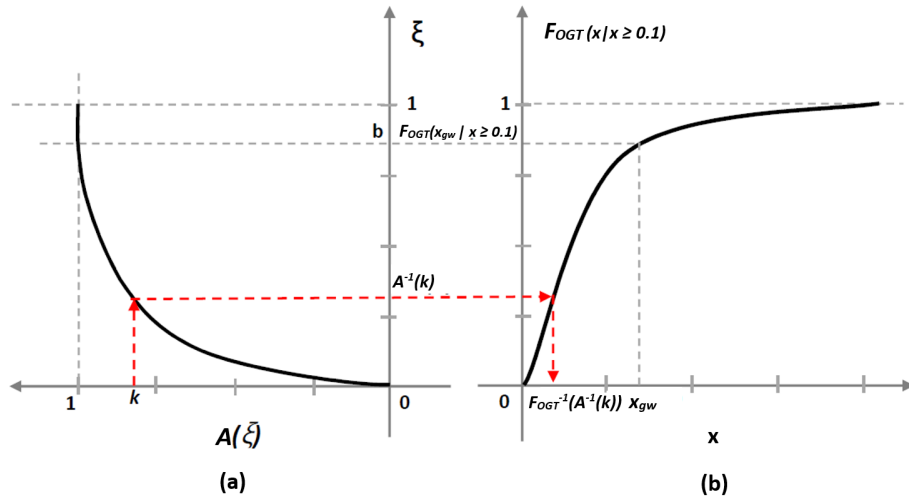
$i = i + 1$;

end

end

Het verwijderen van dagen zonder neerslag of evaporatie gaat dan als volgt (Figuur 3.6, Algoritme 4):

1. Selecteer een willekeurige dag d waarvoor $x < 0.1$ en trek een getal k uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$.
2. Stel $A(\xi)$ gelijk aan k waardoor $\xi = A^{-1}(k) = b \left(1 - \sqrt{1 - A(k)}\right)$.
3. Stel $x = F_{OGT}^{-1}(\xi | x \geq 0.1) = F_{OGT}^{-1}(A^{-1}(k) | x \geq 0.1)$.



Figuur 3.6: (a) Geeft de triangulaire cumulatieve distributiefunctie $A(\xi)$, (b) de cumulatieve distributiefunctie voor alle x -waarden groter of gelijk aan 0.1 mm, *i.e.* de dagen met neerslag of evaporatie. De rode streeplijn stelt de volgende bewerkingen voor: getal k uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$ wordt gelijk gesteld aan $A(\xi)$ waardoor via A de waarde van ξ of $F_{OGT}(x | x \geq 0.1)$ kan gevonden worden. Dit leidt op zijn beurt tot de nieuwe neerslag- of evaporatiewaarde $F_{OGT}^{-1}(A^{-1}(k) | x \geq 0.1)$.

Algoritme 4: Algoritme voor het verwijderen van dagen zonder neerslag of evaporatie.

Data: $x, f_{r,OGT}, x_{gw}$ en Δn

Resultaat: $x, f_{r,HGT}$

$b = 0.9;$

$i = 1;$

while $i \leq |\Delta n|$ **do**

Selecteer een willekeurige dag d met waarde $x < 0.1$;

Trek een getal k uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$;

$\xi = b \left(1 - \sqrt{1 - A(k)}\right) ;$

$x = F_{OGT}^{-1}(\xi | x \geq 0.1) ;$

$i = i + 1;$

end

Samengevat houdt biascorrectie 1 (BC1) dus volgende bewerkingen in: (1) de historische klimaatsimulaties worden gecorrigeerd aan de hand van CDFM (vergelijking (3.1)), (2) de toekomstige temperatuurprojecties worden gecorrigeerd aan de hand van EDCDFM (vergelijking (3.2)) en (3) de toekomstige neerslag- en evaporatieprojecties ondergaan een frequentiecorrectie (Algoritme 3 of 4) gevolgd door een correctie met ERCDFM (vergelijking (3.3)) voor de dagen waar de neerslag of evaporatie groter is dan 0.1 mm. Gezien de frequentiecorrectie een willekeurige stap bevat, wordt deze procedure twintig keer herhaald om de geïntroduceerde onzekerheid tot op een zeker niveau te adresseren. Werkwijze 0 uit Figuur 3.1 wordt voor elk van deze herhalingen uitgevoerd, werkwijzen 1–3 slechts met één van deze herhalingen.

3.3.1.2 Biascorrectie 2

In plaats van de GKM/RKM-simulaties te corrigeren kunnen in principe ook de observaties aangepast worden naar het toekomstige scenario door gebruik te maken van het klimaatsignaal. Het klimaatsignaal kan gedefinieerd worden als een additieve term,

$$F_{OGT}^{-1}(F_{OC}(x_{OC})) - F_{OGC}^{-1}(F_{OC}(x_{OC})) , \quad (3.9)$$

of als een multiplicatieve term,

$$\frac{F_{OGT}^{-1}(F_{OC}(x_{OC}))}{F_{OGC}^{-1}(F_{OC}(x_{OC}))} , \quad (3.10)$$

i.e. het verschil of de verhouding van toekomstige klimaatprojecties en historische klimaatsimulaties. Complementair aan de eerder beschreven technieken kan dus ook een aangepaste Equidistante Cumulatieve Distributiefunctie *Matching* (aEDCDFM)

$$x_{HGT} = x_{OC} + F_{OGT}^{-1}(F_{OC}(x_{OC})) - F_{OGC}^{-1}(F_{OC}(x_{OC})) , \quad (3.11)$$

worden toegepast op de geobserveerde temperatuurreeksen. Voor neerslag en evaporatie met een waarde groter dan of gelijk aan 0.1 mm gebruikte Pham (2016) verder ook een aangepaste versie van de Equiratio Cumulatieve Distributiefunctie *Matching* (aERCDFM):

$$x_{HGT} = x_{OC} \cdot \frac{F_{OGT}^{-1}(F_{OC}(x_{OC}))}{F_{OGC}^{-1}(F_{OC}(x_{OC}))} , \quad (3.12)$$

waarbij opnieuw geobserveerde reeksen worden aangepast naar het toekomstige scenario. Merk op dat deze aanpak een belangrijk nadeel met zich meedraagt: de lengte van de gecorrigeerde reeks is gelimiteerd tot deze van de observatietijdreeks. Door het aanwenden van het klimaatsignaal als multiplicatieve factor kan aERCDFM in de literatuur gecategoriseerd worden als een kwantiel perturbatiemethode (Willems en Vrac, 2011; Willems, 2013b; Ntegeka *et al.*, 2014). Evengoed heeft deze biascorrectie kenmerken karakteristiek aan een deltaveranderingsbenadering door het klimaatsignaal te incorporeren als additieve term (Teutschbein en Seibert, 2012; Gutjahr en Heinemann, 2013). Het gebruiken van de observaties zorgt ervoor dat BC2 stabiel en robuust is, en dat de toekomstige tijdreeks dynamisch gelijkend zal zijn aan de huidige condities (Teutschbein en Seibert, 2012). Om tegemoet te komen aan de potentiële veranderingen in klimaatdynamieken, zoals aantal dagen zonder of met neerslag of evaporatie (Graham *et al.*, 2007a), kan opnieuw een frequentiecorrectie worden uitgevoerd alvorens de correctie met aERCDFM aan te vatten. Deze keer wordt het aantal te wijzigen dagen gedefinieerd als:

$$\Delta n = n_{OC} (f_{r,HGT} - f_{r,OC}) , \quad (3.13)$$

met Δn het aantal dagen zonder neerslag of evaporatie toe te voegen aan (indien $\Delta n > 0$) of te verwijderen van (indien $\Delta n < 0$) de Ukkeltijdreeks en n_{OC} het aantal dagen in de beschouwde controleperiode.

Samengevat houdt biascorrectie 2 (BC2) dus volgende bewerkingen in: (1) de historische klimaatsimulaties worden gecorrigeerd aan de hand van CDFM (vergelijking (3.1)), (2) de toekomstige temperatuurprojecties worden gecorrigeerd aan de hand van aEDCDFM (vergelijking (3.11)) en (3) de toekomstige neerslag- en evaporatieprojecties ondergaan een frequentiecorrectie (Algoritme 3 of 4) gevolgd door een correctie met aERCDFM (vergelijking (3.12)) voor de dagen waar de neerslag of evaporatie groter is dan 0.1 mm. Gezien de frequentiecorrectie een willekeurige stap bevat, wordt deze procedure opnieuw twintig keer herhaald om de geïntroduceerde onzekerheid tot op een zeker niveau te adresseren. Werkwijze 0 uit Figuur 3.1 wordt voor elk van deze herhalingen uitgevoerd, werkwijzen 1–3 slechts voor één van deze herhalingen.

Om af te sluiten worden nog enkele belangrijke kanttekeningen gemaakt. Merk ten eerste op dat door gebruik te maken van de Ukkeltijdreeks een frequentiecorrectie nodig is voor evaporatie, maar dat dit naargelang de gebruikte observatiereeks niet noodzakelijk hoeft te zijn. In het geval dat evaporatie negatieve waarden aanneemt in zowel observatie-

als klimaatdatareeks, is het aangeraden (a)EDCDM te gebruiken. Zonder frequentiecorrectie worden namelijk ook de waarden kleiner dan 0.1 mm gecorrigeerd, waardoor de noemers van vergelijkingen (3.3) en (3.12) voor (a)ERCDFM nul kunnen benaderen en de gecorrigeerde waarde onrealistisch groot kan worden. Merk op dat om dezelfde reden temperatuur gecorrigeerd wordt aan de hand van (a)EDCDM.

Een geobserveerde reeks is daarnaast niet steeds voorhanden. In een dergelijke situatie kan beroep gedaan worden op ‘referentiedatasets’ zoals de *European Reanalysis Interim* dataset (Berrisford *et al.*, 2011). Dergelijke gegevens worden algemeen beschouwd als de beste schatting gezien de continue bijsturing via data-assimilatie.

Vervolgens dient vermeld te worden dat een frequentiecorrectie de temporele structuur van een reeks kan verstoren. Willems (2013a) en Ntegeka *et al.* (2014) veronderstelden bijvoorbeeld dat dagen zonder en met neerslag de neiging hebben clusters te vormen. Zij baseerden de selectie van de te corrigeren momenten daarom op basis van de natte condities van de voorgaande en volgende dagen. Desalniettemin ontbreken er studies omtrent de evaluatie en vergelijking van deze technieken. Voor toekomstig onderzoek wordt daarom aangeraden de eigenschappen van de clusters voor en na de frequentiecorrectie te onderzoeken en te evalueren in het kader van de gebruikte biascorrectiemethode.

Meer algemeen is het niet steeds verzekerd dat een biascorrectie de afhankelijkheden tussen de veranderlijken behoudt. Worden deze gecorrigeerde gegevens nadien gebruikt als aandrijving van een hydrologisch model (Chen *et al.*, 2013; Muerth *et al.*, 2013; White en Toumi, 2013), of erger, vormen deze afhankelijkheden dé basis voor het opstellen van de modellen, zoals hier de vine-copula’s, dan kunnen de gevolgen problematisch zijn. De paarsgewijze afhankelijkheid voor en na de biascorrectie behoeft daarom extra aandacht (zie Sectie 3.5).

Ten slotte is deze gegevensmanipulatie een puur statistische methode die faalt in het onderscheiden van fysische processen die trends veroorzaken geassocieerd met antropogene invloeden, en kortetermijnfluctuaties geassocieerd met natuurlijke intrinsieke variabiliteit (Pierce *et al.*, 2015). Tevens is geen enkele biascorrectie in staat de fysische oorsprong van een bias in rekening te brengen zoals fouten in het beschrijven van circulatiesystemen, parametrisatie, enz. (Teutschbein en Seibert, 2012).

3.3.2 Statistische gegevensvoorbereiding

Alvorens overgegaan wordt tot de kalibratie van de stochastische modellen, behoeven de gegevens nog enige voorbereiding zodat enerzijds het fitten van copulas probleemloos kan verlopen en anderzijds statistische wetmatigheden gewaarborgd blijven.

In Sectie 2.2.3 was er reeds sprake van het toevoegen van een verwaarloosbaar kleine ruis, zoals voorgesteld in Vandenberghe (2012), zodat de aanwezigheid van identieke waarden in de tijdreeks geen problemen levert bij het fitten van copula's gebaseerd op rangen (Salvadori en De Michele, 2006, 2007). Voor alle veranderlijken worden zo op willekeurige wijze waarden uniform over $[-0.001, 0.001]$ (of $[0, 0.001]$ wanneer neerslag kleiner is dan 0.001) toegevoegd. Deze ruis resulteert in verwaarloosbare wijzigingen van de marginale distributiefuncties.

Het gebruiken van bovenstaande gegevens voor het fitten van copula's vereist verder dat deze onafhankelijk en identiek verdeeld moeten zijn, of ook, de distributiefuncties van de veranderlijken zouden niet mogen veranderen doorheen de tijd. Een eerste stap om hieraan tegemoet te komen is het splitsen van de gegevens in maandelijkse reeksen. Het fitten van de stochastische generatoren bestaande uit een vine-copula gebeurt dus steeds op maandelijks niveau. Niettemin wordt hiermee de trend binnenin een maand niet geadresseerd. Een tweede stap omvat zo het standaardiseren van de gegevens op dagelijks niveau wanneer de aanwezigheid van zo'n trend positief bevonden werd. Hiervoor worden de dagelijkse distributiefuncties vergeleken met elkaar binnen één maand op basis van

1. een ANOVA-test wanneer de distributies homoscedastisch zijn;
2. een Welch ANOVA-test wanneer de distributies heteroscedastisch en normaal verdeeld zijn (Welch, 1951);
3. een Kruskal-Wallis-test wanneer de distributies heteroscedastisch en niet-normaal verdeeld zijn (Kruskal en Wallis, 1952);

op een significantieniveau van 0.001. De standaardisatie verloopt als volgt:

$$x_{s,d,j} = \frac{(x_{d,j} - \mu_d)}{\sigma_d}, \quad (3.14)$$

met $x_{s,d,j}$ de gestandaardiseerde waarde van veranderlijke x op dag d van jaar j , $x_{d,j}$ de originele waarde op dag d van jaar j , en μ_d en σ_d respectievelijk het gemiddelde en de standaardafwijking van veranderlijke x op dag d .

3.4 Modellen

Eens de gehele gegevensvoorbereiding achter de rug is, worden het MBL-model, de T-generator en de E-generator verantwoordelijk voor respectievelijk het stochastisch genereren van neerslag, temperatuur en neerslag gekalibreerd. Vanaf dat moment kunnen alle werkwijzen in Figuur 3.1 doorlopen worden. In werkwijze 0 wordt geen enkele veranderlijke stochastisch beschouwd en dus geen stochastisch model aangesproken, enkel het neerslag-afvoermodel PDM wordt gebruikt. Werkwijze 1 start met het incorporeren van de E-generator, werkwijze 2 gaat een stapje verder door ook de T-generator aan te wenden en in werkwijze 3 wordt ten slotte ook het MBL-model toegevoegd. De modellen worden in volgorde van gebruik beschreven: het MBL-model, de T-generator, de E-generator en het PDM.

3.4.1 Neerslagmodel: MBL-model

Het gewijzigde Bartlett-Lewis model (Rodríguez-Iturbe *et al.*, 1987) is een stochastische neerslaggenerator gebaseerd op een Poisson-proces *i.e.* de tijdstippen waarop neerslag optreedt, worden gekarakteriseerd door een Poissonverdeling met parameter λ [uur⁻¹]. De tijd tussen twee opeenvolgende gebeurtenissen volgt dus een exponentiële verdeling. Het MBL-model simuleert een storm als een set of cluster van rechthoekige pulsen. Elk van deze rechthoeken heeft een willekeurige duur (cellengte) en willekeurige hoogte (celintensiteit). Deze karakteristieken worden bepaald door een exponentiële verdeling met respectievelijk parameter η [uur⁻¹] en $1/\mu_x$ [uur/mm]. Wanneer pulsen overlappen, wordt de intensiteit gedurende de gemeenschappelijke periode gelijkgesteld aan de som van de intensiteiten voor de overlappende zone. Op deze manier wordt de werkelijkheid benaderd: (1) de neerslag manifesteert zich gedurende een bepaalde tijdsperiode, (2) de neerslagintensiteit is niet noodzakelijk constant doorheen de tijd en (3) neerslaggebeurtenissen vormen clusters. Iedere storm start op een willekeurig tijdstip. De stormduur wordt getrokken uit een exponentiële verdeling met parameter γ [uur⁻¹]. De rechthoekige pulsen worden binnen deze tijdsperiode gegenereerd aan een snelheid β [uur⁻¹]. Ten slotte poogt het MBL-model

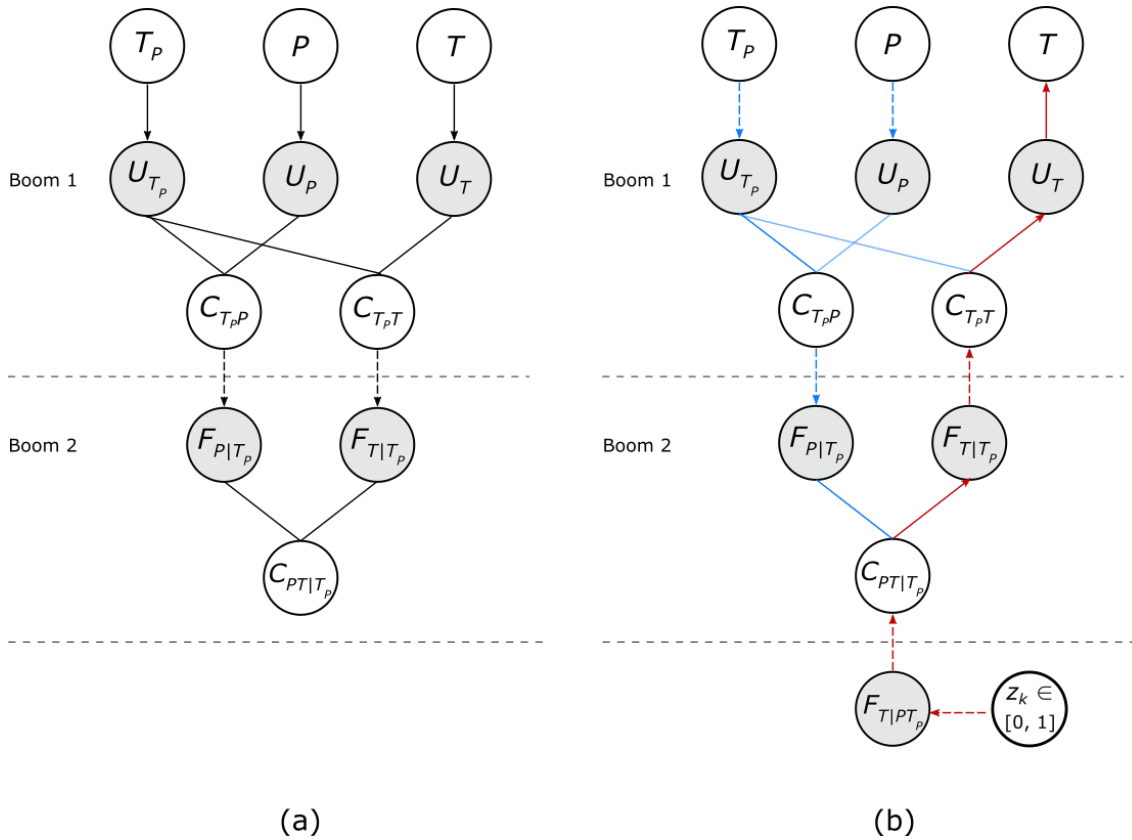
de statistische eigenschappen van droge en natte periodes te waarborgen door de parameter η te laten variëren via een gammadistributie met vorm- en schaalparameter α en τ . In totaal wordt deze stochastische neerslaggenerator gekarakteriseerd door zes parameters ($\lambda, \eta, \mu, \beta, \alpha, \tau$). De kalibratie gebeurt per maand op basis van het gemiddelde, de variantie, de autocovariantie en de *zero depth probability* (ZDP) voor aggregatieniveaus 24 uur, 48 uur en 72 uur met het *Shuffled Complex Evolution* algoritme (Duan *et al.*, 1993). Merk op dat de ZDP voor aggregatieniveau 24 uur niets anders is dan de frequentie van dagen zonder neerslag. Verdere details over de kalibratie van het MBL-model zijn beschreven in Vanhaute *et al.* (2012).

3.4.2 Temperatuurgenerator

Zoals reeds vermeld in Sectie 3.3.2 wordt voor iedere maand een C-vine-copula gefit op gestandaardiseerde waarden om maandelijkse effecten buiten beschouwing te laten. De waarden van twee opeenvolgende dagen kunnen echter ook gecorreleerd zijn, *i.e.* autocorrelatie treedt op. Derhalve stelden Pham *et al.* (2018) een temperatuurgenerator op bestaande uit neerslag, temperatuur van een gegeven dag en temperatuur van de vorige dag T_P , resulterend in de C-vine-copula $V_{T_P T_P}$ (Figuur 3.7a). De constructie verloopt analoog aan deze van de evaporatiegenerator met dat verschil dat hier slechts drie copulaparameters, $\theta_{T_P P}$, $\theta_{T_P T}$ en $\theta_{PT|T_P}$, bepaald moeten worden. De precieze opbouw wordt in volgende sectie met meer detail beschreven aan de hand van de E-generator, een vierdimensionale C-vine-copula. De temperatuur van de vorige dag is de kernveranderlijke voor de T-generator. Indien neerslag van een gegeven dag en temperatuur van de vorige dag gekend zijn, kan via een inverse bewerking de temperatuur van de gegeven dag berekend worden zoals theoretisch beschreven werd in Algoritme 2 (Figuur 3.7b). Vergelijking (2.38) in het driedimensionale geval, of ook vergelijking (2.37), wordt zo:

$$u_T = h^{-1} \left(h^{-1}(z_k, h(u_P, u_{T_P}, \theta_{T_P P}), \theta_{PT|T_P}), u_{T_P}, \theta_{T_P T} \right). \quad (3.15)$$

met z_k , een getal getrokken uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$, representatief voor probabilliteit $F_{T|T_P}$. Daar dit getal zorgt voor het stochastisch karakter van het model, wordt opnieuw gewerkt met twintig herhalingen. Nadien ondergaan de waarden van u_T een transformatie naar de temperatuurwaarden zelf met behulp van de inverse empirische marginale distributiefunctie $F_T^{[-1]}$. Tot slot volgt ook een destandaardisatiestap.



Figuur 3.7: (a) Voorstelling van de temperatuurgenerator of de driedimensionale C-vine-copula V_{T_PTP} . (b) Simulatie van een temperatuurwaarde. Blauwe lijnen staan voor gekende bewerkingen, rode voor onbekende en streepjeslijnen duiden het conditioneren van de copula's aan.

3.4.3 Evaporatiegenerator

In het verleden veronderstelden Jones *et al.* (1972) reeds dat evaporatie gerelateerd is aan de dag van het jaar en de neerslag van de huidige en vorige dag. Toch zijn er maar weinig modellen in de literatuur die deze afhankelijkheden expliciet incorporeren in hun evaporatiemodel. Meestal wordt gebruik gemaakt van nettostraling, windsnelheid, dauwtemperatuur, maximum temperatuur, enz. geconditioneerd op neerslag van de huidige en vorige dag, waardoor de afhankelijkheid tussen neerslag en evaporatie slechts onrechtstreeks in rekening wordt gebracht (Lall *et al.*, 1996; Srikanthan en McMahon, 2001). Om onderlinge consistentie van de hydrologische veranderlijken te verzekeren zodat ze aangevend kunnen worden in hydrologische impactstudies, stelden Pham *et al.* (2016) enkele vine-copula's op. De C-vine-copula opgebouwd met neerslag, temperatuur en evaporatie bleek de beste performantie te hebben in termen van onderlinge afhankelijkheid, dagelijkse waarden, temporele variabiliteit, standaardafwijking op dagelijks en maandelijks niveau

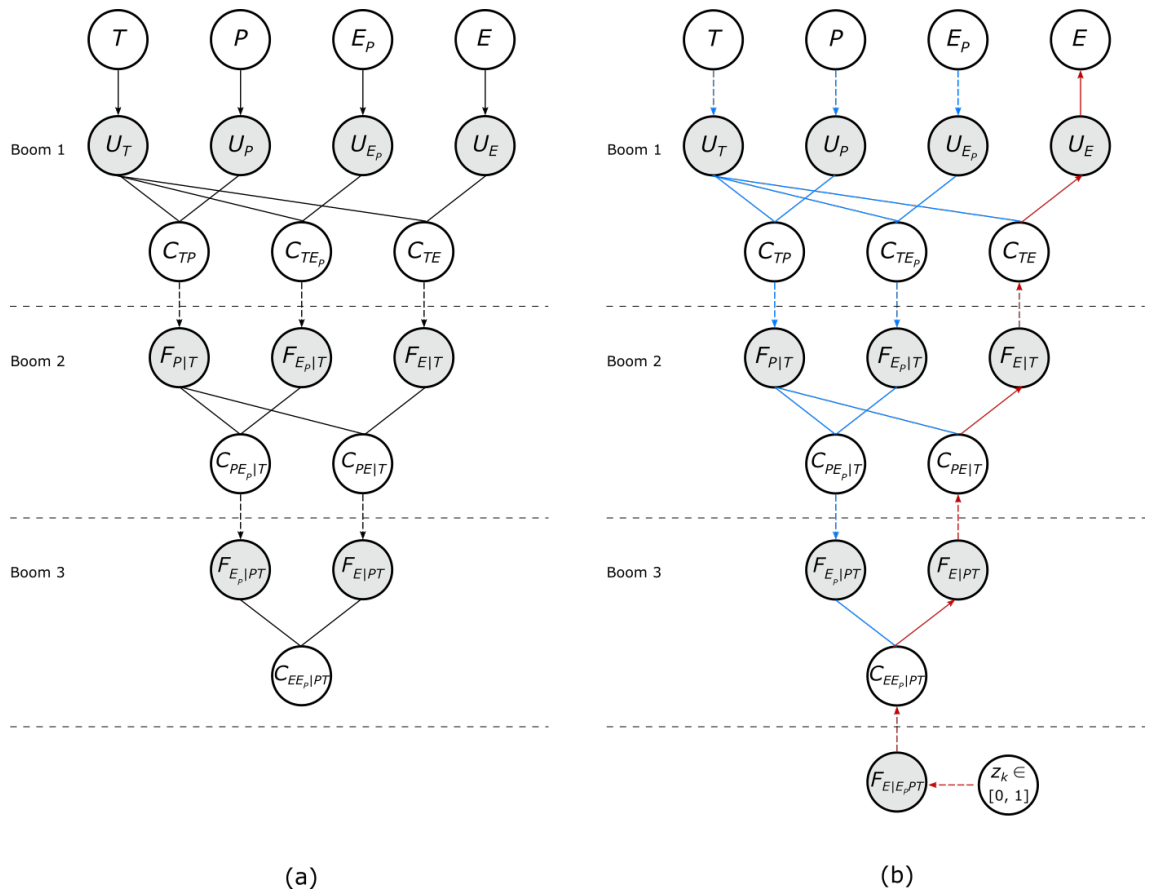
en jaarlijkse evaporatie. Deze C-vine-copula werd in Pham *et al.* (2018) uitgebreid met de evaporatie van de vorige dag E_P om autocorrelatie in rekening te brengen. De resulterende vine-copula, zoals ook gebruikt in dit werk, wordt aangeduid met $V_{TPE_P E}$.

Voor elke dataset uit Tabel 3.1 wordt per maand een C-vine-copula gefit zoals beschreven in Sectie 2.3.2. De kernveranderlijke van de C-vine-copula, bepaald door Pham *et al.* (2016), is temperatuur. Het is dus naar deze veranderlijke dat geconditioneerd wordt in de eerste boom. Figuur 3.8a demonstreert de constructie. De vier willekeurige veranderlijken worden omgezet via hun empirische cumulatieve distributiefunctie naar U_T , U_P , U_{E_P} en U_E die uniform verdeeld zijn over $\mathbb{I}$. De paarsgewijze afhankelijkheden worden gevat door de bivariate copula's C_{TP} , C_{TE_P} en C_{TE} te fitten aan de corresponderende gegevens, copulaparameters θ_{TP} , θ_{TE_P} en θ_{TE} karakteriseren deze copula's. Het afleiden van deze copula's naar temperatuur, resulterend in $F_{P|T}$, $F_{E_P|T}$ en $F_{E|T}$, laat vervolgens toe om over te gaan naar de copula's $C_{PE_P|T}$ en $C_{PE|T}$, met respectievelijk copulaparameters $\theta_{PE_P|T}$ en $\theta_{PE|T}$. Het conditioneren is aangeduid met streepjeslijnen in Figuur 3.8a. Een soortgelijke bewerking kan uitgevoerd worden om $F_{E_P|PT}$ en $F_{E|PT}$ te verkrijgen uit $C_{PE_P|T}$ en $C_{PE|T}$, zodat finaal ook de laatste copula $C_{EE_P|PT}$ met copulaparameter $\theta_{EE_P|PT}$ kan opgesteld worden.

Indien neerslag en temperatuur van een gegeven dag en evaporatie van de vorige dag gekend zijn, kan via een inverse bewerking de evaporatie van de gegeven dag berekend worden zoals theoretisch beschreven werd in Algoritme 2 (Figuur 3.8b). Vergelijking (2.38) wordt zo:

$$u_E = h^{-1} \left(h^{-1} \left(h^{-1} \left(z_k, h \left(h(u_{E_P}, u_T, \theta_{TE_P}), h(u_P, u_T, \theta_{TP}), \theta_{PE_P|T} \right), \theta_{E_P E|PT} \right), h(u_P, u_T, \theta_{TP}), \theta_{PE|T} \right), u_T, \theta_{TE} \right), \quad (3.16)$$

met z_k , een getal getrokken uit een uniforme distributie over $\mathbb{I}$, representatief voor de probabilliteit $F_{E|E_P PT}$. Dit getal zorgt voor het stochastisch karakter van het model, de reden waarom het genereren van een evaporatiereeks telkens twintig keer herhaald wordt. Nadien ondergaan de waarden van u_E een transformatie naar de evaporatiewaarden zelf met behulp van de inverse empirische marginale distributiefunctie $F_E^{[-1]}$. Tot slot volgt ook een destandaardisatiestap.



Figuur 3.8: (a) Voorstelling van de evaporatiegenerator of de vierdimensionale C-vine-copula $V_{TPE_P E}$. (b) Simulatie van een evaporatiewaarde. Blauwe lijnen staan voor gekende bewerkingen, rode voor onbekende en streepjeslijnen duiden het conditioneren van de copula's aan.

3.4.4 Afvoermodel: PDM

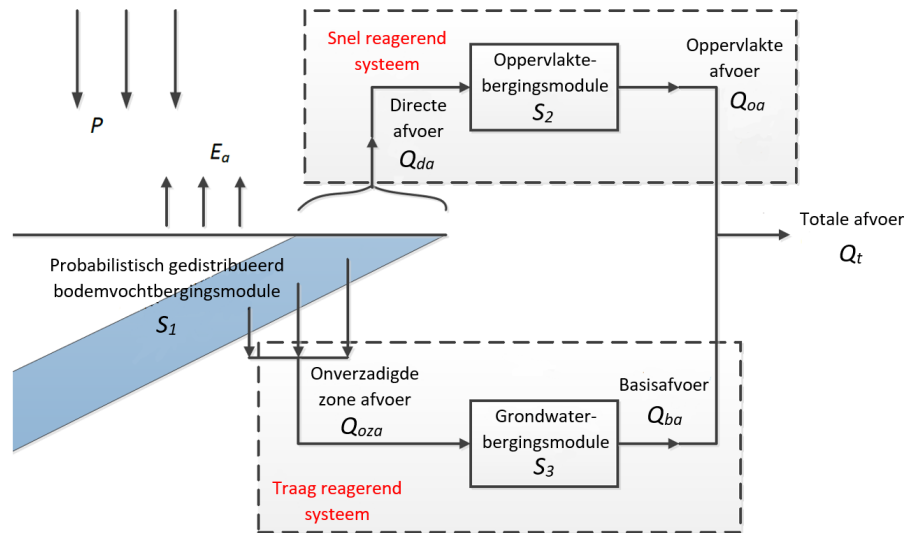
PDM, het *Probability Distributed Model*, is een geaggregeerd neerslag-afvoermodel dat het absorberend vermogen van de bodem in een stroomgebied conceptualiseert aan de hand van drie verschillende bergingsmodules (Moore, 2007; Cabus, 2008) (Figuur 3.9):

1. een probabilistisch gedistribueerde bodemvochtbergingsmodule S_1 die het bodemvocht verdeelt over directe afvoer Q_{da} en afvoer in de onverzadigde zone Q_{oza} waarbij onder meer gebruik gemaakt wordt van een Paretdistributie;
2. een oppervlaktebergingsmodule S_2 voor de conversie van directe afvoer in oppervlakte-afvoer Q_{oa} ;
3. een grondwaterbergingsmodule S_3 voor de conversie van afvoer in de onverzadigde zone naar basisafvoer Q_{ba} .

De aanvoer naar het eerste reservoir S_1 wordt gelijkgesteld aan de netto-neerslag, *i.e.* neerslag verminderd met evaporatie. Met behulp van een Paretdistributie wordt bepaald hoeveel van deze netto-neerslag onder de vorm van directe afvoer naar de oppervlaktebergingsmodule afgeleid wordt. In deze module vindt de omzetting naar oppervlakte-afvoer plaats. Dit is een snel reagerend systeem opgebouwd uit twee lineaire reservoirs met elk een kleine bergingstijdconstante k_1 en k_2 . De overgang van de bodemvochtbergingsmodule naar de grondwaterbergingsmodule onder de vorm van Q_{oza} wordt gecontroleerd door een drainagetijdconstante k_g . Daarnaast wordt een deel van de S_1 -module afgevoerd naar de grondwaterbergingsmodule zodat de afvoer in de onverzadigde zone wordt omgezet in basisafvoer. Dit traag reagerend systeem wordt gekarakteriseerd met een niet-lineair reservoir met een grote bergingstijdconstante k_b . Finaal levert de som van basisafvoer en oppervlakte-afvoer de totale afvoer Q_t . Voor een meer theoretische en mathematische beschrijving kan Moore (2007) geconsulteerd worden.

In dit werk wordt gebruikgemaakt van het PDM dat werd gekalibreerd door Pham *et al.* (2016) voor het stroomgebied van de Grote Nete op basis van het *Particle Swarm Optimization* algoritme (Eberhart en Kennedy, 1995). Dit 385 km² grote stroomgebied gelegen in het noorden van België ligt op een afstand van amper 50 km van Ukkel waardoor de meteorologische omstandigheden quasi hetzelfde zijn. Het verschil in statistische eigenschappen tussen de gemodelleerde debieten bekomen met de gegevens voor de Grote Nete en deze voor Ukkel is verwaarloosbaar, wat het gebruik van dit model in dit werk staft.

Tot slot wordt benadrukt dat het niet de bedoeling is het beste neerslag-afvoermodel voorhanden te gebruiken. Een balans opmaken van de invloed van alternatieve realisaties van neerslag, temperatuur en evaporatie op debietwaarden, volstaat.



Figuur 3.9: Modelstructuur van PDM. Figuur aangepast uit Moore (2007).

3.5 Exploratie en modelperformantie

In Sectie 3.5.1 worden de verschillende exploratietechnieken van de datasets in dit werk opgesomd waarna de originele observaties en klimaatgegevens worden geïntroduceerd in Sectie 3.5.2. Sectie 3.5.3 sluit dit hoofdstuk af met een beknopte bespreking over hoe de performantie van de stochastische modellen zal geëvalueerd worden.

3.5.1 Exploratie

Empirische dichtheidsfunctie

Via empirische dichtheidsfuncties wordt gevisualiseerd hoe de gesimuleerde veranderlijken zich gedragen tegenover de originele datareeksen. De constructie van deze functies gebeurt op basis van de *kernel smoothing density function* van de *Statistics and Machine Learning Toolbox™* van MATLAB® (2017).

Bias

Modelafwijkingen en klimaatsignalen worden kwantitatief gemeten aan de hand van de gemiddelde dagelijkse afwijking per maand, of ook bias. De formule voor de modelafwijking MA is de volgende:

$$MA = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{GC} - x_{OC}) , \quad (3.17)$$

met n het aantal dagen in de beschouwde maand vermenigvuldigd met het aantal jaar dat de dataset beslaat en x_{GC} refererend naar de (on)gecorrigeerde GKM/RKM-simulaties voor de controleperiode. Het klimaatsignaal KS krijgt volgende vorm:

$$KS = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{GT} - x_{GC}) , \quad (3.18)$$

met n het aantal dagen in de beschouwde maand vermenigvuldigd met het aantal jaar dat de dataset beslaat en x_{GT} refererend naar de (on)gecorrigeerde GKM/RKM-simulaties voor de toekomst.

Frequentie van dagen zonder neerslag of evaporatie

Complementair aan de modelafwijkingen en klimaatsignalen kan ook de verandering in frequentie van dagen zonder neerslag of evaporatie per maand, zoals aangehaald in Sectie 3.3.1, bestudeerd worden. Deze informatie maakt het mogelijk een uitspraak te doen over de verandering in intensiteit van de neerslaggebeurtenissen. Een positief klimaat-signaal in combinatie met een verhoogde frequentie van dagen zonder neerslag duidt aan dat de gebeurtenissen toenemen in intensiteit. Een negatief klimaat-signaal in combinatie met een verlaagde frequentie van dagen zonder neerslag duidt aan dat de gebeurtenissen afnemen in intensiteit.

Kendall's tau

Kendall's tau kan de associatie tussen verschillende veranderlijken kwantificeren en is bovendien gerelateerd aan het fitten van de copula's. Herinner de ranggebaseerde uitdrukking (Kojadinovic en Yan, 2010; Genest *et al.*, 2011):

$$\tau_K = \frac{4}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} \mathbf{1}(X_i \leq X_j, Y_i \leq Y_j) - 1 , \quad (3.19)$$

met **1** de indicatorfunctie. Door deze maat maandelijks weer te geven voor elke dataset kan de invloed van de biascorrectietechnieken op de wederzijdse afhankelijkheden worden ingeschat, maar evengoed kan nagegaan worden of de vier werkwijzen deze afhankelijkheden effectief behouden zoals het vooropgestelde doel beoogde.

Retourperiode

Tot slot geeft het concept retourperiode vorm aan het vertalen van de debietgegevens naar een praktische maat voor hydraulisch ontwerp. De retourperiode wordt gedefinieerd als de gemiddelde tijd t tussen twee gebeurtenissen met een omvang groter dan of gelijk aan m_t . In een N -jarige reeks worden de waarden van t en m_t gekoppeld door gebruik te maken van de methode van de jaarlijkse maxima en vergelijking (3.20). Deze methode selecteert per jaar de gebeurtenis met de grootste waarde waarna deze in dalende volgorde gerangschikt en geïndexeerd worden. De empirische retourperiode wordt finaal berekend als:

$$t_i = \frac{1}{\mathbb{P}(M \geq m_{t_i})} = \frac{\text{Aantal mogelijkheden}}{\text{Aantal keer dat } M \geq m_{t_i}} \approx \frac{N+1}{i}, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad (3.20)$$

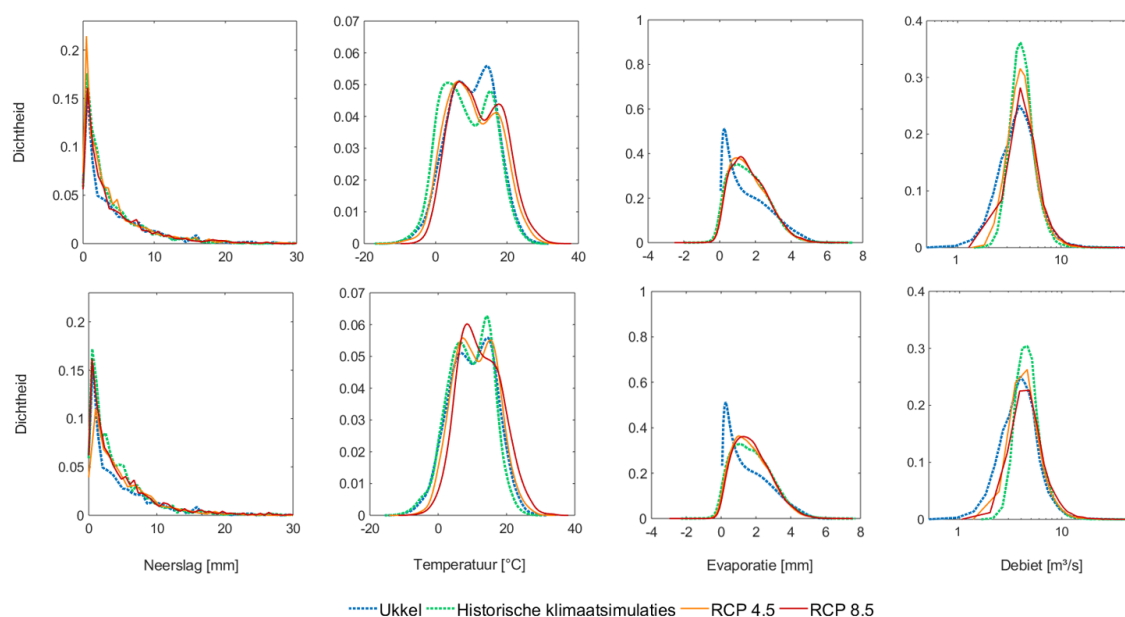
met M de jaarlijkse maxima, m_{t_i} de waarde van M met bijhorende retourperiode t_i en i het aantal keer dat m_{t_i} kleiner dan of gelijk is aan de jaarlijkse maxima M . Praktisch krijgt dit concept volgende betekenis: een dam geconstrueerd voor een retourperiode van 100 jaar heeft een kans van 1 % om te falen in een gegeven jaar.

3.5.2 Gegevensexploratie

Modelafwijking

Figuur 3.10 geeft de empirische dichtheidsfuncties van de vier veranderlijken en de twee klimaatmodellen weer tegenover de Ukkeltijdreeks (op jaarbasis voor de eenvoud). De modelafwijking enerzijds (Tabel C.1) en de frequentie van dagen zonder neerslag of evaporatie anderzijds (Tabellen C.4 en C.5), geven kwantitatieve informatie. Tot slot wordt waar mogelijk de resultaten vergeleken met de evaluatie van de GKM's in Sectie 3.2.2.

De vorm van de dichtheidsfuncties van de historische neerslagsimulaties voor beide GKM's is gelijkaardig aan deze van de Ukkeltijdreeks, de modus situeert zich steeds rond 1 mm (Figuur 3.10). Evenwel leiden beide klimaatmodellen tot nattere condities dan de Ukkeltijdreeks: (1) neerslagwaarden kleiner dan 10 mm worden overschat (Figuur 3.10),



Figuur 3.10: Empirische dichtheidsfuncties van neerslag [mm], temperatuur [°C], evaporatie [mm] en debiet [m³/s] voor CNRM-CM5 (boven) en MPI-ESM (onder). De grafieken voor neerslag zijn weergegeven tot 30 mm maar gaan in werkelijkheid gelijkaardig verder tot 75 mm en 115 mm voor respectievelijk CNRM-CM5 en MPI-ESM. De dichtheidsfuncties zijn bekomen met een *kernel smoothing density function*. De bandbreedte voor neerslag is fijner gekozen dan de optimale nl. 0.01.

(2) de modelafwijkingen zijn positief (Tabel C.1) en (3) $f_{r,OGC}$ is bijna steeds kleiner dan $f_{r,OC}$ (Tabel C.4). Deze afwijking is het meest uitgesproken voor MPI-ESM. Hoewel de evaluatieresultaten van de GKM's voor West-Europa, vermeld in Sectie 3.2.2, nog geen RKM omvatten, is het verschil in waarnemingen gering. Ook hier wijken de dagelijkse neerslagwaarden maximum af met gemiddeld 1 mm.

Daarnaast wordt het bimodaal verloop van de historische temperatuurklimaatsimulaties, geassocieerd met het sterk seizoenaal karakter van de veranderlijke, teruggevonden voor beide klimaatmodellen (Figuur 3.10). Voor CNRM-CM5 verschillen de breedte en positie van de modi, voor MPI-ESM verschillen de dichtheden van de modi in vergelijking met de Ukkeltijdreeks. De modelafwijkingen zijn hoofdzakelijk negatief, wat wijst op een onderschatting van de temperatuurwaarden door beide klimaatmodellen (Tabel C.1). In de winter en lente zijn de temperaturen voor CNRM-CM5 kleiner dan MPI-ESM, het omgekeerde is waar in de zomer en herfst. Het aanwenden van een RKM verandert de conclusies vermeld in Sectie 3.2.2 quasi niet voor CNRM-CM5. Conform Mitchell en Jones (2005) kan een negatieve bias waargenomen worden tijdens de wintermaanden, doch minder groot nl. -1.8 °C, -1.3 °C en -1.3 °C in respectievelijk december, januari en februari (Tabel C.1). Figuur 3.10 en Tabel C.1 illustreren ook de verwaarloosbaar kleine afwijking in de zomer

volgens deze auteurs: de dichtheden vanaf 17 °C overlappen met deze van de Ukkeltijdreeks en de biases bedragen slechts 0.01 °C, 0.02 °C en -0.52 °C in juni, juli en augustus. De evaluatieresultaten voor MPI-ESM vermeld in Sectie 3.2.2 daarentegen stemmen niet overeen met de waarnemingen. Hier vindt geen overschatting van de temperatuurwaarden in herfst, winter en lente plaats.

Vervolgens lijkt de dichtheid van evaporatie minder goed gevat door de klimaatmodellen, voornamelijk de afwijking van waarden kleiner dan 1 mm springt voor beide in het oog (Figuur 3.10). Dit zou deels kunnen toegeschreven worden aan het feit dat er geen negatieve evaporatie in de Ukkeltijdreeks voorkomt, in tegenstelling tot de tijdreeksen bepaald met de klimaatmodellen. Desalniettemin maakt Tabel C.5 duidelijk dat waarden kleiner dan 0.1 mm sterk worden onderschat door beide klimaatmodellen tussen oktober en maart. 90 % van de negatieve evaporatiewaarden situeren zich tussen 27 november – 9 februari en 28 november – 2 december voor respectievelijk CNRM-CM5 en MPI-ESM. Deze periodes zijn voornamelijk geassocieerd met koudere temperaturen, hierdoor daalt de maximale luchtverzadiging en kan condensatie optreden. Vervolgens is de eerder vermelde overschatting van CNRM-CM5 in Sectie 3.2.2 niet éénduidig waarneembaar (Tabel C.1).

Tot slot situeren de debieten met de grootste dichtheid zich voor alle historische datasets rond 4 m³/s, de corresponderende dichtheid van de Ukkeltijdreeks is echter het kleinst (Figuur 3.10). Voornamelijk de basisafvoer heeft een grotere dichtheid in de observatiereeks, de dichtheden van piekafvoer lijken min of meer overeen te komen. De modelafwijkingen zijn doorgaans negatief voor CNRM-CM5, een overschatting is waar te nemen voor MPI-ESM (Tabel C.1).

Klimaatssignaal

Tabellen C.2 en C.3 geven het maandelijks klimaatssignaal weer voor respectievelijk RCP 4.5 en 8.5. Voor beide emissiescenario's en GKM's is waar te nemen dat de winter natter wordt en de frequentie van dagen zonder neerslag stijgt, de regenbuien nemen dus toe in intensiteit (Tabellen C.2, C.3 en C.4). Voor RCP 4.5 is de maximale gemiddelde stijging 0.55 mm met CNRM-CM5, voor RCP 8.5 is dit 0.95 mm met MPI-ESM. Daarnaast voorspellen beide GKM's met RCP 4.5 doorgaans drogere condities in de zomer (Tabel C.2). Wanneer een pessimistisch emissiescenario wordt beschouwd, zet deze trend zich enkel door voor MPI-ESM (Tabel C.3). De frequentie van het aantal dagen zonder neerslag is overigens het grootst voor RCP 8.5 (Tabel C.4). Finaal heeft de helft van de maanden een extremer verloop met RCP 8.5, voor de andere helft is een afzwakking tot zelfs het tegengestelde

fenomeen van RCP 4.5 waar te nemen. Zo zijn er voor MPI-ESM drogere condities met RCP 4.5 en nattere condities met RCP 8.5 in april.

Voor temperatuur vervolgens zijn de conclusies redelijk rechtlijnig: beide RCP's geven aanleiding tot warmere maanden, voor RCP 8.5 is dit het extreemst (Tabellen C.2 en C.3). De gemiddelde afwijking per maand bedraagt tussen 0.7 °C en 2.5 °C met RCP 4.5 en tussen 1.3 °C en 4.6 °C met RCP 8.5.

Conform fysische wetmatigheden geven warmere en nattere condities steeds aanleiding tot meer evaporatie en warmere en drogere condities steeds tot minder evaporatie (Tabellen C.2 en C.3). Zo is bijvoorbeeld voor MPI-ESM waar te nemen dat de evaporatie in de zomer daalt ten gevolge van de drogere omstandigheden. Verder verschuiven de dichtheidsfuncties voor beide klimaatmodellen richting toenemende waarden wanneer een pessimistischer emissiescenario wordt beschouwd (Figuur 3.10). Tabel C.3 maakt bovendien duidelijk dat de frequentie van dagen zonder evaporatie kleiner wordt in de toekomst, dit is het nadrukkelijkst voor RCP 8.5. Tot slot is op te merken dat de frequentie van dagen zonder evaporatie in de toekomst groter is voor CNRM-CM5 dan voor MPI-ESM.

De staarten van zowel basis- als piekafvoer worden breder in de toekomst, met een meer uitgesproken karakter voor RCP 8.5 (Figuur 3.10). Daarnaast duidt Tabel C.2 aan dat de afvoer van beide modellen met RCP 4.5 daalt in de zomer en herfst, en stijgt in de winter en lente. MPI-ESM bereikt over het algemeen extremere waarden. De grootste gemiddelde afname vindt plaats in oktober met 0.74 m³/s, de grootste gemiddelde toename vindt plaats in januari met 0.99 m³/s. Uit de RCP 8.5-reeksen kunnen gelijkaardige conclusies getrokken worden voor MPI-ESM, de resultaten voor CNRM-CM5 daarentegen geven elke maand aanleiding tot grotere debieten (Tabel C.3). De maximale gemiddelde afwijking van CNRM-CM5 en MPI-ESM bedragen 1.6 m³/s en 1.7 m³/s telkens in februari.

Kendall's tau

Figuur 3.11 toont de maandelijkse waarden van Kendall's tau voor alle datasets. De klimaatmodellen lijken inherent in staat de PT -relatie goed te beschrijven maar schieten tekort in het schetsen van de PE - en ET -relaties. Over het algemeen is voor de Ukkeltijdreeks een sterk positieve associatie tussen E en T op te merken met uitzondering van de maanden maart, oktober en november. Het is op basis van deze conclusie dat Pham *et al.* (2016) beslisten temperatuur als kernveranderlijke te kiezen in $V_{TPE_P E}$. De klimaatgegevens onderschatten dit verband telkens met ± 0.2 . De negatieve associatie tussen E en

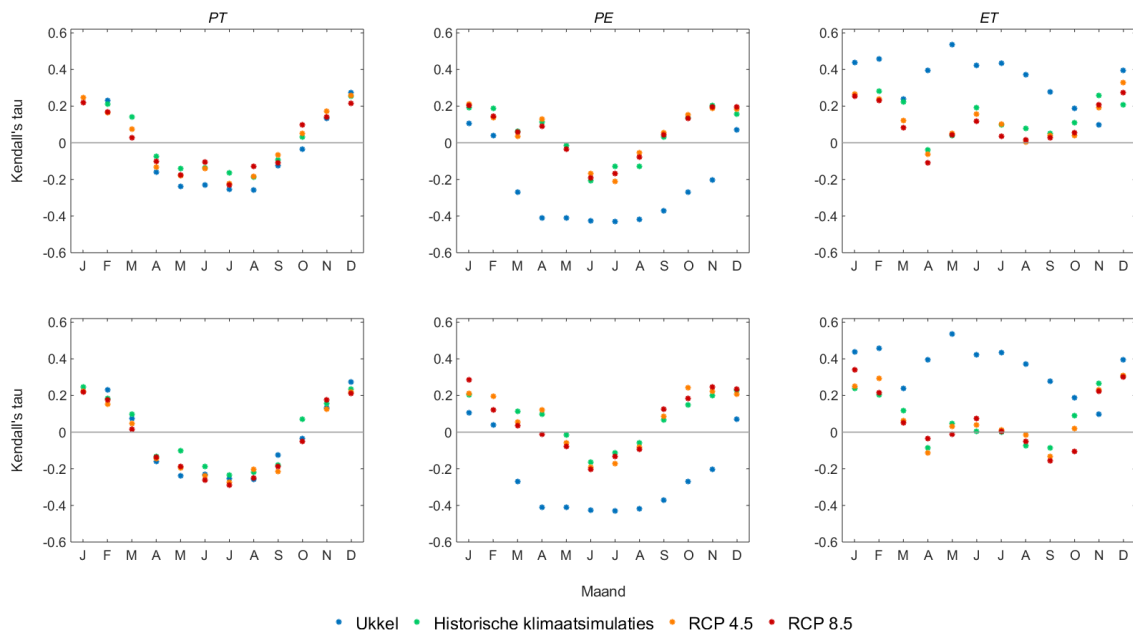
P voor de Ukkeltijdreeks is daarnaast te verklaren door het feit dat regenachtige dagen gepaard gaan met een bewolkte atmosfeer waardoor minder nettostraling beschikbaar is voor evaporatie. De overschatting van de klimaatmodellen bedraagt ± 0.3 waardoor het lijkt alsof er geen sprake is van enige associatie tussen P en E . Het is hier dus misschien net gewenst dat de biascorrectie een invloed heeft op de wederzijdse relaties zodat een betere beschrijving wordt bekomen. Ten slotte wijken de resultaten van CNRM-CM5 en MPI-ESM onderling slechts minimaal af van elkaar. De datasets zijn immers afkomstig van hetzelfde regionaal klimaatmodel, COSMO-CLM, enkel de randvoorwaarden waarvoor de simulaties zijn gegenereerd hebben een andere oorsprong.

Retourperiode

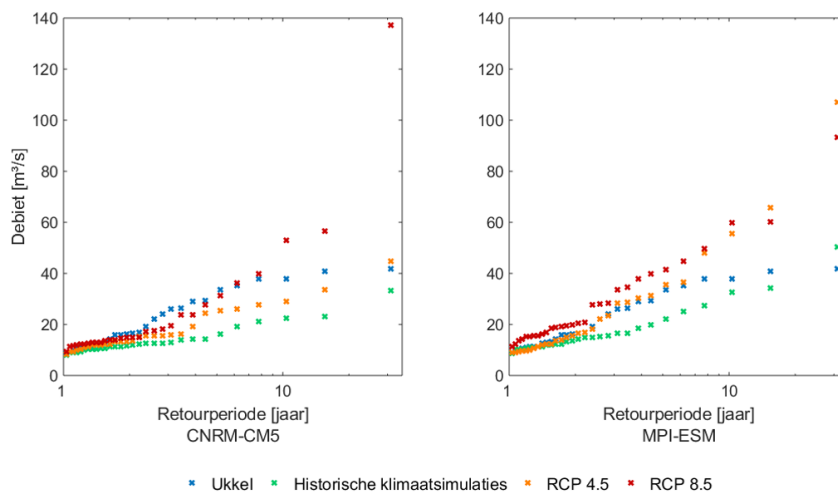
Finaal visualiseert Figuur 3.12 de retourperiodes van de originele debietreeksen. Hieruit zijn drie belangrijke conclusies te trekken: (1) de historische klimaatgegevens zijn niet in staat de extreme debieten geobserveerd in Ukkel te reproduceren, (2) de geobserveerde jaarlijkse maxima zijn het grootst voor MPI-ESM en (3) hoe pessimistischer het emissiescenario, hoe groter het bijhorend debiet voor éénzelfde retourperiode.

3.5.3 Modelperformantie

De performantie van het MBL-model wordt per maand besproken aan de hand van het gemiddelde, de variantie, de autocovariantie en de *zero depth probability* voor aggregatieniveaus 24 uur, 48 uur en 72 uur. De resultaten van de E- en T-generator worden per maand getoetst aan het gemiddelde, de variantie en de autocovariantie voor het aggregatieniveau 24 uur. Verdere inzichten worden verworven door het bestuderen van de reeksen in de tijd en door de jaarlijkse totalen voor neerslag en evaporatie. Verder geven de resulterende empirische dichtheidsfuncties een indicatie van de geïntroduceerde onzekerheid door de stochastische modellen. Ook een bespreking van de afhankelijkheidsstructuur komt aan bod met behulp van de waarden van Kendall's tau. Tot slot wordt via de retourperiodes van de debietwaarden een praktische maat voor hydraulisch ontwerp aangeleverd.



Figuur 3.11: Waarden van Kendall's tau voor PT , PE en ET . De bovenste grafieken geven de waarden van de geobserveerde tijdreeksen en van de simulaties bekomen met CNRM-CM5 weer. De onderste grafieken geven de waarden van de geobserveerde tijdreeksen en van de simulaties bekomen met MPI-ESM weer.



Figuur 3.12: De retourperiodes [jaar] van de originele debietreeksen [m^3/s] voor CNRM-CM5 (links) en MPI-ESM (rechts). In iedere figuur worden ter referentie de retourperiodes van de Ukkeltijdreeks gegeven.

HOOFDSTUK 4

RESULTATEN EN DISCUSSIE

In dit hoofdstuk worden de resultaten weergegeven, besproken en waar mogelijk getoetst aan bevindingen uit de literatuur. Sectie 4.1 schetst de invloed van de frequentie- en biascorrectie op de neerslag-, temperatuur- en evaporatiereeksen. Ook het resultaat van de statistische gegevensvoorbereiding wordt kort aangehaald. Daarna focust Sectie 4.2 op de resultaten van de werkwijzen. Sectie 4.2.1 bouwt voornamelijk verder op de bevindingen van Sectie 4.1 aan de hand van een bespreking van werkwijze 0. Secties 4.2.2, 4.2.3 en 4.2.4 evalueren de performantie van de stochastische modellen en geven inzicht in hoe de stochastische veranderlijken de resulterende debieten beïnvloeden. Gekoppeld aan dit laatste wordt uiteindelijk in Sectie 4.3 meegegeven hoe de resultaten van deze procedure op een toegankelijke wijze kunnen worden voorgesteld aan niet-experten.

4.1 Gegevensvoorbereiding

4.1.1 Biascorrectie

Modelafwijking

De modelafwijking tussen de Ukkeltijdreeks en de historische klimaatsimulaties is na toepassen van CDFM (vergelijking (3.1)) verwaarloosbaar klein voor neerslag, temperatuur en evaporatie. De resultaten worden daarom niet weergegeven.

Frequentiecorrectie

De resultaten van de frequentiecorrecties worden getoond in Tabel 4.1. Ze zijn allen eenvoudig te staven aan de hand van vergelijkingen (3.5) en (3.13), Tabellen C.4 en C.5 en de waarnemingen vermeld in Sectie 3.5.2. De drie voornaamste bevindingen wat neerslag betreft, zijn:

1. het aantal toe te voegen dagen zonder neerslag voor BC1 is groter dan voor BC2 gezien $f_{r,HGT} - f_{r,OGT}$ hoofdzakelijk groter is dan $f_{r,HGT} - f_{r,OC}$;
2. het aantal te corrigeren dagen voor RCP 8.5 is groter dan voor RCP 4.5 gezien RCP 8.5 een pessimistischer scenario voorstelt en dus meer veranderingen behoeft;
3. het aantal toe te voegen dagen zonder neerslag voor MPI-ESM is groter dan voor CNRM-CM5, Sectie 3.5 toonde reeds aan dat MPI-ESM nattere condities voorspelt.

De bevindingen voor evaporatie zijn vervolgens:

1. frequentiecorrecties zijn enkel nodig tussen oktober en maart;
2. BC1 voegt voornamelijk dagen zonder evaporatie toe aan de originele toekomstige klimaatprojecties gezien $f_{r,HGT}$ hoofdzakelijk groter is dan $f_{r,OGT}$, BC2 verwijdert voornamelijk dagen zonder evaporatie uit de Ukkeltijdreeks gezien $f_{r,HGT}$ hoofdzakelijk kleiner is dan $f_{r,OC}$;
3. in vergelijking met RCP 4.5 is het aantal te corrigeren dagen voor RCP 8.5 telkens kleiner voor BC1 en groter voor BC2;
4. in vergelijking met CNRM-CM5 is het aantal te corrigeren dagen voor MPI-ESM telkens kleiner voor BC1 en groter voor BC2.

Klimaatssignaal

Tabellen D.1, D.2, D.3 en D.4 geven inzicht in het veranderend klimaat aan de hand van de klimaatssignalen na toepassen van beide biascorrectiemethodes. Quasi alle klimaatssignalen voor neerslag zijn toegenomen ten opzichte van deze met de originele klimaatssimulaties in Tabellen C.2 en C.3. Dit geeft aan dat na biascorrectie meer neerslag voorkomt in de toekomstige klimaatssimulaties, *i.e.* positieve waarden worden groter, negatieve waarden worden minder negatief.

De toekomstige herfst, winter en lente worden op enkele uitzonderingen na steeds natter. In de toekomstige zomer valt minder neerslag behalve voor de simulaties van CNRM-CM5 met RCP 8.5. Beide conclusies zijn gelijkaardig als origineel gesteld. Daarnaast leert vergelijking van $f_{r,HGT}$ met $f_{r,HGC}$ in Tabel 4.1 dat de frequentie van dagen zonder neerslag in de toekomst hoofdzakelijk toeneemt voor beide emissiescenario's. Enkel tijdens de

Tabel 4.1: Tabellen (a) en (b) geven de resultaten van de frequentiecorrectie van neerslag weer respectievelijk voor RCP 4.5 en RCP 8.5, tabellen (c) en (d) geven hetzelfde weer voor evaporatie. De kolommen BC1 en BC2 geven aan hoeveel dagen zonder neerslag of evaporatie zijn toegevoegd aan (of verwijderd uit indien negatief) respectievelijk de originele toekomstige klimaatprojecties en de Ukkeltijdsreeks. $f_{r,HGT4.5}$ en $f_{r,HGT8.5}$ zijn de berekende frequenties van dagen zonder neerslag of evaporatie waaraan de toekomstige reeksen moeten voldoen. Ter referentie wordt ook $f_{r,HGC}$, de frequentie van dagen zonder neerslag of evaporatie voor de gecorrigeerde historische reeks, getoond. Is deze laatste gelijk aan nul, dan kunnen $f_{r,HGT4.5}$ en $f_{r,HGT8.5}$ niet gevonden worden (aangeduid met een streepje in de tabel).

(a)											
CNRM-CM5						MPI-ESM					
Maand	$f_{r,HGC}$	$f_{r,HGT 4.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 4.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 4.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 4.5}$
Jan	0.35	0.34	36	-5	0.32	28	-26	0.32	28	-26	0.32
Feb	0.45	0.44	112	-7	0.45	119	1	0.45	119	1	0.45
Mar	0.39	0.42	81	29	0.38	70	-12	0.38	70	-12	0.38
Apr	0.41	0.41	75	3	0.42	20	12	0.42	20	12	0.42
Mei	0.44	0.45	28	11	0.37	41	-66	0.37	41	-66	0.37
Jun	0.47	0.48	-3	12	0.48	94	14	0.48	94	14	0.48
Jul	0.50	0.58	101	74	0.64	175	126	0.64	175	126	0.64
Aug	0.49	0.56	87	71	0.69	177	193	0.69	177	193	0.69
Sep	0.48	0.54	29	57	0.55	74	66	0.55	74	66	0.55
Okt	0.46	0.49	53	29	0.63	135	156	0.63	135	156	0.63
Nov	0.34	0.35	-15	9	0.32	-35	-21	0.32	-35	-21	0.32
Dec	0.39	0.32	25	-63	0.40	63	14	0.40	63	14	0.40

(b)											
CNRM-CM5						MPI-ESM					
Maand	$f_{r,HGC}$	$f_{r,HGT 8.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 8.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 8.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 8.5}$
Jan	0.35	0.42	45	67	0.42	45	67	0.42	45	67	0.42
Feb	0.45	0.43	110	-14	0.43	110	-14	0.43	110	-14	0.43
Mar	0.39	0.45	86	53	0.45	86	53	0.45	86	53	0.45
Apr	0.41	0.47	85	55	0.47	85	55	0.47	85	55	0.47
Mei	0.44	0.50	31	59	0.50	31	59	0.50	31	59	0.50
Jun	0.47	0.46	-3	-4	0.46	-3	-4	0.46	-3	-4	0.46
Jul	0.50	0.59	103	87	0.59	103	87	0.59	103	87	0.59
Aug	0.49	0.56	86	66	0.56	86	66	0.56	86	66	0.56
Sep	0.48	0.56	30	71	0.56	30	71	0.56	30	71	0.56
Okt	0.46	0.53	57	61	0.53	57	61	0.53	57	61	0.53
Nov	0.34	0.37	-16	26	0.37	-16	26	0.37	-16	26	0.37
Dec	0.39	0.35	27	-39	0.35	27	-39	0.35	27	-39	0.35

(c)											
CNRM-CM5						MPI-ESM					
Maand	$f_{r,HGC}$	$f_{r,HGT 4.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 4.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 4.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 4.5}$
Jan	0.29	0.17	81	-112	0.15	65	-132	0.15	65	-132	0.15
Feb	0.26	0.23	159	-22	0.07	41	-162	0.07	41	-162	0.07
Mar	0.06	0.02	15	-43	0.00	0	-60	0.00	0	-60	0.00
Apr	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Mei	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Jun	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Jul	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Aug	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Sep	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Okt	0.01	0.02	17	7	0.01	12	0	0.01	12	0	0.01
Nov	0.15	0.09	52	-54	0.08	47	-68	0.08	47	-68	0.08
Dec	0.27	0.19	72	-68	0.23	97	-39	0.23	97	-39	0.23

(d)											
CNRM-CM5						MPI-ESM					
Maand	$f_{r,HGC}$	$f_{r,HGT 8.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 8.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 8.5}$	BC1	BC2	$f_{r,HGT 8.5}$
Jan	0.29	0.18	82	-110	0.18	82	-110	0.18	82	-110	0.18
Feb	0.26	0.07	49	-157	0.07	49	-157	0.07	49	-157	0.07
Mar	0.06	0.01	8	-51	0.01	8	-51	0.01	8	-51	0.01
Apr	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Mei	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Jun	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Jul	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Aug	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Sep	0	-	0	0	-	0	0	-	0	0	-
Okt	0.01	0.02	17	7	0.02	17	7	0.02	17	7	0.02
Nov	0.15	0.11	61	-39	0.11	61	-39	0.11	61	-39	0.11
Dec	0.27	0.15	54	-113	0.15	54	-113	0.15	54	-113	0.15

winter en herfst voor CNRM-CM5 en de winter en lente voor MPI-ESM kan het voorkomen dat het aantal dagen zonder neerslag net afneemt. Samengevat krijgen de conclusies volgende vorm (Tabellen 4.1, D.1, D.2, D.3 en D.4):

1. de toekomstige zomer wordt hoofdzakelijk droger gezien de frequenties van dagen zonder neerslag toenemen en de klimaatsignalen negatief zijn (met uitzondering van CNRM-CM5 met RCP 8.5);
2. in de toekomstige herfst nemen de neerslaggebeurtenissen hoofdzakelijk in intensiteit toe gezien de frequenties van dagen zonder neerslag toenemen en de klimaatsignalen positief zijn (met uitzondering van CNRM-CM5 met RCP 4.5);
3. de toekomstige winter wordt hoofdzakelijk natter met CNRM-CM5 gezien de frequenties van dagen zonder neerslag afnemen en de klimaatsignalen positief zijn, de neerslaggebeurtenissen in de winter nemen hoofdzakelijk in intensiteit toe met MPI-ESM gezien de frequenties van dagen zonder neerslag toenemen en de klimaatsignalen positief zijn;
4. de neerslaggebeurtenissen in de lente nemen hoofdzakelijk in intensiteit toe met CNRM-CM5 gezien de frequenties van dagen zonder neerslag toenemen en de klimaatsignalen positief zijn, de toekomstige lente wordt hoofdzakelijk natter met MPI-ESM gezien de frequenties van dagen zonder neerslag afnemen en de klimaatsignalen positief zijn.

Bovenstaande bevindingen zijn meer uitgesproken voor RCP 8.5. De resultaten van de biascorrectiemethodes onderling wijken af maar zonder opmerkelijk patroon. In principe is te verwachten dat die maanden waarvoor het aantal te corrigeren dagen sterk verschilt tussen BC1 en BC2, ook sterker verschillen in klimaatsignaal. Dit is evenwel niet steeds ondubbelzinnig te concluderen.

De waarnemingen blijven wat temperatuur betreft hetzelfde als de klimaatsignalen voor de originele klimaatsimulaties getoond in Tabellen C.2 en C.3. Beide RCP's geven aanleiding tot warmere maanden, voor RCP 8.5 is dit het extreemst (Tabellen D.1, D.2, D.3 en D.4). De gemiddelde afwijking per maand bedraagt tussen 0.8 °C en 2.7 °C voor RCP 4.5 en tussen 1.3 °C en 4.3 °C voor RCP 8.5. Het verschil tussen BC1 en BC2 is minimaal.

Conform fysische wetmatigheden geven warmere en nattere condities opnieuw aanleiding tot meer evaporatie en warmere en drogere condities tot minder evaporatie (Ta-

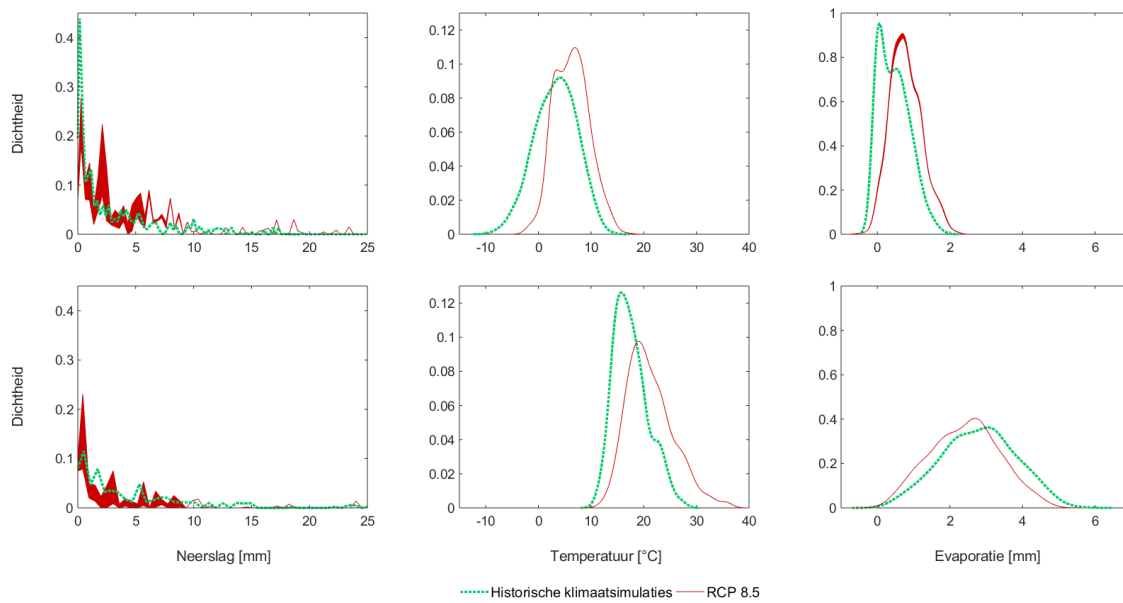
bellen D.1, D.2, D.3 en D.4). Figuur 4.1 illustreert deze fenomenen respectievelijk in februari en juli van MPI-ESM met RCP 8.5. Het verschil tussen BC1 en BC2 is minimaal voor de maanden waar geen frequentiecorrectie werd toegepast en iets groter waar de frequentiecorrectie wel werd toegepast.

Onzekerheid

Voorgaande bespreking maakt duidelijk dat het verschil tussen BC1 en BC2 wanneer geen frequentiecorrectie wordt toegepast, beperkt is. De onzekerheid die gepaard gaat met de biascorrectiemethode is dus gering. Desondanks kan het verschil oplopen wanneer het aantal te corrigeren dagen zonder neerslag of evaporatie opmerkelijk anders is voor beide methodes. Figuur 4.1 demonstreert dat de onzekerheid geïntroduceerd door de stochasticiteit van de frequentiecorrectie zowel groot als klein kan zijn. In dit voorbeeld wordt voor neerslag van MPI-ESM met RCP 8.5 en BC1 in februari en juli, respectievelijk 110 en 103 dagen zonder neerslag gecorrigeerd. De onzekerheid op de herhalingen zal dus groter zijn. Het omgekeerde fenomeen is waar te nemen voor evaporatie, daar bedragen de te corrigeren dagen respectievelijk slechts 49 en 0 dagen. Het aantal te corrigeren dagen in Tabel 4.1 geeft met andere woorden een indicatie van de te verwachten onzekerheid op de resultaten. Met uitzondering van enkele maanden lijkt het gebruik van één resultaat per biascorrectiemethode in werkwijzen 1, 2 en 3 dus verantwoord.

Kendall's tau

Het behouden van de wederzijdse afhankelijkheden tussen de veranderlijken is belangrijk voor de consistentie van de te creëren debietreeksen en de opbouw van de vine-copula's. Figuur 4.2 geeft een overzicht van de Kendall's tau-waarden voor de verschillende relaties. Er is geen opmerkelijk verschil waar te nemen tussen RCP 4.5 en RCP 8.5, daarom worden enkel de resultaten voor RCP 4.5 getoond. De *PT*-, *ET*- en *EP*-afhankelijkheden van de gecorrigeerde historische klimaatsimulaties verbeteren minimaal, maar de grote afwijking van de Ukkeltijdreeks blijft. Daarnaast lijkt ook BC1 geen verbetering te scheppen voor de toekomstige klimaatprojecties. De boxplots van de toekomstige reeksen gecorrigeerd met BC2 daarentegen vallen quasi gelijk met de waarden van Kendall's tau voor de Ukkeltijdreeks. Deze bevindingen zijn te staven door terug te grijpen naar de opbouw van beide BC's: BC1 genereert de herschaalde data op basis van de originele toekomstige klimaatprojecties, BC2 op basis van de Ukkeltijdreeks. Met enige voorzichtigheid kan geconcludeerd worden dat de performantie van BC2 voor deze proefopzet groter is, al kan dit nooit volledig gegarandeerd worden gezien het hier nog steeds gaat over simulaties van de

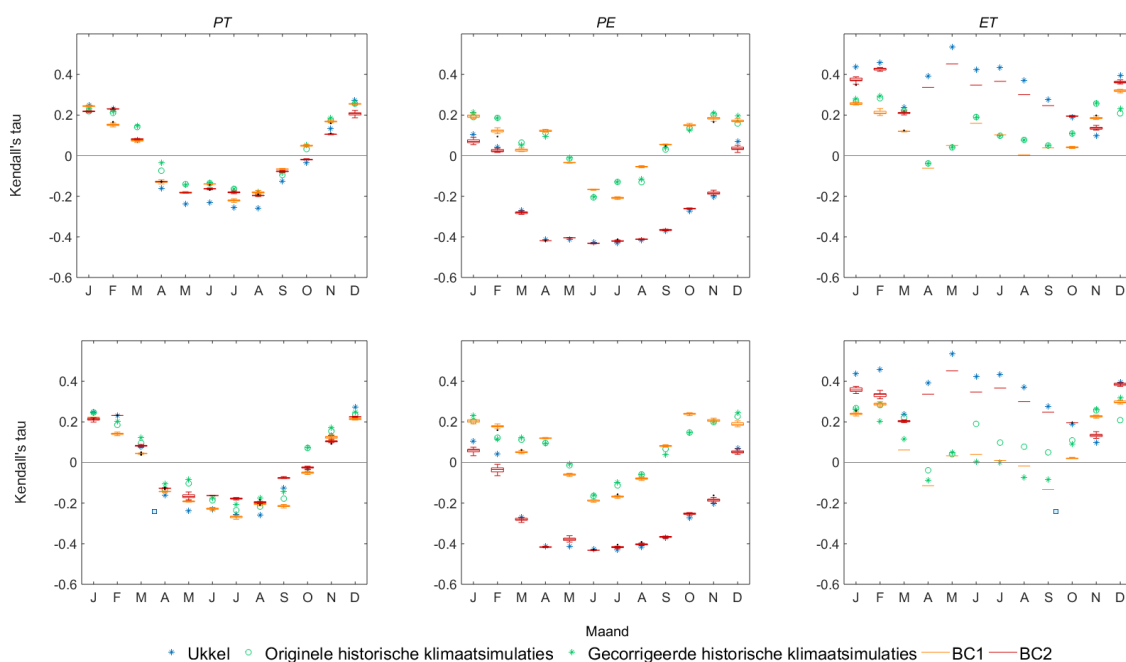


Figuur 4.1: Empirische dichtheidsfuncties van de BC1-gecorrigeerde neerslag [mm], temperatuur [°C] en evaporatie [mm] in februari (boven) en juli (onder) van MPI-ESM voor twintig herhalingen. De grafieken van neerslag zijn weergegeven tot 25 mm maar gaan in werkelijkheid gelijkaardig verder tot 35 mm en 50 mm. De bandbreedte van de *kernel smoothing density function* voor neerslag is fijner gekozen dan de optimale nl. 0.03.

toekomst. Dit alles wil evenwel niet zeggen dat BC1 niet tot goede resultaten kan leiden wanneer gewerkt wordt met klimaatdata die er initieel wel in slagen om de geobserveerde afhankelijkheden te vatten. Net zoals Fowler *et al.* (2007) reeds beschreven, bestaan er dus biascorrectiemethodes die de fysische coherentie tussen de veranderlijken waarborgen, maar bestaan er evengoed die hier niet in slagen. Merk tot slot op dat slechts één waarde voor de *ET*-Kendall's tau is weergegeven in april t.e.m. september gezien in deze maanden geen frequentiecorrectie werd uitgevoerd voor evaporatie.

4.1.2 Statistische gegevensvoorbereiding

Na de biascorrecties ondergaan alle evaporatie- en temperatuurreeksen een standaardisatie (vergelijking (3.14)) gezien telkens voor minstens één maand een significante trend waar te nemen is (niet weergegeven). De significante trends doen zich voornamelijk voor tijdens de lente- en herfstmaanden. Dit is niet geheel onlogisch want deze seizoenen kenmerken zich met overgangscondities tussen winter en zomer. Vergelijking op basis van de twee GKM's en twee emissiescenario's geeft geen aanleiding tot een noemenswaardig verschil. De bias-



Figuur 4.2: Waarden van Kendall's tau voor PT , PE en ET . De bovenste rij geeft de grafieken voor de waarden van de geobserveerde tijdreeksen en van de simulaties bekomen met CNRM-CM5 voor RCP 4.5 weer. De onderste rij geeft de grafieken voor de waarden van de geobserveerde tijdreeksen en van de simulaties bekomen met MPI-ESM opnieuw voor RCP 4.5 weer. De resultaten van BC1 en BC2 worden als boxplots weergegeven, deze correcties werden immers twintig keer herhaald.

correctiemethode lijkt geen invloed te hebben op de maandelijkse trend voor temperatuur, maar wel voor evaporatie: BC1 geeft opvallend aanleiding tot minder significante trends.

4.2 Werkwijzen 0, 1, 2 en 3

4.2.1 Werkwijze 0

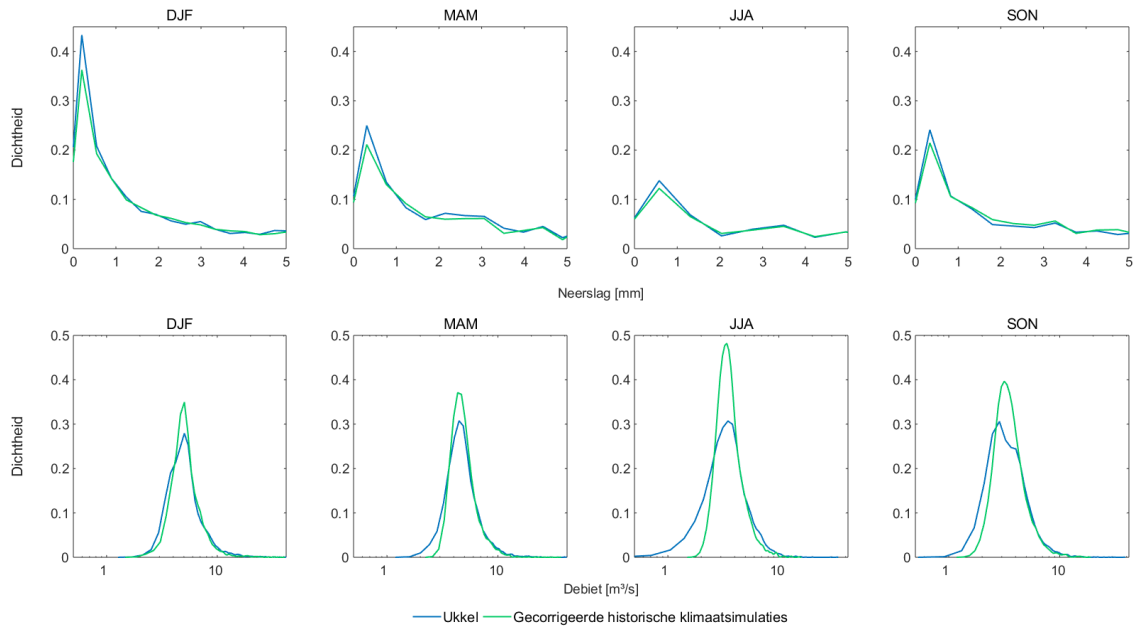
Modelafwijking

De biases van de debietwaarden nemen hoofdzakelijk af in absolute waarde maar blijven aanwezig (Tabel 4.2). Dit benadrukt dat een correctie van alle statistische momenten van neerslag en evaporatie niet voldoende is om tot zinvolle debietsimulaties te komen. Het behouden van de wederzijdse afhankelijkheden is minstens even belangrijk (Chen *et al.*, 2013; Muerth *et al.*, 2013; White en Toumi, 2013). Verder is het opvallend dat quasi voor alle maanden een onderschatting is te observeren (Tabel 4.2). De oorzaak hiervan kan gevonden worden in de empirische dichtheidsfuncties van neerslag en debiet voor

CNRM-CM5 in Figuur 4.3 (MPI-ESM geeft gelijkaardige resultaten). De dichtheid van neerslagwaarden kleiner dan 1.0 mm, 0.9 mm, 1.6 mm en 1.0 mm wordt onderschat voor respectievelijk winter, lente, zomer en herfst met als logisch gevolg dat ook de dichtheid van debieten respectievelijk kleiner dan 4.2 m³/s, 3.6 m³/s, 2.6 m³/s en 2.6 m³/s, wordt onderschat. De niet-lineaire relatie tussen debiet en neerslag zorgt dat de afwijking van de neerslagreeks resulteert in een grotere afwijking van de PDM-gemodelleerde debietreeks (Pierce *et al.*, 2015).

Tabel 4.2: Modelafwijking van de debietwaarden [m³/s] bekomen na werkwijze 0. De modelafwijking of bias wordt bepaald door het verschil tussen de historische debietreeksen na werkwijze 0 en de observaties ($x_{HGC} - x_{OC}$).

	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.00	0.07	-0.25	-0.27	-0.16	-0.01	-0.38	-0.12	-0.06	-0.19	-0.07	-0.72
MPI-ESM	-0.38	0.13	-0.41	-0.37	-0.12	-0.08	-0.33	-0.09	0.00	-0.33	-0.12	-0.47



Figuur 4.3: Empirische dichtheidsfuncties van de Ukkeltijdreeks en de gecorrigeerde historische klimaat-simulaties voor neerslag [mm] en debiet [m³/s] per seizoen voor CNRM-CM5. Neerslagwaarden zijn enkel getoond tot 5 mm, de bandbreedte van de *kernel smoothing density function* werd fijner gekozen dan de optimale, namelijk 0.05.

Klimaatsignaal

De klimaatsignalen voor de debietwaarden zijn overal positief en lopen een stuk hoger op dan voor de originele klimaatsimulaties (Tabel 4.3 t.o.v. Tabellen C.2 en C.3). MPI-ESM en RCP 8.5 overstijgen respectievelijk CNRM-CM5 en RCP 4.5. De maximale gemiddelde afwijking over de biascorrectiemethodes heen bedraagt $3.7 \text{ m}^3/\text{s}$ in december voor MPI-ESM met RCP 8.5 en BC2. Niettemin illustreert Figuur 4.4 dat naast de verwachte shift naar grotere debietwaarden ook het omgekeerde waar te nemen is. In de toekomstige zomer, en in mindere mate de toekomstige herfst, lijkt het dus eerder plausibel dat het debiet afneemt. Deze tegenstelling benadrukt dat het klimaatsignaal slechts een gemiddelde uitdrukking is. Ook Tabari *et al.* (2015) voorspelden overigens een toename aan afvoer in de toekomstige winter en een afname aan afvoer in de toekomstige zomer van Centraal-België. Verder tonen de dichtheidsfuncties na toepassen van BC2 gelijkenissen met deze van Ukkel, een klaarblijkelijke weerspiegeling van het feit dat BC2 de Ukkeltijdreeks als basis neemt ter correctie van de modelsimulaties.

Onzekerheid

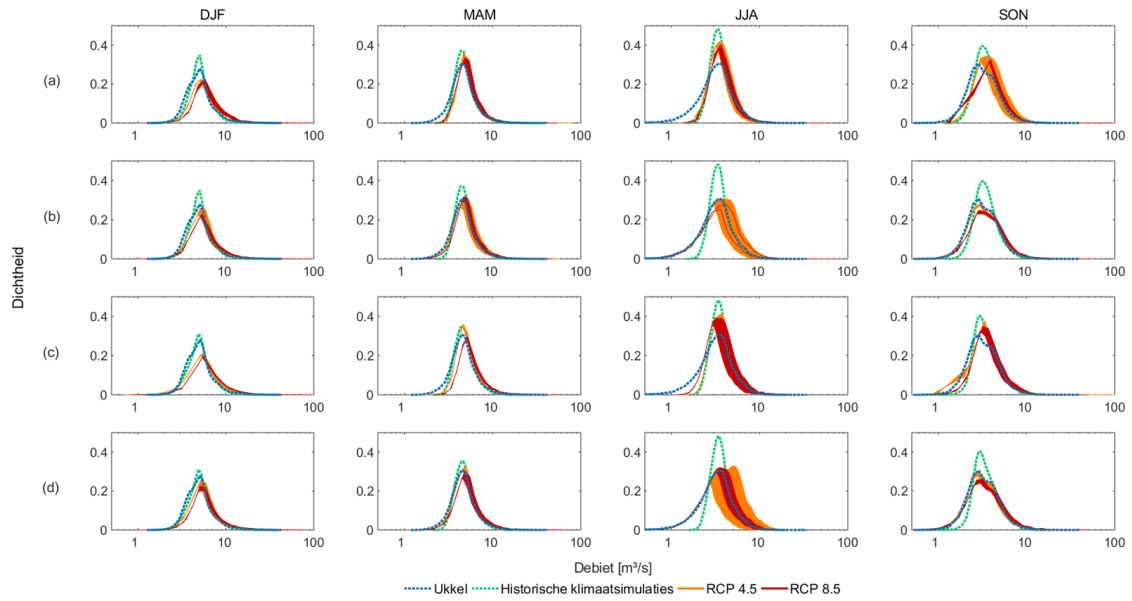
De onzekerheid op de debietwaarden wordt voornamelijk gedreven door deze op de neerslagwaarden gezien evaporatie slechts in de helft van de maanden een frequentiecorrectie behoeft (Tabel 4.1). Uiteindelijk leert Figuur 4.4 dat de onzekerheid relatief beperkt blijft, met uitzondering van de zomer die gepaard gaat met een groter aantal te corrigeren dagen (Tabel 4.1). Dit stemt overeen met de argumentatie gemaakt in Sectie 4.1.1. Ten slotte is waar te nemen dat de onzekerheid op de debietwaarden kleiner dan de debietwaarde van de modus, verwaarloosbaar lijkt (Figuur 4.4). Deze kleine waarden zijn immers geassocieerd met basisafvoer, de constante afvoer tijdens een langdurige droogte, en dus gelinkt met de dagen zonder neerslag waarvan de frequentie niet varieert over de herhalingen heen.

Retourperiodes

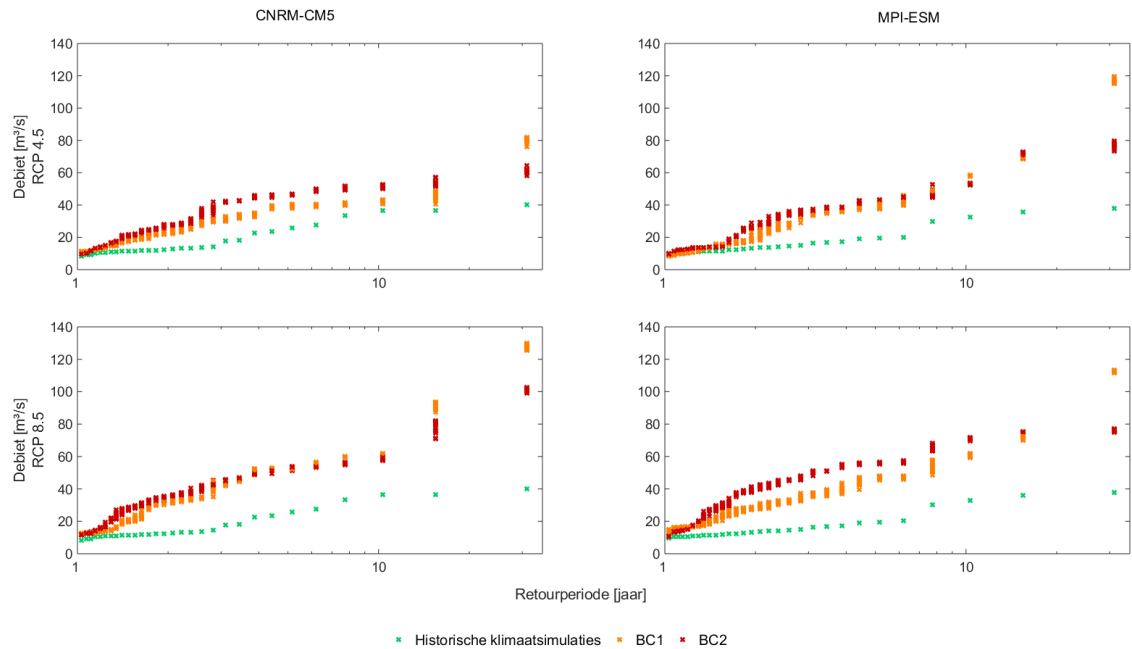
Figuur 4.5 toont de resulterende retourperiodes van de debietwaarden bekomen met de biasgecorrigeerde datareeksen. De conclusies uit Sectie 3.5 blijven gelden: de jaarlijkse maxima van MPI-ESM zijn het grootst en hoe pessimistischer het emissiescenario, hoe groter het bijhorend debiet voor éézelfde retourperiode. De curves voor de toekomstige debietwaarden zijn evenwel een stuk naar boven opgeschoven in vergelijking met Figuur 3.12. Zo kwam een debiet van $60 \text{ m}^3/\text{s}$ initieel gemiddeld één keer om de

Tabel 4.3: Klimaatsignaal als maandelijkse bias voor de debietwaarden [m^3/s] bekomen na werkwijze 0. Het klimaatsignaal wordt bepaald door het verschil tussen de toekomstige en de historische debietsimulaties ($x_{OGT} - x_{OGC}$) na werkwijze 0 voor beide emissiescenario's en biascorrectiemethodes.

RCP 4.5 en BC1												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	1.84	1.37	1.46	0.85	0.47	0.02	0.13	0.29	0.15	0.31	0.04	1.13
MPI-ESM	1.82	1.66	1.25	0.11	0.48	0.35	0.10	0.01	0.04	0.00	0.68	1.65
RCP 4.5 en BC2												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	1.14	0.62	1.12	1.02	0.47	-0.01	0.26	0.28	0.19	0.62	0.49	1.67
MPI-ESM	1.86	0.90	0.54	0.29	0.27	0.09	0.03	-0.02	0.02	0.30	0.93	2.23
RCP 8.5 en BC1												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	1.89	2.92	1.47	0.67	0.38	0.50	0.54	0.62	0.89	0.56	0.45	2.17
MPI-ESM	2.74	2.87	2.95	1.61	0.85	0.55	0.01	-0.11	0.06	0.11	1.27	2.31
RCP 8.5 en BC2												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	2.72	2.15	1.16	0.71	0.56	0.28	0.96	0.72	0.64	1.43	1.31	2.84
MPI-ESM	2.89	2.12	2.16	1.53	0.70	0.22	0.06	0.17	0.29	0.94	1.90	3.74



Figuur 4.4: Dichtheidsfuncties van de debieten [m^3/s] na werkwijze 0 voor de vier seizoenen met de resultaten van (a) CNRM-CM5 en BC1, (b) CNRM-CM5 en BC2, (c) MPI-ESM en BC1 en (d) MPI-ESM en BC2, elk voor twintig herhalingen.



Figuur 4.5: Retourperiodes [jaar] van de debietreeksen [m^3/s] na toepassen van werkwijze 0 voor CNRM-CM5 (links), MPI-ESM (rechts), RCP 4.5 (boven) en RCP 8.5 (onder). Elke dataset omvat twintig herhalingen.

16 jaar voor met MPI-ESM en RCP 8.5, na de biascorrectie is dit gemiddeld om de 8 jaar. Finaal brengt ook de biascorrectiemethode zelf enige nuance teweeg in de uiteindelijk resultaten: voor éénzelfde retourperiode is het debiet hoofdzakelijk groter met BC2 dan met BC1.

Net zoals Hagemann *et al.* (2011), Teutschbein en Seibert (2012) en Muerth *et al.* (2013) reeds vermeldde, leidt een biascorrectie in het algemeen dus tot verbeterde debietsimulaties. De algemene conclusie omtrent het effect van klimaatverandering op overstromingen zal bovendien vaak hetzelfde blijven: overstromingen worden extremer en hoe pessimistischer het beschouwde emissiescenario, hoe meer uitgesproken dit fenomeen. De kwantitatieve conclusie, *i.e.* de grootte van het klimaatsignaal voor afvoer, hangt echter wel af van klimaatmodel en biascorrectie. Herschaalde reeksen gebruiken in een hydraulisch ontwerp behoeft dus zeker enige voorzichtigheid. De onzekerheid die deze operatie met zich meebrengt is overigens ook locatie- en seizoensgebonden (Muerth *et al.*, 2013; Hagemann *et al.*, 2011). Hagemann *et al.* (2011) suggereerden dat deze onzekerheid van dezelfde grootte-orde is als de onzekerheid gerelateerd aan de keuze van het GKM. De beschrijving van de resultaten op basis van de klimaatsignalen zijn daarnaast slechts gemiddelde uitspraken. Het is met de bespreking van de retourperiodes dat antwoord werd gegeven op de vraag welk van de biascorrectiemethodes en GKM's aanleiding geeft tot debieten met een grotere omvang. Samengevat geven BC2 en MPI-ESM dus aanleiding tot grotere debieten en is BC2 in principe beter in staat de afhankelijkheden tussen de veranderlijken te beschrijven dan BC1.

Van de twintig herhalingen per dataset wordt telkens één reeks geselecteerd om werkwijzen 1–3 mee aan te vangen. In wat volgt worden deze benoemd als de basisreeksen.

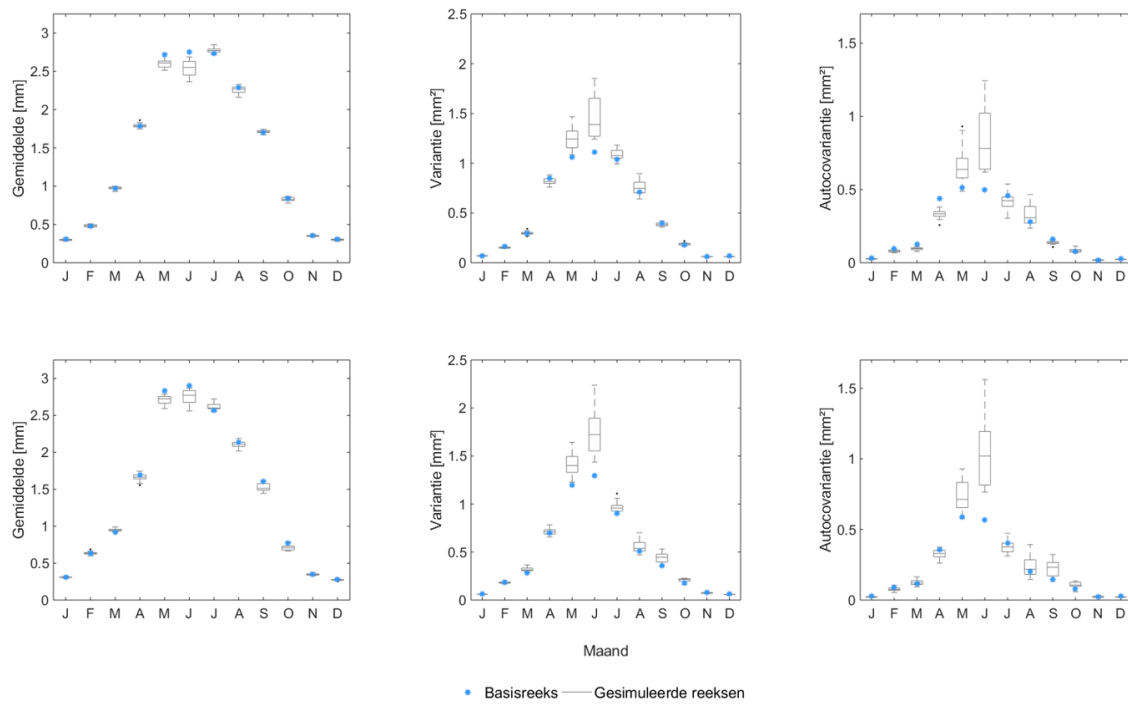
4.2.2 Werkwijze 1

4.2.2.1 Evaporatie

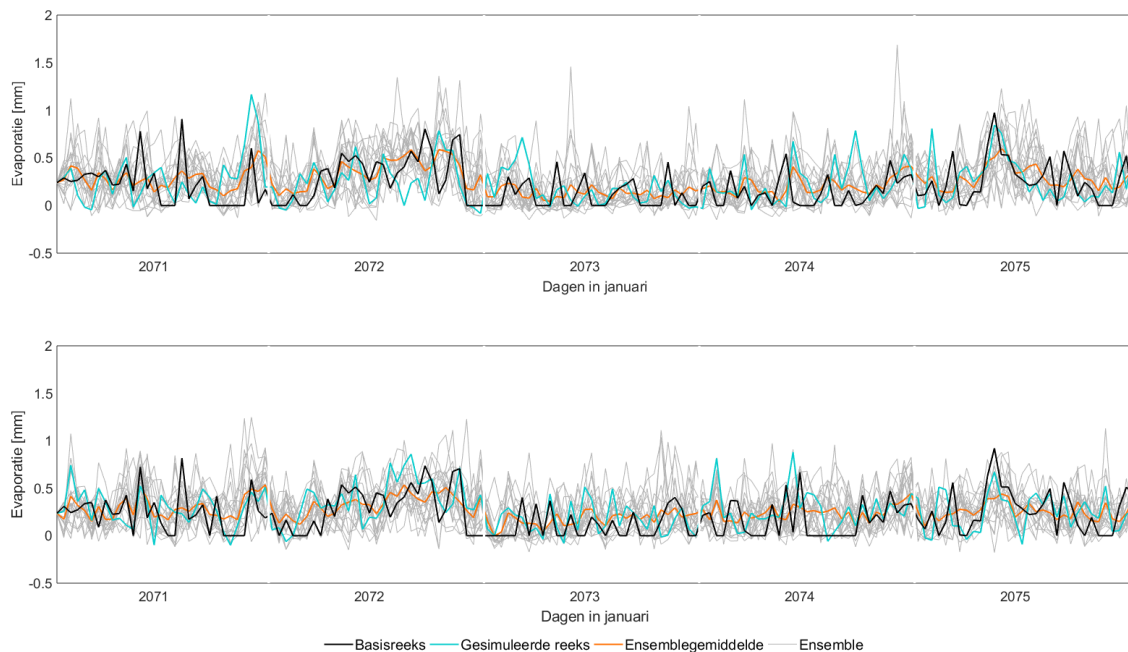
Tijdens het fitten van de E-generator V_{TPEPE} werd voornamelijk de Frankfamilie geselecteerd (resultaten niet weergegeven). De Gaussische familie is in mindere mate vertegenwoordigd, de Clayton- en Gumbelfamilie werden een verwaarloosbaar aantal keer gekozen. De geselecteerde families verschillen over de datasets heen zonder opmerkelijk patroon.

Op vlak van maandelijkse statistieken lijkt de E-generator het behoorlijk goed te doen (Figuur 4.6). Het maandelijks gemiddelde en de maandelijkse variantie van de basisreeksen liggen in het bereik van de twintig herhalingen. Enkel van mei tot en met augustus kan hier af en toe een uitzondering op waar te nemen zijn voor BC2. Vandaar illustreert Figuur 4.6 de evaluatie van de simulaties voor beide GKM's met RCP 4.5 en BC2. Verder is het voor alle datasets mogelijk dat de maandelijkse autocovariantie van de simulaties tussen mei en september groter is dan de autocovariantie van de basisreeks, net die maanden waar de frequentie van dagen zonder evaporatie nul bedraagt.

Figuur 4.7 maakt duidelijk dat de basisreeksen van CNRM-CM5 en MPI-ESM met RCP 4.5 en BC2 zich over het algemeen binnen het bereik van de twintig herhalingen situeren. Het ensemblagemiddelde van de tijdreeksen ligt in dit voorbeeld vaak iets hoger dan de basisreeks. Dit wil niet noodzakelijk zeggen dat het stochastisch model faalt. De E-generator is namelijk niet opgesteld om de basisreeks exact te gaan voorspellen, het model streeft er enkel naar een gelijkaardig gedrag te simuleren. Zowel de modelrealisaties als de basisreeks zijn dus slechts resultaten van een stochastisch proces. Een herhaling, aangeduid in blauw, helpt zo zien dat de temporele variabiliteit van de gesimuleerde reeksen gelijkaardig blijft aan die van de basisreeks. De conclusies voor de andere maanden en datasets zijn hetzelfde, in die zin dat ze evengoed een lichte afwijking van de basisreeks vertonen. Ten slotte is op te merken dat de simulatiewaarden kleiner dan nul kunnen zijn, terwijl de basisreeks voor BC2 dit inherent niet kan daar ze een aanpassing is van de Ukkeltijdreeks met het klimaatsignaal voor waarden groter dan 0.1 mm. In principe zou het genereren van veranderlijken uit een vine-copula geen aanleiding mogen geven tot waarden groter of kleiner dan respectievelijk het minimum en maximum van de basisreeks waarmee de vine-copula is gefit. De vine-copula genereert immers cumulatieve dichtheden, steeds gelegen in $\mathbb{I}$ (vergelijking 3.16), waarna een transformatie met de inverse empirische marginale distributiefunctie leidt tot de evaporatiewaarde. Deze evaporatiewaarde staat echter nog in de gestandaardiseerde vorm en behoeft dus nog een destandaardisatie. Daar de vine-copula's gefit zijn per maand en de veranderlijken gestandaardiseerd per dag, kan de gegenereerde simulatie van een specifieke maand en dag een waarde aannemen die nooit is geobserveerd op de desbetreffende dag maar wel op een andere dag van dezelfde maand. Het niet overeenstemmen van het tijdvenster waarover de vine-copula's gefit zijn en waarover de veranderlijken gestandaardiseerd zijn, ligt dus aan de oorsprong van dit fenomeen. Dit betekent evengoed dat de bekomen simulaties groter kunnen zijn dan het initieel geobserveerde maximum van de basisreeks.



Figuur 4.6: Gemiddelde [mm], variantie [mm²] en autocovariantie [mm²] per maand van de twintig evaporatiesimulaties voor CNRM-CM5 (boven) en MPI-ESM (onder) met RCP 4.5 en BC2 na toepassen van werkwijze 1.



Figuur 4.7: De basisreeks (zwart) en het ensemble van de gesimuleerde evaporatiereeksen (grijs) voor CNRM-CM5 (boven) en MPI-ESM (onder) met RCP 4.5 en BC2 na toepassen van werkwijze 1. De resultaten zijn weergegeven voor de maanden januari van 2071 tot en met 2075. Ook één gesimuleerde reeks van de twintig herhalingen (blauw) en het ensemblegemiddelde (oranje) zijn gevisualiseerd.

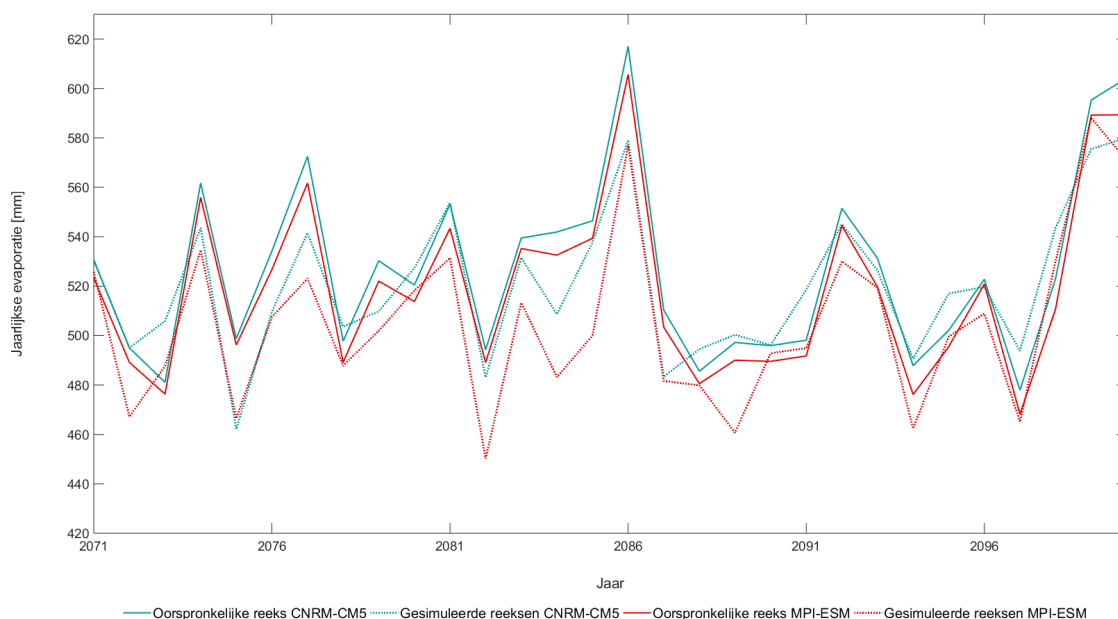
Verder wordt de E-generator geëvalueerd door het ensembledgemiddelde van de totale jaarlijkse evaporatie te vergelijken met de totale jaarlijkse evaporatie van de basisreeksen. In Figuur 4.8 is te zien dat de E-generator in staat lijkt deze statistiek te vatten. De resultaten zijn naar analogie van de vorige figuren opnieuw enkel weergegeven voor de reeksen met RCP 4.5 en BC2.

Ook de empirische dichtheidsfuncties van de gesimuleerde evaporatiereeksen wijken niet noemenswaardig af van de basisreeksen (Figuren 4.10 en 4.11). Het enige waar te nemen patroon qua over- of onderschatting is de overschatting van evaporatiewaarden kleiner dan nul bij de resultaten van BC2. Deze overschatting is niet algemeen waarneembaar voor elke maand en is overigens niet uniek voor BC2, ook BC1 kan dergelijke afwijking vertonen. Vermoedelijk geldt hier dezelfde argumentatie als bij de tijdreeksen: het niet overeenstemmen van het tijdvenster waarover de vine-copula's gefit zijn met deze waarover de veranderlijken gestandaardiseerd zijn, veroorzaakt gesimuleerde waarden kleiner dan initieel geobserveerd in de basisreeksen. Daarnaast kan ook de onzekerheid die de E-generator in werkwijze 1 met zich meebrengt, ingeschat worden met behulp van deze figuren. De onzekerheid is het grootst voor waarden groter dan 3 mm. Deze bevindingen gelden voor alle maanden. Tot slot is waar te nemen dat de onzekerheid op de reeksen met CNRM-CM5 iets groter is dan op de reeksen met MPI-ESM.

Finaal wordt het vermogen van de stochastische generator om de wederzijdse afhankelijkheden te behouden, geanalyseerd in Figuren 4.12 en 4.13. Voor elk van de twintig evaporatiesimulaties werd de relatie tussen de stochastische evaporatie en de neerslag- en temperatuurbasisreeksen bepaald aan de hand van Kendall's tau, dit voor CNRM-CM5 met RCP 4.5 en respectievelijk BC1 en BC2. Resultaten met MPI-ESM en RCP 8.5 verschillen slechts minimaal. De E-generator lijkt de *EP*- en *ET*-afhankelijkheden goed te capteren.

4.2.2.2 Debieten

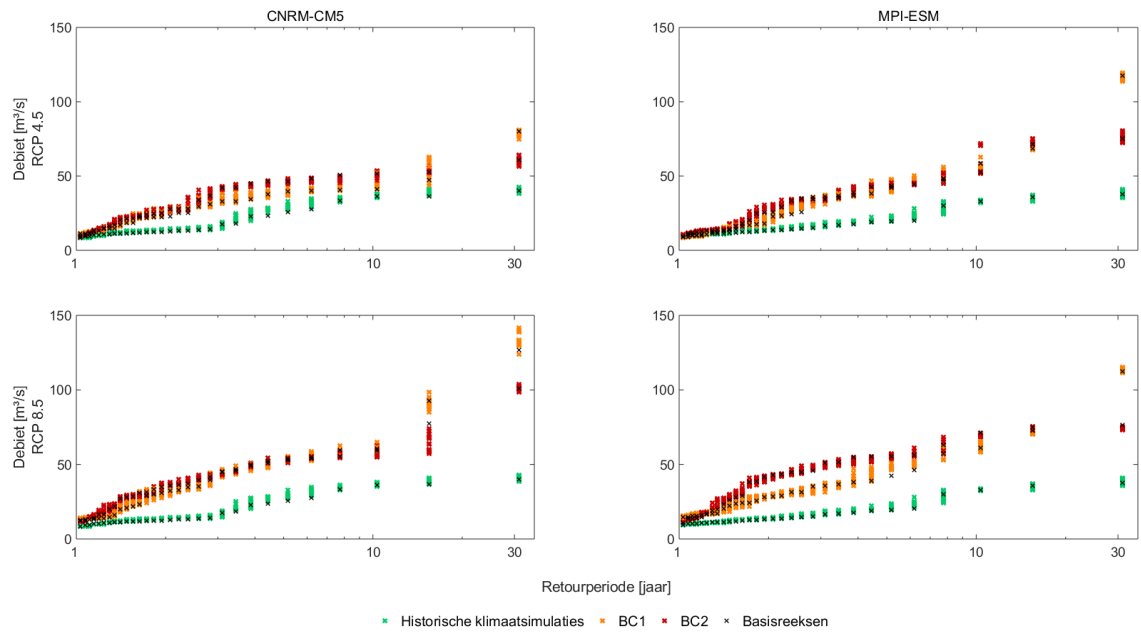
De empirische dichtheidsfuncties van de debieten resulterend uit werkwijze 1 worden weergegeven in Figuren 4.14 en 4.15 voor respectievelijk CNRM-CM5 en MPI-ESM. De dichtheden van de debietsimulaties voor de modus liggen boven de dichtheden van de basisreeksen met BC1, de dichtheid van de modus zelf situeert zich onder deze van de basisreeksen. Het omgekeerde is waar voor BC2: de dichtheden van de debietsimulaties voor de modus liggen onder de basisreeksen, de dichtheid van de modus zelf situeert zich boven deze van de



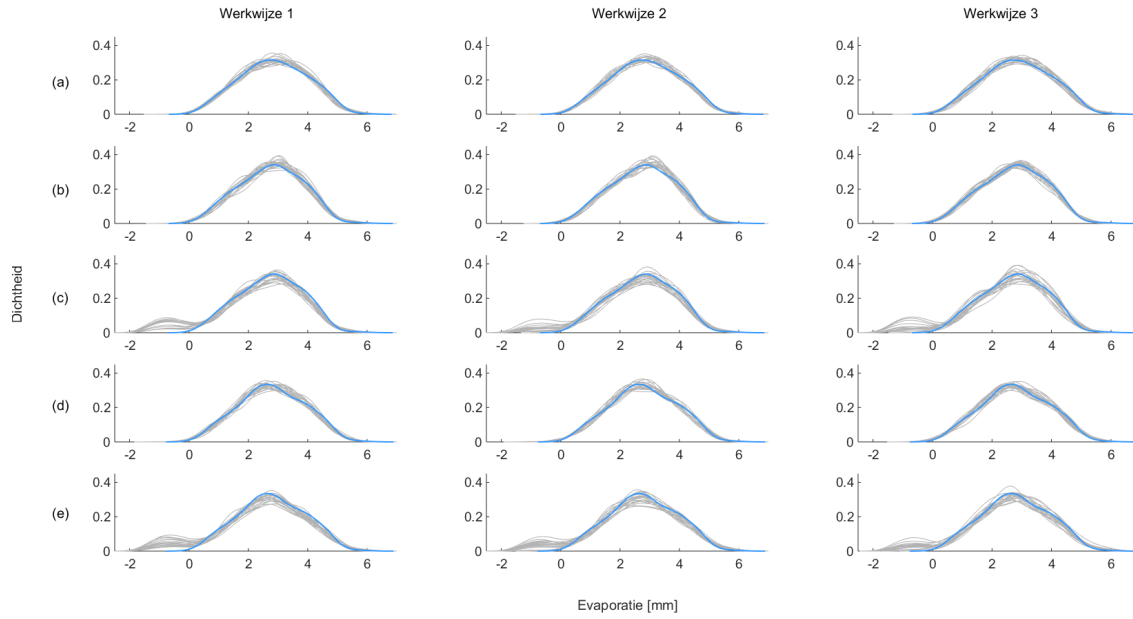
Figuur 4.8: De totale jaarlijkse evaporatie van de basisreeksen (volle lijn) en de gemiddelde totale jaarlijkse evaporatie van het ensemble van de twintig gesimuleerde evaporatiereeksen (stippellijn) voor CNRM-CM5 (blauw) en MPI-ESM (rood) met RCP 4.5 en BC2 na toepassen van werkwijze 1.

basisreeks. Na de modus valt de basisreeks binnen het bereik van het ensemble, hoewel één specifieke simulatie wel enige afwijking kan vertonen. Figuren D.1, D.2 en D.3 geven als toevoeging de resultaten voor de maanden maart, september en december van CNRM-CM5. Zoals ook bij Figuur 4.4 werd opgemerkt, is de onzekerheid namelijk afhankelijk van de beschouwde periode of maand. In juni en september is de onzekerheid ten gevolge van de stochasticiteit inderdaad groter dan in maart en december. Een duidelijk onderscheid tussen CNRM-CM5 en MPI-ESM, RCP 4.5 en RCP 8.5 of BC1 en BC2 is niet te maken.

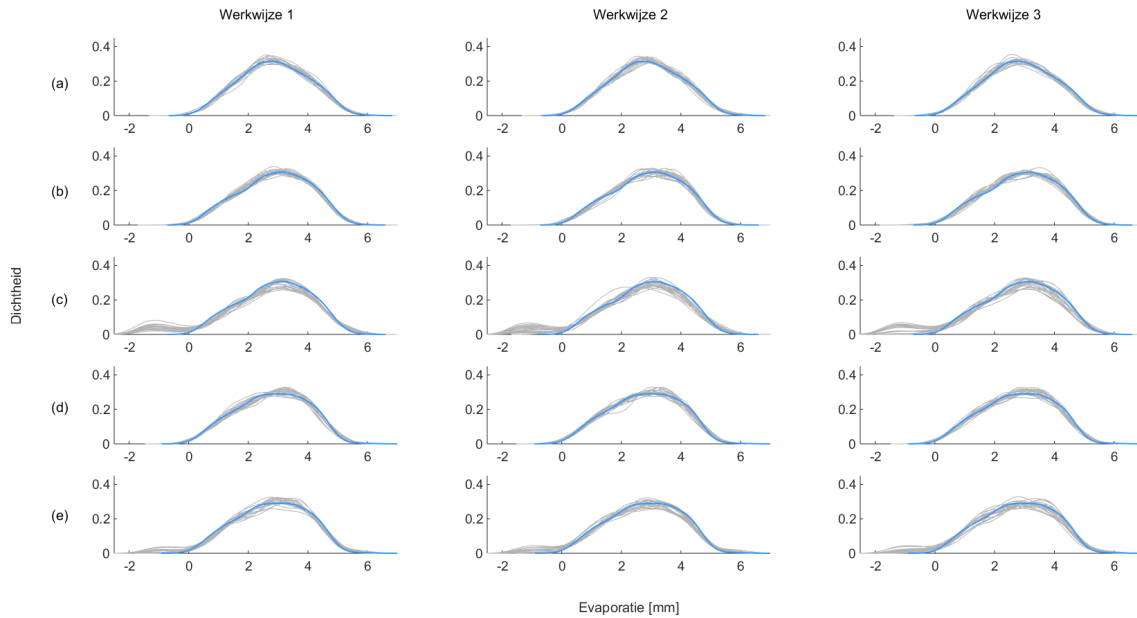
Tot slot geeft Figuur 4.9 de retourperiodes van de gesimuleerde debietreeksen weer. De retourperiode van de basisreeks bevindt zich steeds in het bereik van het ensemble. De gemaakte conclusies na het bestuderen van de resultaten met werkwijze 0 blijven ongewijzigd: de jaarlijkse maxima van MPI-ESM zijn het grootst, hoe pessimistischer het emissiescenario, hoe groter het bijhorend debiet voor éénzelfde retourperiode en voor éénzelfde retourperiode is het debiet hoofdzakelijk groter met BC2 dan BC1.



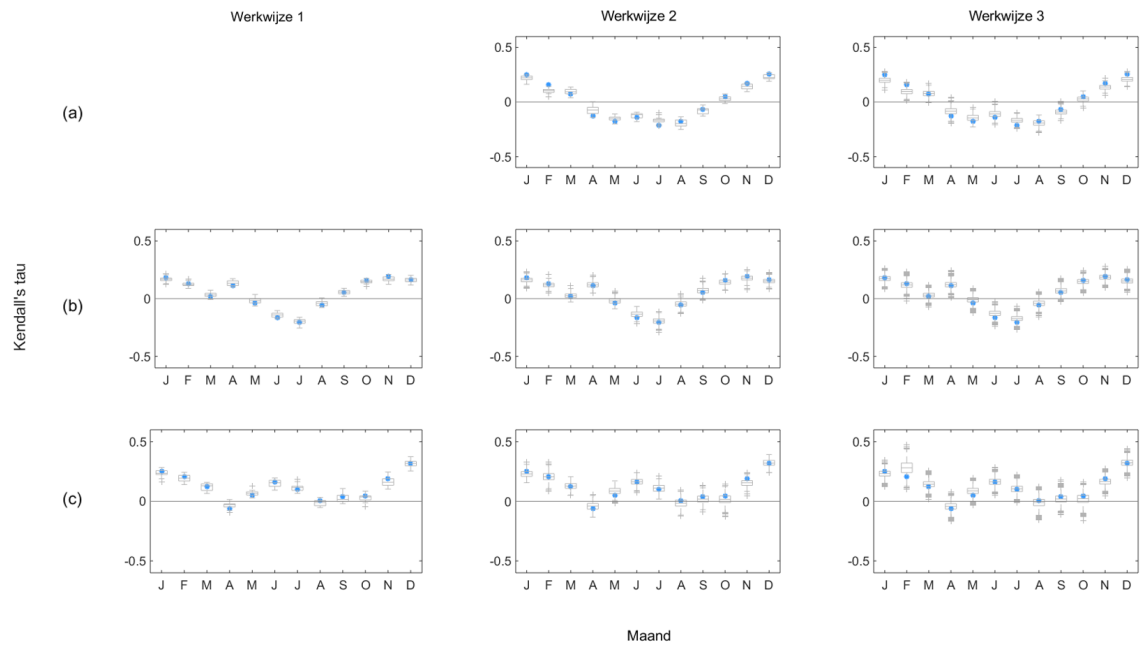
Figuur 4.9: Retourperiodes [jaar] van de debietreeksen [m^3/s] na toepassen van werkwijze 1 voor CNRM-CM5 (links), MPI-ESM (rechts), RCP 4.5 (boven) en RCP 8.5 (onder). Elke dataset omvat twintig herhalingen. De basisreeksen (zwart) zijn weergegeven voor de historische, BC1- en BC2-datasets.



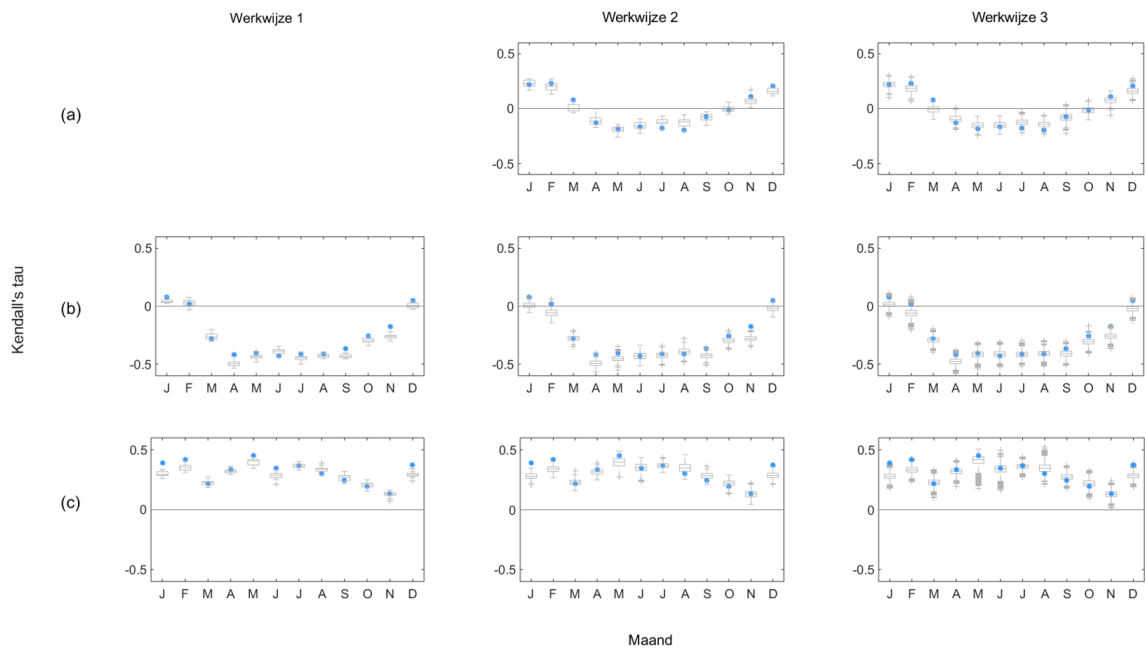
Figuur 4.10: Empirische dichtheidsfuncties van evaporatie [mm] na toepassen van de E-generator in werkwijzen 1–3 met alle CNRM-CM5-datareeksen in juni. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen, voor werkwijze 2 en 3 zijn deze willekeurig gekozen uit de respectievelijk vierhonderd en achtduizend modelsimulaties.



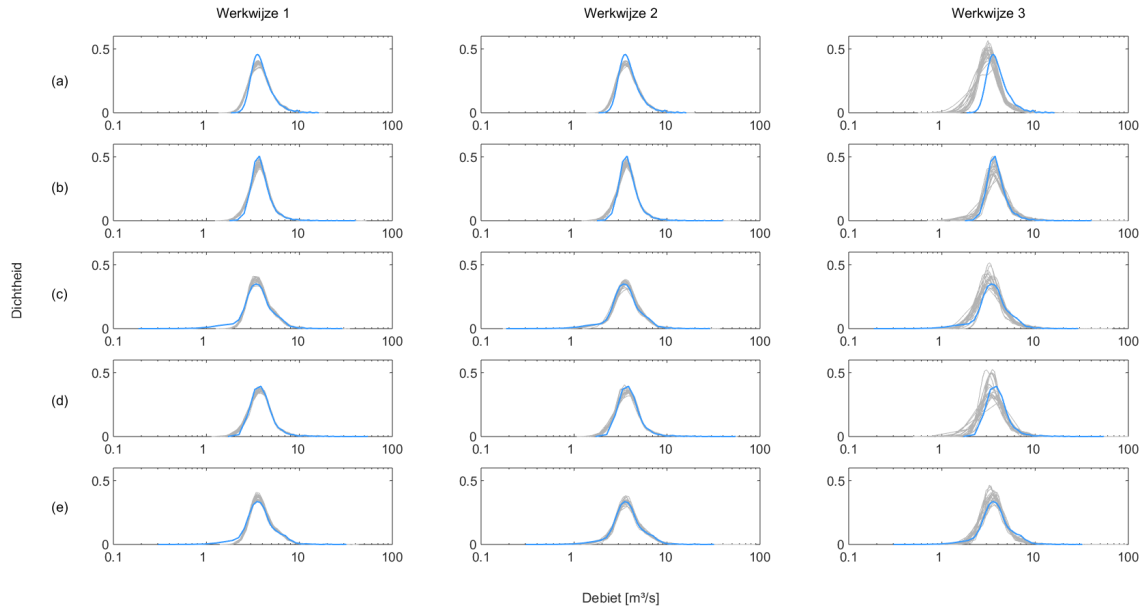
Figuur 4.11: Empirische dichtheidsfuncties van evaporatie [mm] na toepassen van de E-generator in werkwijzen 1–3 met alle MPI-ESM-datareeksen in juni. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen, voor werkwijze 2 en 3 zijn deze willekeurig gekozen uit de respectievelijk vierhonderd en achtduizend modelsimulaties.



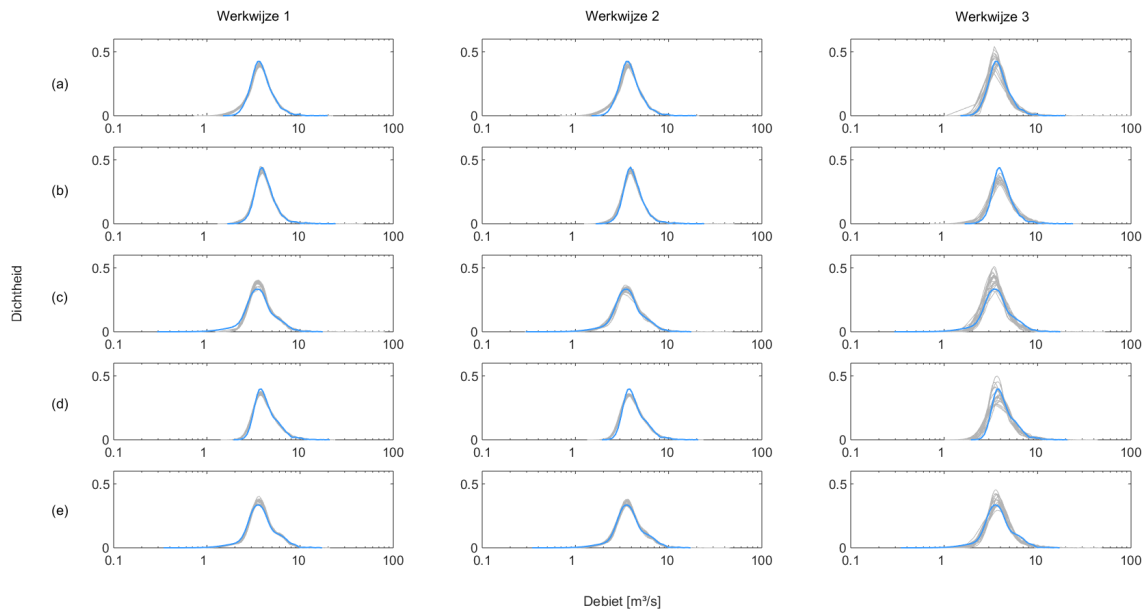
Figuur 4.12: De waarden van Kendall's tau voor (a) PT , (b) PE en (c) ET van de basis- en gesimuleerde reeksen voor CNRM-CM5 met RCP 4.5 en BC1 na toepassen van werkwijzen 1–3.



Figuur 4.13: De waarden van Kendall's tau voor (a) PT , (b) PE en (c) ET van de basis- en gesimuleerde reeksen voor CNRM-CM5 met RCP 4.5 en BC2 na toepassen van werkwijzen 1–3.



Figuur 4.14: Empirische dichtheidsfuncties van de debieten [m^3/s] na toepassen van PDM in werkwijzen 1–3 met alle CNRM-CM5-datareeksen in juni. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen, voor werkwijze 2 en 3 zijn deze willekeurig gekozen uit de respectievelijk vierhonderd en achtduizend modelsimulaties.



Figuur 4.15: Empirische dichtheidsfuncties van de debieten [m^3/s] na toepassen van PDM in werkwijzen 1–3 met alle MPI-ESM-datareeksen in juni. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen, voor werkwijze 2 en 3 zijn deze willekeurig gekozen uit de respectievelijk vierhonderd en achtduizend modelsimulaties.

4.2.3 Werkwijze 2

4.2.3.1 Temperatuur

De resultaten betreffende de geselecteerde copulafamilies voor de T-generator V_{TPTP} zijn dezelfde als voor de E-generator V_{TPEPE} : de Frankfamilie is het populairst (resultaten niet weergegeven).

De maandelijkse statistieken van de gesimuleerde temperatuurreksen wijken quasi niet af van de basisreeksen, slechts heel uitzonderlijk wordt de autocovariantie van de datasets met RCP 8.5 overschat (resultaten niet weergegeven).

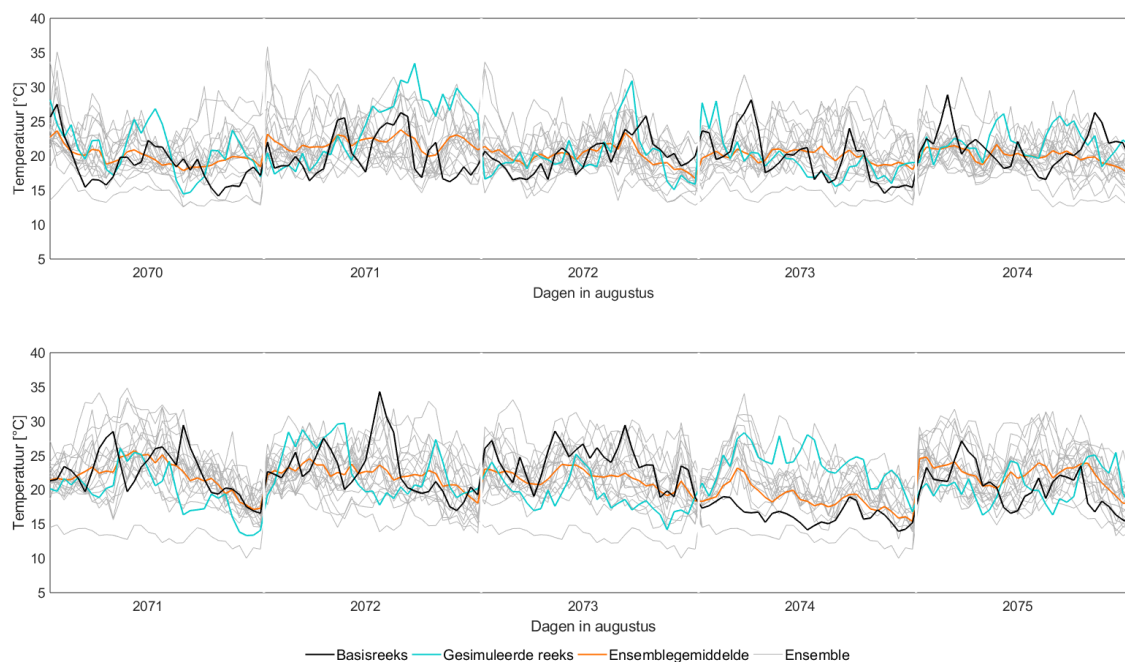
Vervolgens maakt Figuur 4.16 duidelijk dat de basisreeks zich over het algemeen binnen het bereik van de twintig herhalingen bevindt. De ligging van het ensemblagemiddelde tegenover de basisreeks leert opnieuw dat de simulaties stochastische benaderingen zijn van de basisreeks. Hetzelfde is van toepassing voor de temporele variabiliteit zoals geïllustreerd met de herhaling aangeduid in blauw. Er werden geen opmerkelijke afwijkingen geobserveerd in de overige maanden en datasets. Verder is het wel zo dat de waarden van de temperatuursimulaties opnieuw groter of kleiner kunnen zijn dan initieel geobserveerd in de basisreeks.

De empirische dichtheidsfuncties van de gesimuleerde temperatuurreksen zijn gelijkaardig aan die van de basisreeksen en de geïntroduceerde onzekerheid blijft beperkt (Figuren 4.17 en 4.18). De resultaten van de niet-weergegeven datareeksen en maanden tonen weinig tot geen verschil.

Finaal slaagt de proefopzet van werkwijze 2 erin om ook met het stochastisch beschouwen van temperatuur de ET -relatie goed te beschrijven (Figuren 4.12 en 4.13). Door het verhoogde aantal simulaties voor evaporatie is de variatie wel iets groter. Voor het eerst kan ook de PT -afhankelijkheid worden bestudeerd. De waarden van Kendall's tau voor deze relatie wijken slechts minimaal af van de basisreeks. De T-generator wordt dus in staat geacht deze relatie te behouden in de gesimuleerde reksen.

4.2.3.2 Evaporatie

In Figuur 4.19 worden ter vergelijking met Figuur 4.6 de maandelijkse statistieken voor beide GKM's met RCP 4.5 en BC2 weergegeven, de figuren zijn duidelijk overeenkomstig.

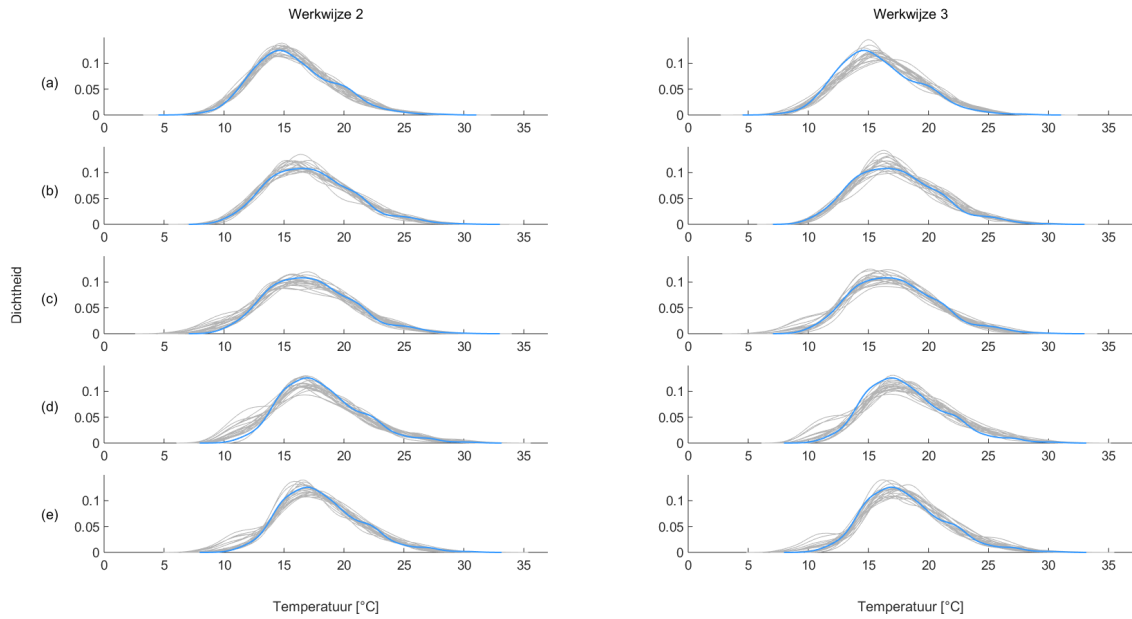


Figuur 4.16: De basisreeks (zwart) en het ensemble van de gesimuleerde evaporatiereeksen (grijs) voor CNRM-CM5 (boven) en MPI-ESM (onder) met RCP 8.5 en BC1 na toepassen van werkwijze 2. De resultaten zijn weergegeven voor de maanden augustus van 2071 tot en met 2075. Ook één gesimuleerde reeks van de twintig herhalingen (blauw) en het ensemblegemiddelde (oranje) zijn gevisualiseerd.

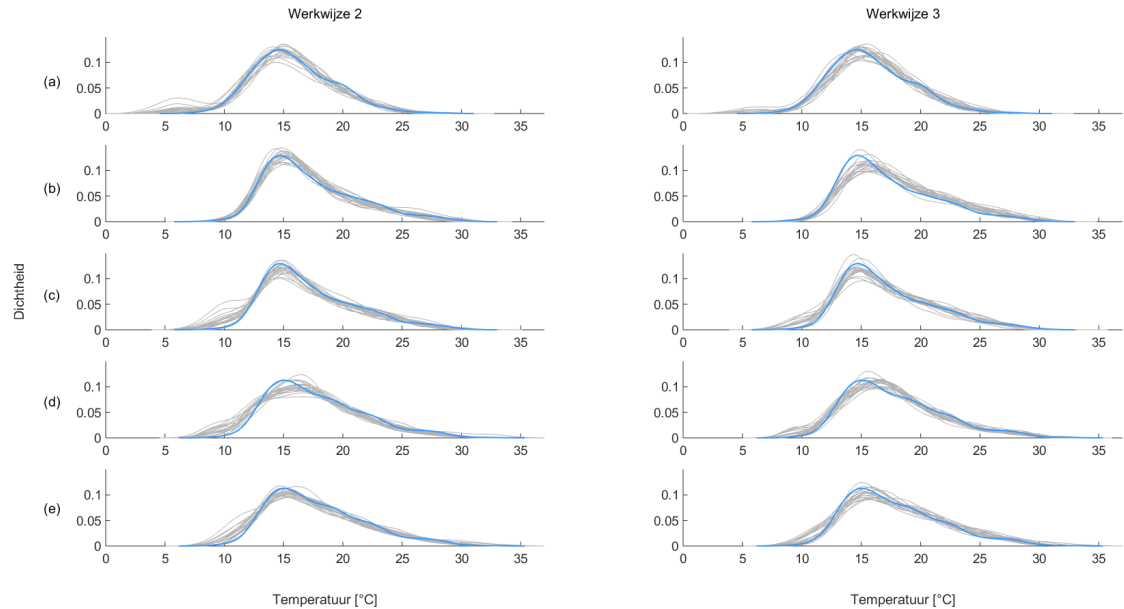
De reeds geformuleerde bevindingen over het gemiddelde, de variantie en de autocovariantie van de simulaties na werkwijze 1 blijven dus van toepassing: de E-generator na aankoppeling van de T-generator is in staat de statistieken van de basisreeks te behouden, met uitzondering van het gemiddelde en de variantie voor de zomermaanden voor BC2 en de autocovariantie voor de zomermaanden in het algemeen. Gezien de evaporatiesimulaties hier vierhonderd herhalingen tellen, wordt wel iets meer variatie en dus onzekerheid waargenomen. Een uitschieter komt eveneens frequenter voor.

De waarneming in werkwijze 1 betreffende de tijdreeksen, *i.e.* een goede prestatie van de E-generator op vlak van temporele variabiliteit, blijft ook hier gelden (Figuur 4.20). Om de geïntroduceerde onzekerheid door het stochastisch beschouwen van de veranderlijken op een correcte manier te vergelijken, worden slechts twintig van de vierhonderd herhalingen weergegeven (op willekeurige wijze geselecteerd). De extra onzekerheid door het stochastisch beschouwen van temperatuur lijkt zo eerder beperkt. De opmerking gemaakt in werkwijze 1 omtrent het negatief worden van de simulaties blijft nog steeds gelden.

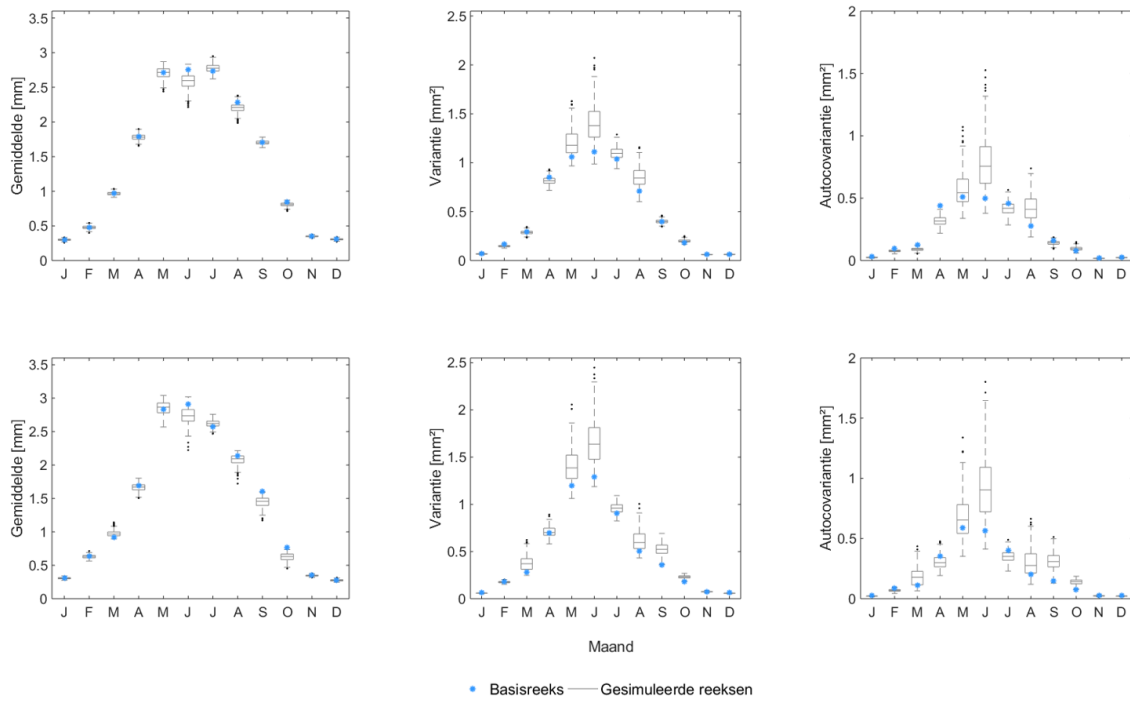
Finaal is ook de bespreking van de jaarlijkse totalen, de empirische dichtheidsfuncties en Kendall's tau bondig op te lijsten. De jaarlijkse totalen van de simulaties zijn net zoals



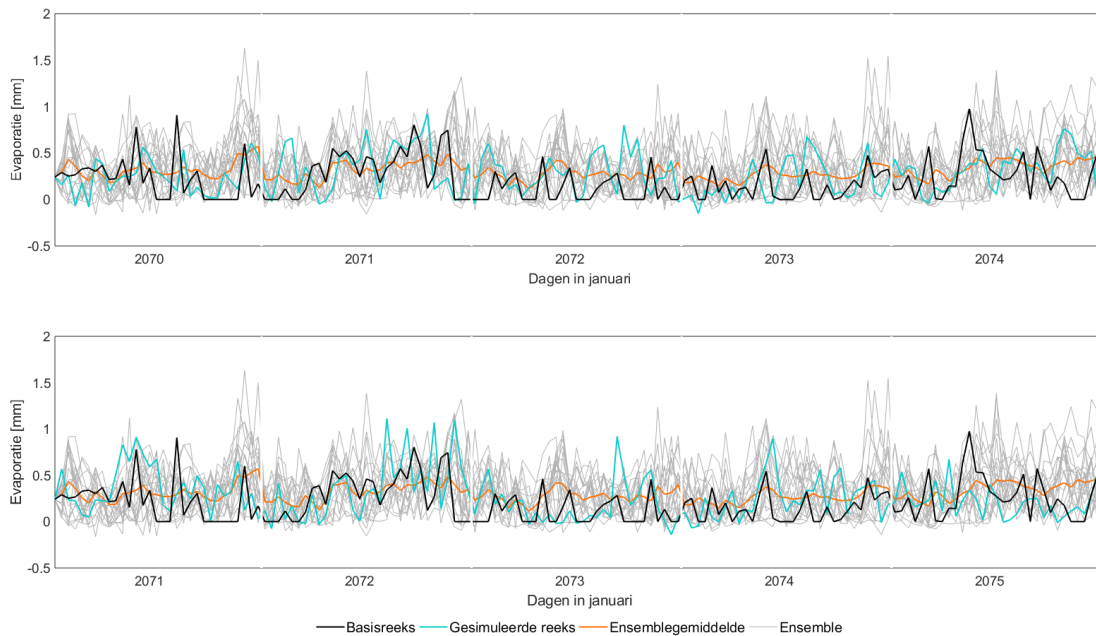
Figuur 4.17: Empirische dichtheidsfuncties van temperatuur [°C] na toepassen van de T-generator in werkwijzen 2–3 met alle CNRM-CM5-datareeksen in juni. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen, voor werkwijze 2 en 3 zijn deze willekeurig gekozen uit de respectievelijk vierhonderd en achtduizend modelsimulaties.



Figuur 4.18: Empirische dichtheidsfuncties van temperatuur [°C] na toepassen van de T-generator in werkwijzen 2–3 met alle MPI-ESM-datareeksen in juni. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen, voor werkwijze 2 en 3 zijn deze willekeurig gekozen uit de respectievelijk vierhonderd en achtduizend modelsimulaties.



Figuur 4.19: Gemiddelde [mm], variantie [mm²] en autocovariantie [mm²] per maand van de vierhonderd evaporatiesimulaties voor CNRM-CM5 (boven) en MPI-ESM (onder) met RCP 4.5 en BC2 na toepassen van werkwijze 2.



Figuur 4.20: De basisreeks (zwart) en het ensemble van twintig willekeurig gekozen gesimuleerde evaporatiereeksen (grijs) voor CNRM-CM5 (boven) en MPI-ESM (onder) met RCP 4.5 en BC2 na toepassen van werkwijze 2. De resultaten zijn weergegeven voor de maanden januari van 2071 tot en met 2075. Ook één gesimuleerde reeks van de vierhonderd herhalingen (blauw) en het ensemblagemiddelde (oranje) zijn gevisualiseerd.

in werkwijze 1 gelijkaardig aan deze van de basisreeks (niet weergegeven). De empirische dichtheidsfuncties geven geen nadrukkelijke aanleiding tot grotere onzekerheden door het gebruikmaken van stochastisch gegenereerde temperatuurwaarden (Figuren 4.10 en 4.11). De overschatting van de dichtheden voor evaporatiewaarden kleiner dan nul blijft overigens occasioneel waar te nemen en de onzekerheid van CNRM-CM5 is nog steeds iets groter dan die van MPI-ESM. Finaal zijn de resultaten voor de Kendall's tau-waarden van de *ET*- en *PE*-relaties quasi identiek aan deze van werkwijze 1 met uitzondering van de verhoogde variatie als gevolg van het toenemend aantal herhalingen (Figuren 4.12 en 4.13).

4.2.3.3 Debieten

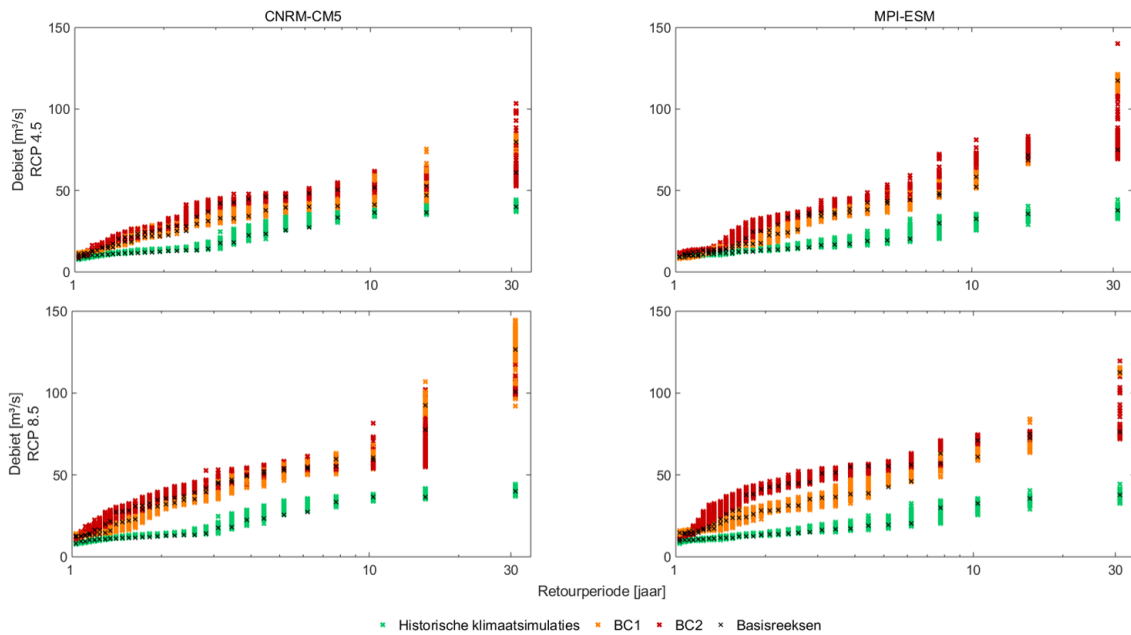
Net zoals in de vorige paragraaf zijn de empirische dichtheidsfuncties voor de debietwaarden gelijkaardig aan deze van werkwijze 1 wanneer twintig herhalingen worden beschouwd (Figuren 4.14, 4.15, D.1, D.2 en D.3). Verder is opnieuw waar te nemen dat de dichtheden van de debietsimulaties voor de modus boven de dichtheden van de basisreeksen liggen, de dichtheid van de modus zelf situeert zich onder deze van de basisreeks voor BC1 en *vice versa* voor BC2. Tot slot is ook te zien dat de onzekerheid op de simulaties uitgaande van CNRM-CM5 iets groter is dan uitgaande van MPI-ESM. Dit laatste verschil was niet te onderscheiden in werkwijze 1.

Hoewel het duidelijk is dat het stochastisch beschouwen van temperatuur niet opmerkelijk tot extra onzekerheid leidt wanneer hetzelfde aantal herhalingen wordt beschouwd, toont Figuur 4.21 bewust de retourperiodes van alle vierhonderd reeksen. Deze manier van interpreteren heeft vanzelfsprekend haar gevolgen. Zo is te constateren dat de bijhorende debieten voor een retourperiode van 16 jaar voor CNRM-CM5 met RCP 8.5 en BC2 gaan van 55 m³/s tot 102 m³/s. Dit groot verschil leidt onlosmakelijk tot andere inschattingen in het ontwerp van een hydraulische structuur.

4.2.4 Werkwijze 3

4.2.4.1 Neerslag

Figuren 4.22 en 4.23 geven een inschatting van de performantie van het MBL-model aan de hand van het gemiddelde, de variantie, de autocovariantie en de *zero depth probability*



Figuur 4.21: Retourperiodes [jaar] van de debietreeksen [m^3/s] na toepassen van werkwijze 2 voor CNRM-CM5 (links), MPI-ESM (rechts), RCP 4.5 (boven) en RCP 8.5 (onder). Elke dataset omvat vierhonderd herhalingen. De basisreeksen (zwart) zijn weergegeven voor de historische, BC1- en BC2-datasets.

(ZDP) voor aggregatieniveaus 24 uur, 48 uur en 72 uur. De statistieken voor MPI-ESM met RCP 8.5 en BC1 en BC2 zijn representatief voor de statistieken van de andere datasets tenzij hieronder anders vermeld. Het maandelijkse gemiddelde van de basisreeksen bevindt zich nu en dan boven de boxplots van de simulaties. Deze onderschatting is het duidelijkst voor de simulaties van de historische reeksen (niet weergegeven), enkel in de gevallen met MPI-ESM en BC2 zijn geen afwijkingen waar te nemen. Verder genereert het MBL-model op vlak van variantie en autocovariantie goede resultaten. Niettegenstaande deze goede resultaten, boet het model in aan kwaliteit wat betreft ZDP voor de verschillende aggregatieniveaus. Voornamelijk de simulaties van de historische en BC1-reeksen scoren slecht, de simulaties van de BC2-reeksen worden goed bevonden. De afwijking is hoofdzakelijk een overschatting wat erop wijst dat het aantal droge periodes te hoog wordt ingeschat.

Als gevolg van de afwijking op de ZDP-statistieken werd de gemiddelde jaarlijkse totale neerslag voor alle simulaties van naderbij onderzocht. De gemiddelde jaarlijkse totale neerslag van de simulaties met de historische en BC1-reeksen wordt voornamelijk onderschat (resultaten niet weergegeven) conform de eerder vermelde waarnemingen. Daarnaast is de verhouding onderschatting-overschatting 50 %-50 % voor de simulaties van de basisreek-

sen met BC2, in principe dus het ideale resultaat. De afwijkingen zelf zijn desondanks groot van aard voor alle datasets: in 54 %, 39 % en 25 % van de gevallen is de afwijking in absolute waarde groter dan respectievelijk 10 %, 15 % en 20 % van de jaarlijkse totale neerslag van de basisreeks.

Naar analogie met de vorige figuren toont Figuur 4.24 de empirische dichtheidsfuncties voor de simulaties van beide klimaatmodellen in juni. De dichtheidsfuncties van de basisreeksen liggen grotendeels binnen het ensemble, al is hier af en toe een afwijking op waar te nemen. De hierboven vermelde ZDP-statistieken voor een aggregatieniveau van 24 uur, *i.e.* de frequentie van dagen zonder neerslag, zijn niet ondubbelzinnig af te leiden uit Figuur 4.24. Hoewel het merendeel van de dichtheidsfuncties van de simulaties start boven deze van de basisreeks, *i.e.* een overschatting is waar te nemen, zijn de exacte waarden voor de frequenties van dagen zonder neerslag uit Figuren 4.22 en 4.23 niet te bepalen. Deze statistiek stelt immers de cumulatieve dichtheid voor alle neerslagwaarden kleiner dan 0.1 mm voor, in Figuur 4.24 daarentegen worden de probabiliteitsdichtheden weergegeven.

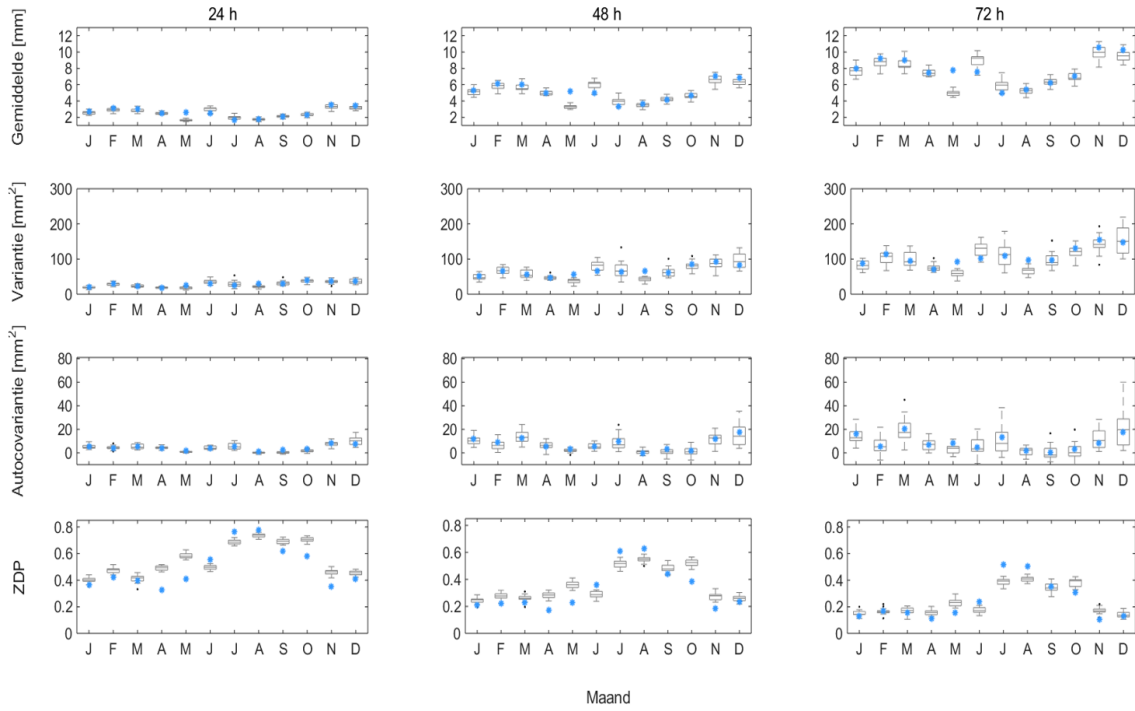
Het verschil tussen werkwijzen 2 en 3 op vlak van Kendall's tau is net zoals voorheen onbeduidend (Figuren 4.12 en 4.13). Het stochastisch beschouwen van neerslag heeft geen invloed op de reeds geformuleerde waarnemingen, afgezien van het feit dat de boxplots een groter bereik beslaan door het verhoogde aantal herhalingen.

4.2.4.2 Temperatuur

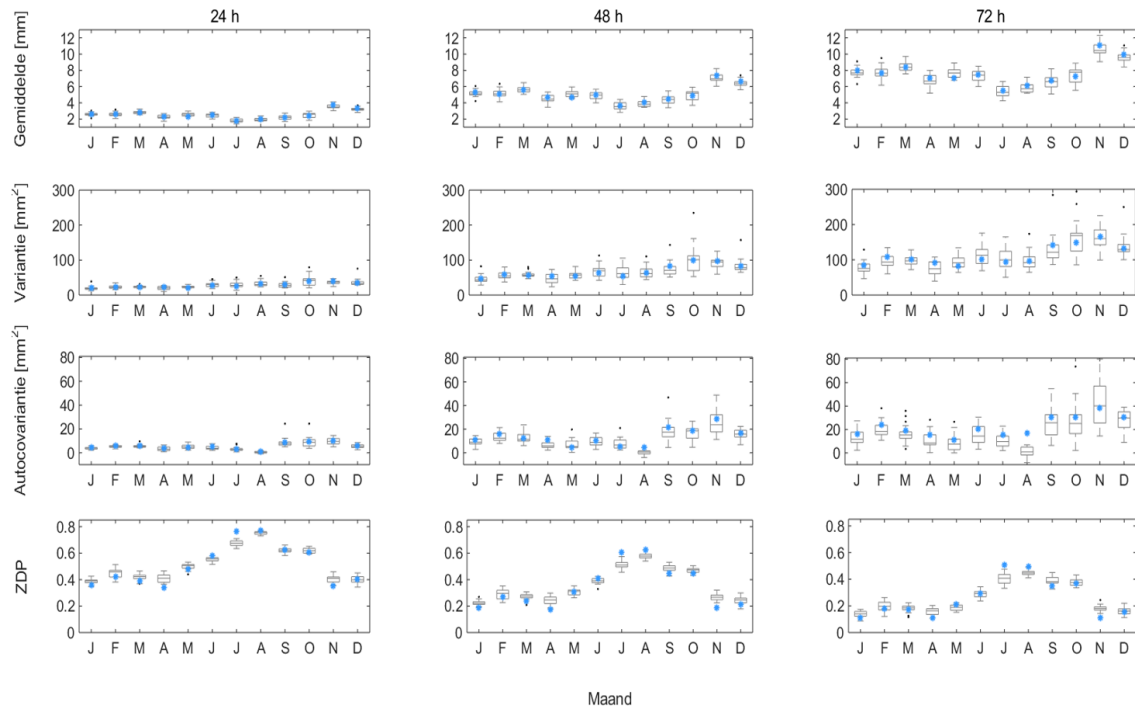
Het stochastisch beschouwen van neerslag wijzigt de performantie van de T-generator niet (resultaten niet weergegeven). Net als in werkwijze 3 wijken de maandelijkse statistieken van de gesimuleerde temperatuurreksen quasi niet af van de basisreeksen.

De verscheidenheid in temperatuursimulaties doorheen de tijd is iets groter dan in werkwijze 2 (resultaten niet weergegeven). Het bereik van het ensemble neemt dus minimaal toe. Verder zijn geen merkwaardige verschillen op te merken.

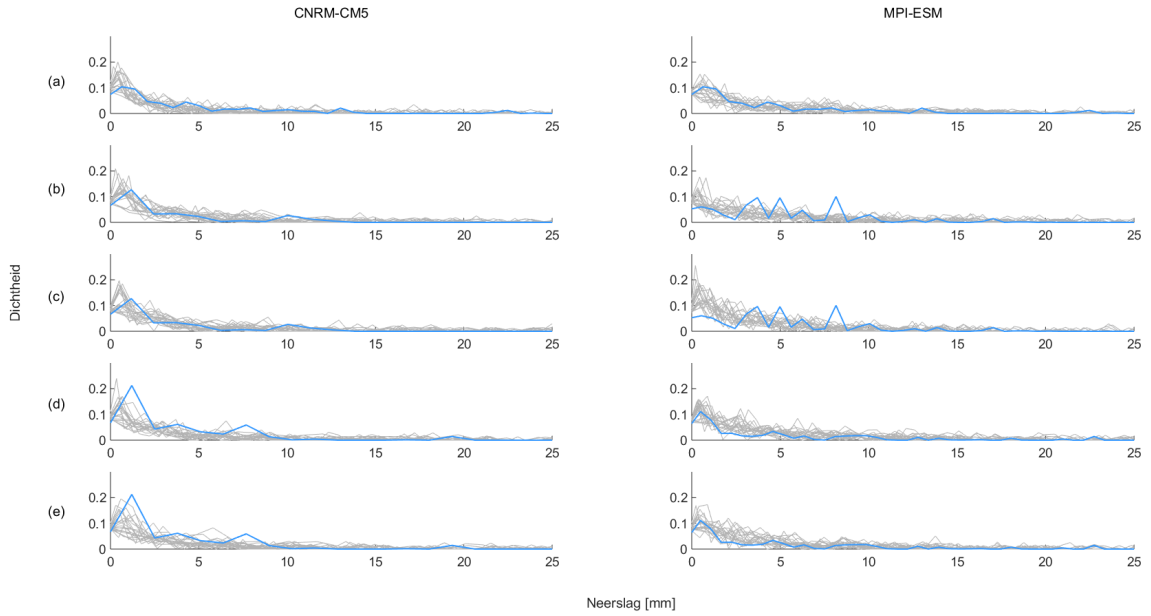
De empirische dichtheidsfuncties van de simulaties zijn gelijkaardig aan deze van de basisreeksen (Figuren 4.17 en 4.18). De geïntroduceerde onzekerheid wordt in sommige gevallen groter dan in werkwijze 2 doordat occasioneel een meer afwijkende simulatie voorkomt. De resultaten van de niet-weergegeven datareeksen en maanden tonen weinig tot geen verschil.



Figuur 4.22: Gemiddelde [mm], variantie [mm²], autocovariantie [mm²] en ZDP per maand en aggregatieniveau voor de twintig neerslagsimulaties van MPI-ESM met RCP 8.5 en BC1 na toepassen van het MBL-model in werkwijze 3.



Figuur 4.23: Gemiddelde [mm], variantie [mm²], autocovariantie [mm²] en ZDP per maand en aggregatieniveau voor de twintig neerslagsimulaties van MPI-ESM met RCP 8.5 en BC2 na toepassen van het MBL-model in werkwijze 3.



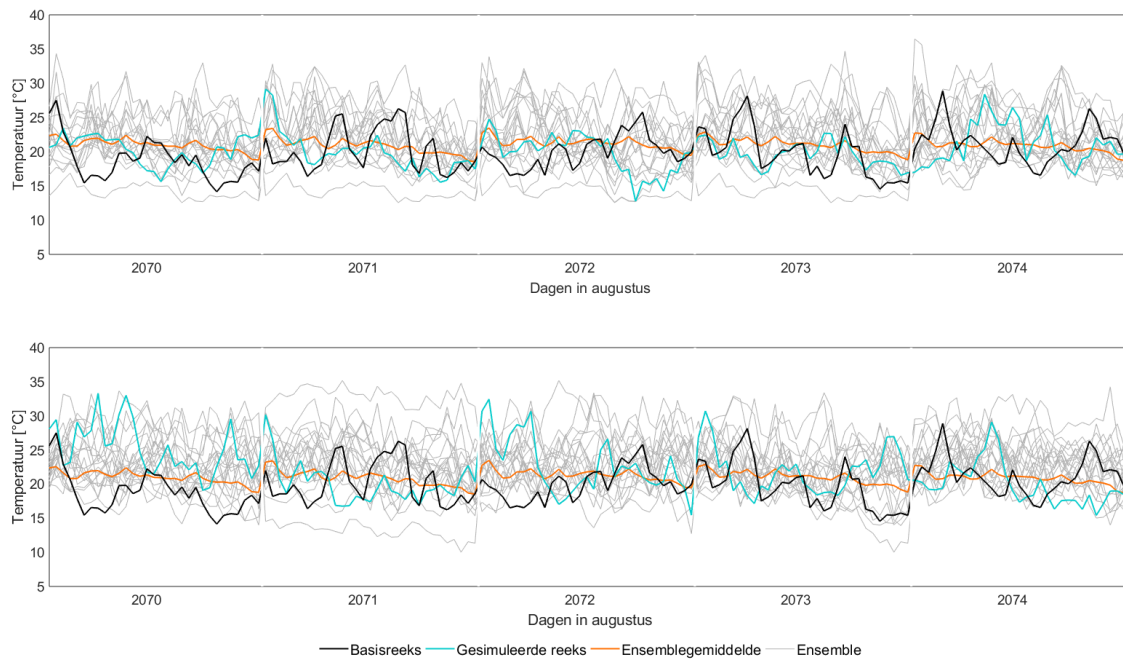
Figuur 4.24: Empirische dichtheidsfuncties van neerslag [mm] na toepassen van het MBL-model in werkwijze 3 met alle CNRM-CM5-datareeksen (links) en MPI-ESM-datareeksen (rechts) in juni. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen. De grafieken zijn weergegeven tot 25 mm maar kunnen waarden tot 195 mm bereiken. De bandbreedte van de *kernel smoothing density function* is fijner gekozen dan de optimale nl. 0.03.

Tot slot lijkt de introductie van stochastische neerslag wederom geen invloed te hebben op de beschreven *ET*-relatie met uitzondering van de toegenomen variatie (Figuren 4.12 en 4.13).

4.2.4.3 Evaporatie

Zowel de resultaten van de maandelijkse statistieken, de jaarlijkse evaporatietotalen, als de tijdreeksen van de evaporatiesimulaties na werkwijze 3 bieden geen toegevoegde waarde aan de reeds geformuleerde bevindingen in werkwijze 1 en 2. Zoals voorheen beïnvloedt het stochastisch beschouwen van neerslag deze gegevens minimaal.

Qua empirische dichtheidsfuncties presteert werkwijze 3 naar behoren (Figuren 4.17 en 4.18). De geïntroduceerde onzekerheid wordt in sommige gevallen groter dan in werkwijze 2 doordat occasioneel een meer afwijkende simulatie voorkomt. De sporadische overschatting van de dichtheden voor negatieve evaporatiewaarden bij de resultaten van BC1 en BC2 blijft waar te nemen en de onzekerheid op de simulaties met CNRM-CM5 overstijgt licht deze op de simulaties met MPI-ESM.



Figuur 4.25: De basisreeks (zwart) en het ensemble van twintig willekeurig gekozen gesimuleerde evaporatiereeksen (grijs) voor CNRM-CM5 (boven) en MPI-ESM (onder) met RCP 4.5 en BC2 na toepassen van werkwijze 3. De resultaten zijn weergegeven voor de maanden januari van 2071 tot en met 2075. Ook één gesimuleerde reeks van de vierhonderd herhalingen (blauw) en het ensemblagemiddelde (oranje) zijn gevisualiseerd.

4.2.4.4 Debieten

Waar met het stochastisch beschouwen van temperatuur en evaporatie de stijging in onzekerheid door de toenemende stochasticiteit bescheiden bleef, is hier een ondubbelzinnige toename waar te nemen (Figuren 4.14, 4.15, D.1, D.2 en D.3). De performantie van werkwijze 3 voor de datasets van MPI-ESM onderscheidt zich van CNRM-CM5: in de regel benadert het ensemble voor MPI-ESM de simulaties beter. Daarenboven blijft de onzekerheid op de simulaties met MPI-ESM opnieuw kleiner.

Om het overzicht te behouden, demonstreert Figuur 4.26 de retourperiodes van de simulaties voor alle basisreeksen afzonderlijk. De vele herhalingen en het stochastisch beschouwen van de drie veranderlijken leidt tot een verschuiving van de grafiek naar grotere debieten in vergelijking met Figuur 4.21. Ook de variatie groeit sterk ten opzichte van werkwijze 2. MPI-ESM, RCP 8.5 en BC2 hebben nog steeds de bovenhand in de omvang van hun extremen in vergelijking met respectievelijk CNRM-CM5, RCP 4.5 en BC1, althans voor kleinere retourperiodes. De toename in onzekerheid zorgt ervoor dat de jaarlijkse maxima van MPI-ESM niet steeds meer de grootste zijn voor grotere retourperiodes. Vervolgens is

met uitzondering van de resultaten voor MPI-ESM met RCP 8.5 en BC1 en de historische reeks van MPI-ESM, te zien dat de kleinere retourperiodes (1 tot 5 jaar) van de basisreeks zich telkens in het midden van het ensemble bevinden, daarna situeren ze zich onderaan het ensemble. Dit was niet het geval voor werkwijze 1 en 2. De invloed van de introductie van stochastische neerslag is dus niet te verwaarlozen. Niettemin is voorzichtigheid gebaat bij het maken van conclusies omtrent deze toename in onzekerheid. De volgende sectie gaat aan de hand van de 100-jarige gesimuleerde tijdreeks hier dieper op in.

Samengevat resulteert het opeenvolgend gebruik van het MBL-model, de T- en E-generator tot veranderlijken, in het bijzonder debieten, met statistieken sterk gelijkend aan deze van de basisreeksen net zoals ook Pham *et al.* (2018) concludeerden. Evenwel kan de weg ernaar toe, in de zin van welk(e) biascorrectiemethode, klimaatmodel en klimaatveranderingsscenario aangewend worden, tot enig verschil in de simulaties leiden. Een gelijkaardige proefopzet als werkwijze 3 lijkt alleszins van nut te kunnen zijn in het hydraulisch ontwerp.

4.2.4.5 100-jarige tijdreeks

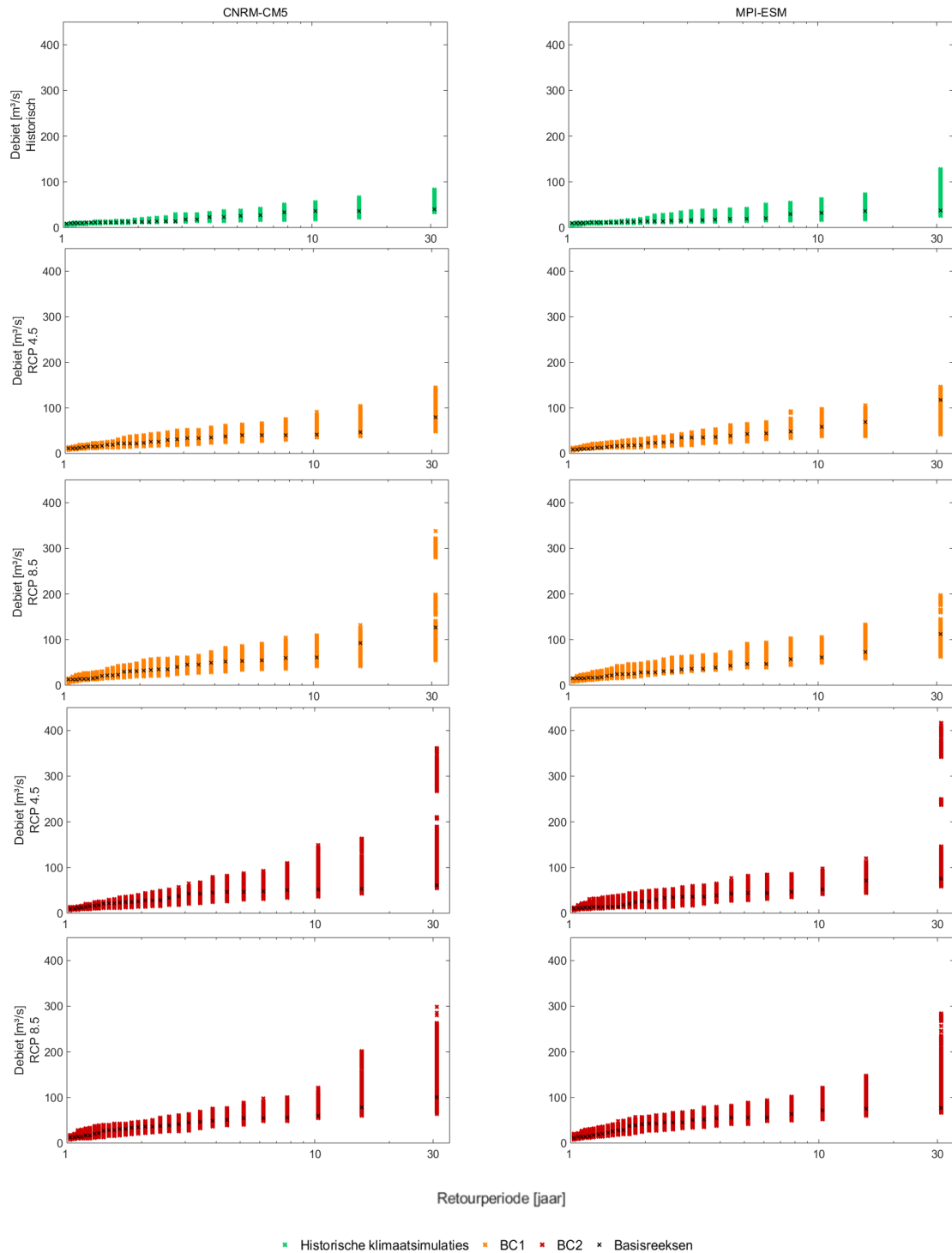
Als afsluiter van deze sectie wordt teruggekoppeld naar de doelstelling van dit werk, nl. het genereren van lange tijdreeksen zodat weinig frequente gebeurtenissen of extremen kunnen bestudeerd worden ten behoeve van het hydraulisch ontwerp. Werkwijze 3 is de enige die in staat is reeksen te simuleren voor een tijdvenster naar wens gezien alle veranderlijken stochastisch benaderd worden. Ter illustratie werd zo de proefopzet van werkwijze 3 herhaald voor het genereren van een tijdreeks van 100 jaar.

Figuur 4.27 visualiseert de resultaten voor de 100-jarige tijdreeks. De retourperiodes lopen dit keer op tot 101 jaar (vergelijking (3.20)). Waar in de vorige paragraaf de debietwaarden horende bij een retourperiode van 31 jaar konden oplopen tot 81 m³/s, 145 m³/s en 360 m³/s voor respectievelijk de historische datareeks, RCP 4.5 met BC1 en RCP 4.5 met BC2 van CNRM-CM5, bereiken deze nu slechts 79 m³/s, 100 m³/s en 171 m³/s. Deze voorbeelden worden in de proefopzet van 100 jaar respectievelijk 130 m³/s, 200 m³/s en 410 m³/s voor de retourperiode van 101 jaar. Daarnaast is de onzekerheid op de retourperiodes van 10 jaar, 16 jaar en 31 jaar een stuk minder dan in de vorige paragraaf. Dit doet vermoeden dat de debieten voor deze retourperiodes in de initiële opzet eigenlijk representatief zijn voor langere tijdreeksen. Het MBL-model laat immers toe om waarden die groter zijn dan initieel geobserveerd te genereren, zodat de gegenereerde gebeurtenissen inderdaad kunnen corresponderen met een retourperiode groter dan deze van de tijdreeks.

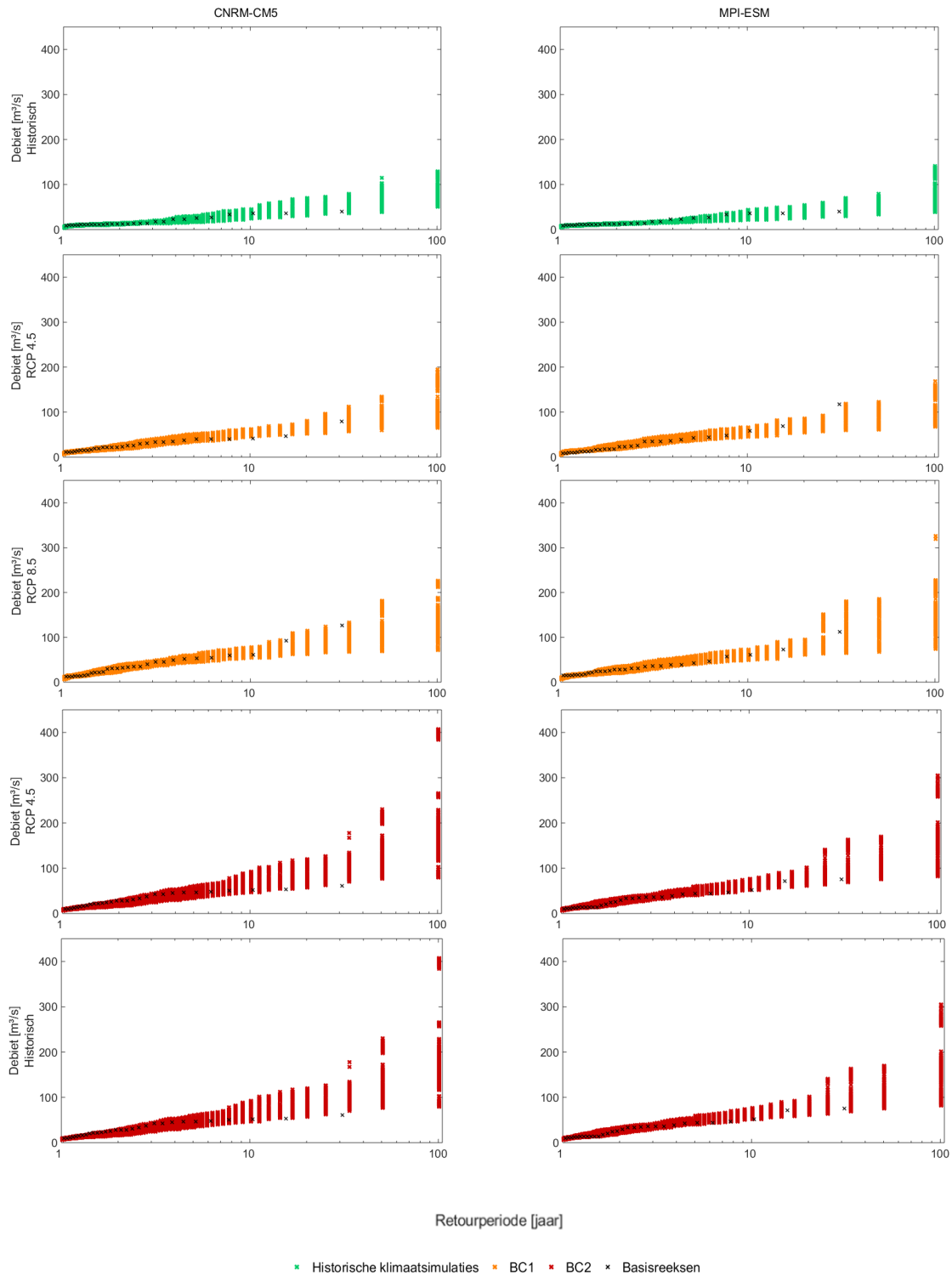
Zoals reeds aangehaald kan dit fenomeen in principe ook plaatsvinden na gebruik van de E- en T-generator door de destandaardisatiestap. Deze afwijking is echter minimaal en bovendien ook geen rechtstreeks gevolg van de vine-copula zelf. Het stijgend karakter van de grafieken in Figuur 4.27 is bovendien geleidelijker dan anders, wat deze redenering staakt. Dit alles verklaart ook waarom in de vorige paragraaf de debieten van de basisreeks met een retourperiode groter dan 5 jaar zich telkens onderaan het ensemble bevonden. Voor de 100-jarige reeksen vindt deze overschatting plaats vanaf 15 jaar. Gezien dit fenomeen pas duidelijk werd in werkwijze 3, is het ontegensprekelijk het MBL-model dat verantwoordelijk is voor deze grote waaier aan extreme debietwaarden. Dit stochastisch model is dus verantwoordelijk voor het grootste aandeel in de geïntroduceerde onzekerheid, al is deze minder groot dan eerst gedacht.

Ook Pham *et al.* (2018) toonden aan dat de extreme debieten met grotere retourperiodes gepaard gaan met een grote onzekerheid. Eveneens werd het stochastisch beschouwen van neerslag aangeduid als belangrijkste oorzaak. Verhoest *et al.* (2010) demonstreerden reeds deze tekortkoming van het MBL-model en suggereerden de optimalisatie van het model met betrekking tot de afhankelijkheid van de verschillende willekeurig gegenereerde pulsen onderling. De introductie van copula's ter modellering van deze afhankelijkheden zou dit kunnen verhelpen (Evin en Favre, 2008). In Zoeter (2017) werd hier al een eerste onderzoek naar uitgevoerd, evenwel zonder positieve resultaten. Verder is ook de kalibratie van het MBL-model voor verbetering vatbaar via incorporatie van het extreem gedrag in de doelfunctie.

Tot slot is het belangrijk te weten dat hoe langer de tijdreeks, hoe beter de schatting van de debietwaarden horende bij een retourperiode die kleiner is dan de lengte van de tijdreeks zelf. Wanneer in het hydraulisch ontwerp een constructie wordt beoogd voor een retourperiode van 100 jaar, is dus bijgevolg nood aan het modelleren van een veel langere tijdreeks.



Figuur 4.26: Retourperiodes [jaar] van de debietreeksen [m^3/s] na toepassen van werkwijze 3 voor de 30-jarige tijdreeksen. Elke dataset omvat achtduizend herhalingen. De basisreeksen (zwart) zijn weergegeven voor de historische, BC1- en BC2-datasets.



Figuur 4.27: Retourperiodes [jaar] van de debietreeksen [m³/s] na toepassen van werkwijze 3 voor de 100-jarige tijdreeksen. Elke dataset omvat achtduizend herhalingen. De basisreeksen (zwart) zijn weergegeven voor de historische, BC1- en BC2-datasets.

4.3 Communicatie naar niet-experten

Het mag duidelijk zijn dat de impact van klimaatverandering op neerslag, temperatuur, evaporatie en afvoer niet te onderschatten is. Voorheen werd deze impact in het algemeen gekwantificeerd aan de hand van het klimaatsignaal voor alle veranderlijken en de visualisatie van de retourperiodes in het bijzonder voor de debietwaarden. Desondanks is het klimaatsignaal slechts een gemiddelde uitdrukking van de verandering die de veranderlijken ondergaan in de toekomst. Bijvoorbeeld, bedraagt het klimaatsignaal $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ dan wil dit zeggen dat tussen 2071–2100 de temperatuur gemiddeld $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ zal stijgen ten opzichte van de periode 1961–1990. Evengoed zullen er dus dagen zijn waar de temperatuur lager is dan voorheen of net meer zal toenemen dan $2\text{ }^{\circ}\text{C}$. Ook het concept retourperiode is in principe slechts een gemiddelde uitspraak. Een debiet van $75\text{ m}^3/\text{s}$ voor een retourperiode van 10 jaar duidt zo aan dat een debiet met dergelijke omvang gemiddeld gezien éénmaal om de 10 jaar voorkomt. Het kan dus gebeuren dat zo’n debiet twee jaar na elkaar voorkomt. Voor buitenstaanders, of niet-experten, zijn deze maten echter minder toegankelijk en scheppen ze vaak verwarring. Enerzijds is er vaak meer interesse in het extreem gedrag dan het gemiddeld gedrag van deze veranderlijken en anderzijds worden deze gemiddelde uitspraken vaak absoluut geïnterpreteerd. Om hieraan tegemoet te komen, wordt de boodschap omtrent de verandering van neerslag, temperatuur, evaporatie en debieten in de toekomst op een toegankelijker manier weergegeven in deze sectie.

Figuur 4.28 illustreert de gevolgde procedure. Allereerst wordt de grens van extreem gedrag in de historische periode gedefinieerd aan de hand van de x-waarde x_c corresponderend met de cumulatieve dichtheid $F_a = 0.90$. Gemiddeld bereikt 10 % van de dagen in de historische periode dus een waarde groter dan x_c . Deze grens van extreem gedrag in de historische periode kan op twee manieren vergeleken worden met het extreem gedrag in de toekomstige periode. Enerzijds kan x_c vergeleken worden met de x-waarde x_d corresponderend met de cumulatieve dichtheid $F_a = 0.90$ in de toekomstige periode. Anderzijds geeft ook de cumulatieve dichtheid F_b van x_c voor de toekomstige periode een inschatting van hoe het extreem gedrag evolueert.

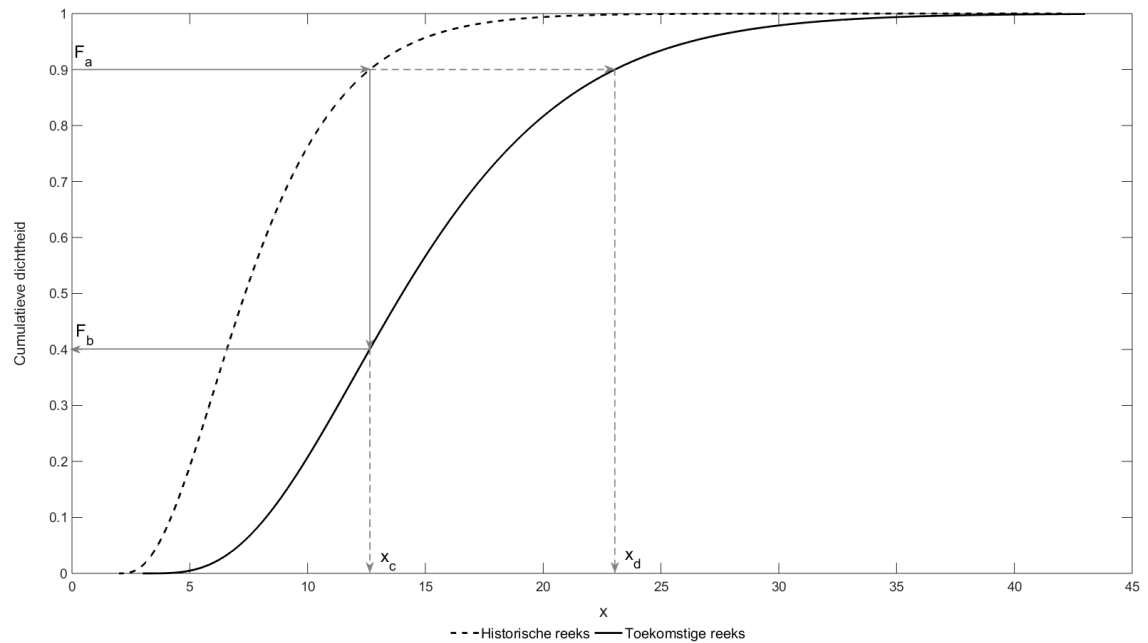
Bovenstaande procedure wordt toegepast op één historische simulatie en één toekomstige simulatie met RCP 8.5 en BC2 van MPI-ESM na toepassen van werkwijze 3. Enkel de resultaten voor neerslag, temperatuur, evaporatie en debiet voor de maand december worden bestudeerd. Het spreekt voor zich dat de gemaakte conclusies zullen wijzigen bij

het beschouwen van een andere dataset of maand. Figuur 4.29 illustreert de cumulatieve dichtheden voor deze simulaties, Tabel 4.4 vat de hieruit af te leiden kerngegevens samen. De invloed van klimaatverandering op neerslag, temperatuur, evaporatie en debiet in december met MPI-ESM, RCP 8.5 en BC2 kan als volgt gecommuniceerd worden:

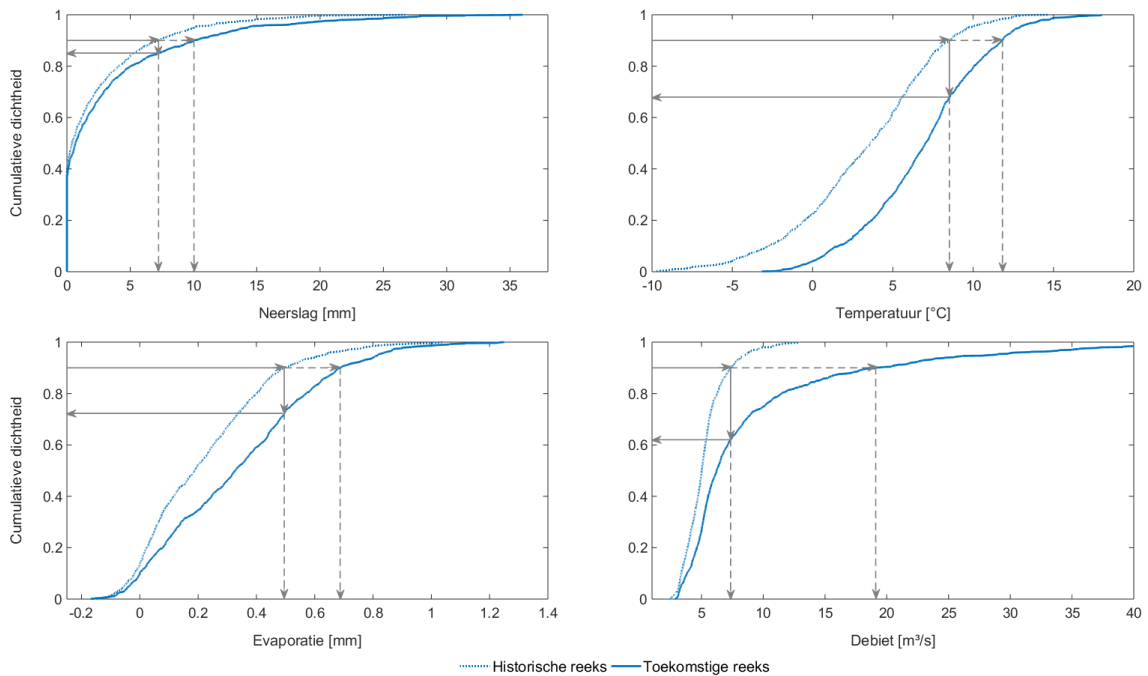
1. Waar in het verleden een dagelijkse neerslaghoeveelheid groter of gelijk aan 7.2 mm gemiddeld 10 % van de dagen voorkwam, zal dit in de toekomst oplopen tot 15 % van de dagen. Of ook, in de toekomst bedraagt de dagelijkse neerslaghoeveelheid gemiddeld 10 % van de dagen minstens 10 mm.
2. Waar in het verleden een dagelijks gemiddelde temperatuur groter of gelijk aan 8.5 °C gemiddeld 10 % van de dagen voorkwam, zal dit in de toekomst oplopen tot 32 % van de dagen. Of ook, in de toekomst bedraagt de dagelijkse gemiddelde temperatuur gemiddeld 10 % van de dagen minstens 11.8 °C.
3. Waar in het verleden een dagelijkse evaporatiehoeveelheid groter of gelijk aan 0.55 mm gemiddeld 10 % van de dagen voorkwam, zal dit in de toekomst oplopen tot 28 % van de dagen. Of ook, in de toekomst bedraagt de dagelijkse evaporatiehoeveelheid gemiddeld 10 % van de dagen minstens 0.69 mm.
4. Waar in het verleden een dagelijks debiet groter of gelijk aan 7.4 m³/s gemiddeld 10 % van de dagen voorkwam, zal dit in de toekomst oplopen tot 38 % van de dagen. Of ook, in de toekomst bedraagt het dagelijks debiet gemiddeld 10 % van de dagen minstens 19.1 m³/s.

Tabel 4.4: De waarden x_c en x_d van neerslag [mm], temperatuur [°C], evaporatie [mm] en debiet [m³/s] voor de cumulatieve dichtheid $F_a = 0.90$ van een historische en toekomstige (RCP 4.5 en BC2) simulatie van MPI-ESM in december na toepassen van werkwijze 3. Ook de cumulatieve dichtheden F_b voor deze veranderlijken in de toekomst zijn gegeven.

	Neerslag	Temperatuur	Evaporatie	Debiet
F_b	0.85	0.68	0.72	0.62
x_c	7.2	8.5	0.50	7.4
x_d	10	11.8	0.69	19.1



Figuur 4.28: Conceptuele cumulatieve dichtheidsfuncties voor een historische (stippellijn) en toekomstige (volle lijn) reeks van een veranderlijke x en weergave van de kerngegevens F_a , F_b , x_c en x_d .



Figuur 4.29: Empirische cumulatieve dichtheidsfuncties voor neerslag [mm], temperatuur [°C], evaporatie [mm] en debiet [m^3/s] in december van de historische (blauwe stippellijn) en toekomstige (blauwe volle lijn) reeks met RCP 8.5 en BC2 van MPI-ESM. De grafieken voor het debiet zijn weergegeven tot 40 m^3/s maar gaan gelijkaardig verder tot 67 m^3/s voor de toekomstige reeks. Ook de kerngegevens (grijs) kunnen afgeleid worden.

HOOFDSTUK 5

CONCLUSIE

In dit werk werd een methode aangereikt voor het genereren van gekoppelde, stochastische neerslag-, temperatuur-, en evaporatietijdreeksen voor toekomstige klimaatscenario's zodat deze aangewend kunnen worden in het waterbeheer als basis voor toekomstig hydraulisch ontwerp. Concreet vertaalde dit zich in het genereren van een debietreeks voor tien verschillende klimaatdatasets op vier verschillende wijzen. De klimaatdatasets verschillen in klimaatmodel (CNRM-CM5 en MPI-ESM), emissiescenario (RCP 4.5 en RCP 8.5) en/of biascorrectiemethode (BC1 en BC2) zodat de invloed van deze elementen op het uiteindelijk resultaat ingeschat kon worden. De werkwijzen onderscheiden zich van elkaar in de gebruikte stochastische modellen. In werkwijze 0 komt geen stochastisch model aan bod waardoor de focus op de verschillende klimaatdatasets ligt. Werkwijze 1 implementeert de E-generator V_{TPEPE} , werkwijze 2 voegt de T-generator V_{TPTP} hieraan toe en tot slot neemt werkwijze 3 ook het MBL-model mee in haar modelstructuur. De studie van de resultaten van deze opeenvolging gaf inzicht in de performantie en invloed van deze stochastische modellen. Uiteindelijk is voornamelijk de proefopzet van werkwijze 3 van belang, gezien het potentieel om tijdreeksen te genereren met een lengte naar wens.

In de bespreking van werkwijze 0 werd vastgesteld dat de resultaten van de debietreeksen afhangen van het gebruikte klimaatmodel en de gebruikte biascorrectiemethode, met in het bijzonder de frequentiecorrectie van de corresponderende neerslag- en evaporatiereeksen. De reeksen met MPI-ESM, RCP 8.5 en BC2 geven voor éénzelfde retourperiode steeds aanleiding tot grotere debieten in vergelijking met respectievelijk CNRM-CM5, RCP 4.5 en BC1. De biascorrectiemethode die uitgaat van de Ukkeltijdreeks, BC2, boekt bovendien betere resultaten op vlak van het behouden van de wederzijdse afhankelijkheden tussen de veranderlijken.

Zowel de T-generator als de E-generator geven na toepassen van elke werkwijze geen aanzienlijke afwijkingen van de basisreeksen tot gevolg. Het MBL-model slaagt daarentegen

niet in het correct beschrijven van de kansen op geen neerslag, enkel de simulaties van de BC2-reeksen scoren hier goed op.

De karakteristieken van de debietreeksen lijken intact te zijn na toepassen van de werkwijzen. Er wordt geen opmerkelijk onderscheid waargenomen tussen de resultaten van de verschillende klimaatdatasets, met uitzondering van het ensemble voor MPI-ESM die de basisreeksen opmerkelijk beter benadert in werkwijze 3.

De geïntroduceerde onzekerheid op de debietsimulaties na toepassen van de E-generator is minimaal. Ook het aankoppelen van de T-generator geeft geen aanleiding tot een opmerkelijke toename van de variatie. Vervolgens brengt de introductie van de stochastisch gemodelleerde neerslag een ander verhaal: de onzekerheid in werkwijze 3 neemt aanzienlijk toe. Het MBL-model laat immers toe om waarden die groter zijn dan initieel geobserveerd te genereren. Evenwel is hier voorzichtigheid gebaat want de gegenereerde extreme debieten kunnen op deze manier corresponderen met een retourperiode groter dan de lengte van de tijdreeks. Verder is de onzekerheid op de debietsimulaties na toepassen van werkwijzen 2 en 3 groter voor CNRM-CM5 dan voor MPI-ESM.

Samengevat kan besloten worden dat het opeenvolgend gebruik van het MBL-model, de T-generator en de E-generator resulteert in veranderlijken, in het bijzonder debieten, met statistieken sterk gelijkend aan deze van de uitgaande reeksen. Evenwel kan de weg ernaar toe, in de zin van welk(e) biascorrectiemethode, klimaatmodel en emissiescenario aangewend worden, tot enig verschil in de simulaties leiden. In dit werk genieten MPI-ESM en BC2 licht de voorkeur. Een gelijkaardige proefopzet lijkt alleszins van nut te kunnen zijn in het waterbeheer zolang de dimensionering gebaseerd wordt op een extreme gebeurtenis met een voldoende zekerheid, *i.e.* de gemodelleerde tijdreeks moet veel groter zijn dan de vooropgestelde retourperiode.

HOOFDSTUK 6

TOEKOMSTIG ONDERZOEK

In het tijdsbestek van dit werk werden niet alle onderdelen tot in het kleinste detail uitgewerkt en werden ook zaken buiten beschouwing gelaten. Niettemin kan verder onderzoek belangrijke inzichten geven in de toepassing van de voorgestelde methodologie. Als afsluiter wordt in dit hoofdstuk beschreven welke aspecten nog extra aandacht behoeven of nog niet geadresseerd werden.

Zowel in dit werk als in het werk van Pham *et al.* (2018) werd aangetoond dat de extreme debieten met een grote retourperiode gepaard gaan met een grote onzekerheid. De belangrijkste oorzaak hiervan is het stochastisch beschouwen van neerslag. Verhoest *et al.* (2010) demonstreerden reeds deze tekortkoming van het MBL-model en suggereerden de optimalisatie van het model met betrekking tot de afhankelijkheid van de verschillende willekeurig gegenereerde pulsen onderling. De introductie van copula's ter modellering van deze afhankelijkheden zou dit kunnen verhelpen (Evin en Favre, 2008). Zoeter (2017) deed hier reeds een preliminair onderzoek naar, evenwel zonder positieve resultaten. Ook de kalibratie van het MBL-model is voor verbetering vatbaar via de incorporatie van het extreem gedrag in de doelfunctie.

In dit werk deden V_{TPP} en V_{TPEPE} dienst als T- en E-generator. In een verder stadium zou in principe één vine-copula opgesteld kunnen worden, $V_{TPPTEPE}$, voor het genereren van zowel temperatuur- als evaporatiereeksen. Vervolgens werden in gelijkaardige studies enkel copula- en vineconstructies opgebouwd uitgaande van neerslag, temperatuur, evaporatie of de fractie aan droge momenten per dag (Pham, 2016; Pham *et al.*, 2018). Andere veranderlijken zoals netto-instraling of de relatieve vochtigheidsgraad werden bewust vermeden daar deze veranderlijken slechts zelden voorhanden zijn. Het gebruik van klimaatmodellen maakt het echter mogelijk veranderlijken zoals netto-instraling in de vine-copula te incorporeren ten voordele van de kwaliteit van de evaporatiesimulaties. In de ideale situatie zou een hele reeks aan veranderlijken met enige relatie tot evaporatie het onderwerp kunnen zijn van een Lasso of Ridge regressie (James *et al.*, 2013). Op basis van derge-

lijke analyse kan een selectie gemaakt worden van de meest verklarende veranderlijken, die op hun beurt de bouwstenen kunnen vormen in verschillende vine-copulaconstructies. De arbeidsintensieve evaluatie van deze constructies (zie Pham (2016)) wordt zo in zekere mate gereduceerd. Geen enkele performantiemaat evalueert namelijk zowel de wederzijdse afhankelijkheden als de statistieken van de verschillende aggregatieniveaus.

De temporele resolutie van de gebruikte data bedraagt één dag. Hydrologische toepassingen binnen urbane gebieden vereisen echter data met een hogere temporele resolutie, statistische neerschaling van deze dagelijkse RKM-data tot (sub)uurlijks niveau is hier onontbeerlijk. Het MBL-model laat dit in principe toe, *i.e.* dagelijkse data kan gebruikt worden om het model te kalibreren en neerslagtijdreeksen met een fijnere temporele resolutie kunnen gegenereerd worden (Vernieuwe *et al.*, 2015). Evenwel is ook een neerschaling voor evaporatie en temperatuur nodig, eventueel te implementeren na het stochastische genereren van deze veranderlijken. Ook dit gegeven laat met andere woorden nog ruimte voor verder onderzoek.

Ook wat de biascorrectie betreft, is progressie mogelijk. Zoals reeds aangehaald in Sectie 3.3.1, kan de frequentiecorrectie de temporele structuur van een reeks verstoren. Willems (2013a) en Ntegeka *et al.* (2014) veronderstelden dat dagen zonder en met neerslag de neiging hebben clusters te vormen. Zij baseerden de selectie van de te corrigeren momenten daarom op basis van de natte condities van de voorgaande en volgende dagen. Desalniettemin ontbreken er studies omtrent de evaluatie en vergelijking van deze technieken. Voor toekomstig onderzoek wordt daarom aangeraden de eigenschappen van de clusters voor en na de frequentiecorrectie te onderzoeken en te evalueren in het kader van de gebruikte biascorrectiemethode.

De onzekerheid op de debietsimulaties werd in dit werk naast de stochastische modellen ook in zekere mate gelinkt aan de gebruikte globale klimaatmodellen, klimaatveranderingsscenario's en biascorrectiemethodes. Teutschbein en Seibert (2012) maakten de aanbeveling om een ensemble aan RKM's te gebruiken zodat een betere inschatting kan gemaakt worden van de impact van de biascorrectiemethodes. Daarnaast veronderstelden Horton *et al.* (2006) dat de onzekerheid gepaard met het gebruik van RKM's van dezelfde grootte-orde is als van GKM's, terwijl in de studie van Graham *et al.* (2007a) de keuze van het GKM net relevanter bleek dan deze van het RKM of het klimaatveranderingsscenario. Eénduidige conclusies maken omtrent de rol van deze elementen in de onzekerheid van hydrologische impactstudies, is dus niet zo evident. Hoe dan ook zou het gebruik van een ensemble voor

elk van deze elementen het onderzoek onnodig opblazen en te ver leiden. Desondanks kan na een uitgebreide literatuurstudie een selectie van GKM's en RKM's gemaakt worden naargelang hun relatie tot hoge, gemiddelde en lage hydrologische impact (Ntegeka *et al.*, 2014; Tabari *et al.*, 2015). Tot slot beperkte de discussie van de onzekerheid in dit werk zich tot een kwalitatieve analyse, in de toekomst zou ook een kwantitatieve analyse een meerwaarde kunnen bieden.

Finaal zou het handig zijn een procedure op te stellen die een aantal extreme gebeurtenissen met relevante retourperiodes selecteert, om de in dit werk voorgestelde methodologie operationeel toepasbaar te maken. Het ontwerp van een constructie ter bescherming van een overstroming wordt echter niet enkel gekarakteriseerd door het debiet, ook het piekdebiet dat de maximum waterhoogte bepaalt als indicatie van de hoogte van de keerwanden, en het piekvolume als indicatie van het volume van het overstromingsreservoir, zijn relevant. Om die reden zouden eigenlijk multivariate retourperiodes moeten gedefinieerd worden in plaats van univariate retourperiodes. In de literatuur werden reeds verschillende definities van multivariate retourperiodes geformuleerd (Salvadori *et al.*, 2007), terwijl slechts een beperkt aantal papers gebeurtenissen vergelijken die werden opgesteld aan de hand van deze alternatieve definities (bv. Gräler *et al.* (2013)), laat staan interpreteren met oog op hydraulisch ontwerp. Van de Velde (2018) gaf met zijn onderzoek reeds de aanzet tot dit onderzoeksonderwerp.

BIBLIOGRAFIE

- Aas, K. (2004). Modelling the dependence structure of financial assets: A survey of four copulas. *Samba*, **22**(4), 18.
- Aas, K., Czado, C., Frigessi, A., en Bakken, H. (2009). Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and Economics*, **44**(2), 182–198.
- Adler, R. F., Huffman, G. J., Chang, A., Ferraro, R., Xie, P. P., Janowiak, J., Rudolf, B., Schneider, U., Curtis, S., Bolvin, D., *et al.* (2003). The version-2 global precipitation climatology project (GPCP) monthly precipitation analysis (1979–present). *Journal of Hydrometeorology*, **4**(6), 1147–1167.
- Bedford, T. en Cooke, R. M. (2001). Probability density decomposition for conditionally dependent random variables modeled by vines. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, **32**(1-4), 245–268.
- Bedford, T. en Cooke, R. M. (2002). Vines: a new graphical model for dependent random variables. *Annals of Statistics*, **30**(4), 1031–1068.
- Bergström, S., Carlsson, B., Gardelin, M., Lindström, G., Pettersson, A., en Rummukainen, M. (2001). Climate change impacts on runoff in Sweden assessments by global climate models, dynamical downscaling and hydrological modelling. *Climate research*, **16**(2), 101–112.
- Berrisford, P., Dee, D., Poli, P., Brugge, R., Fielding, K., Fuentes, M., Kallberg, P., Kobayashi, S., Uppala, S., en Simmons, A. (2011). The ERA-interim archive version 2.0, ERA report series 1, ECMWF, Shinfield Park. *Reading, UK*, **13177**.
- Boughton, W. en Droop, O. (2003). Continuous simulation for design flood estimation: a review. *Environmental Modelling & Software*, **18**(4), 309–318.
- Brechmann, E. C. en Czado, C. (2013). Risk management with high-dimensional vine copulas: An analysis of the Euro Stoxx 50. *Statistics & Risk Modelling*, **30**(4), 307–342.

- Cabus, P. (2008). River flow prediction through rainfall-runoff modelling with a probability-distributed model (PDM) in Flanders, Belgium. *Agricultural Water Management*, **95**(7), 859–868.
- Capéraà, P., Fougères, A. L., en Genest, C. (2000). Bivariate distributions with given extreme value attractor. *Journal of Multivariate Analysis*, **72**(1), 30–49.
- Charpentier, A., Fougères, A. L., Genest, C., en Nešlehová, J. (2014). Multivariate archi-max copulas. *Journal of Multivariate Analysis*, **126**, 118–136.
- Chen, J., Brissette, F. P., Chaumont, D., en Braun, M. (2013). Finding appropriate bias correction methods in downscaling precipitation for hydrologic impact studies over North America. *Water Resources Research*, **49**(7), 4187–4205.
- Christensen, J. H., Boberg, F., Christensen, O. B., en Lucas-Picher, P. (2008). On the need for bias correction of regional climate change projections of temperature and precipitation. *Geophysical Research Letters*, **35**(20).
- De Michele, C., Salvadori, G., Passoni, G., en Vezzoli, R. (2007). A multivariate model of sea storms using copulas. *Coastal Engineering*, **54**(10), 734–751.
- Deheuvels, P. (1980). Nonparametric tests of independence. In *Nonparametric Asymptotic Statistics*, volume 821, pages 95–107. Springer.
- Démarée, G. R. (2003). Le pluviographe centenaire du plateau d’Uccle: son histoire, ses données et ses applications. *Houille Blanche - Revue Internationale de l’Eau*, **4**, 95–102.
- Duan, Q., Gupta, V. K., en Sorooshian, S. (1993). Shuffled complex evolution approach for effective and efficient global minimization. *Journal of optimization theory and applications*, **76**(3), 501–521.
- Eberhart, R. en Kennedy, J. (1995). A new optimizer using particle swarm theory. In *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, pages 39–43. IEEE.
- Ehret, U., Zehe, E., Wulfmeyer, V., Warrach-Sagi, K., en Liebert, J. (2012). HESS Opinions: “Should we apply bias correction to global and regional climate model data?”. *Hydrology and Earth System Sciences*, **16**(9), 3391–3404.
- Embrechts, P., Lindskog, F., en McNeil, A. (2003). Modelling dependence with copulas and applications to risk management. In *Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance*, chapter 8, pages 329–384. Elsevier Science B.V.

- Evin, G. en Favre, A. C. (2008). A new rainfall model based on the Neyman-Scott process using cubic copulas. *Water Resources Research*, **44**(3), W03433.
- Fang, H. B., Fang, K. T., en Kotz, S. (2002). The meta-elliptical distributions with given marginals. *Journal of Multivariate Analysis*, **82**(1), 1–16.
- Fernández, B. en Salas, J. D. (1999). Return period and risk of hydrologic events. I: mathematical formulation. *Journal of Hydrologic Engineering*, **4**(4), 297–307.
- Fowler, H. en Ekström, M. (2009). Multi-model ensemble estimates of climate change impacts on UK seasonal precipitation extremes. *International Journal of Climatology*, **29**(3), 385–416.
- Fowler, H. J., Blenkinsop, S., en Tebaldi, C. (2007). Linking climate change modelling to impacts studies: recent advances in downscaling techniques for hydrological modelling. *International Journal of Climatology*, **27**(12), 1547–1578.
- Frei, C., Christensen, J. H., Déqué, M., Jacob, D., Jones, R. G., en Vidale, P. L. (2003). Daily precipitation statistics in regional climate models: Evaluation and intercomparison for the European Alps. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, **108**(D3).
- Genest, C. en Favre, A. C. (2007). Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. *Journal of Hydrologic Engineering*, **12**(4), 347–368.
- Genest, C. en Rivest, L. P. (2001). On the multivariate probability integral transformation. *Statistics & Probability Letters*, **53**(4), 391–399.
- Genest, C. en Segers, J. (2010). On the covariance of the asymptotic empirical copula process. *Journal of Multivariate Analysis*, **101**(8), 1837–1845.
- Genest, C., Ghoudi, K., en Rivest, L. P. (1995). A semiparametric estimation procedure of dependence parameters in multivariate families of distributions. *Biometrika*, **82**(3), 543–552.
- Genest, C., Nešlehová, J., en Ben Ghorbal, N. (2011). Estimators based on Kendall’s tau in multivariate copula models. *Australian & New Zealand Journal of Statistics*, **53**(2), 157–177.
- Giorgetta, M. A., Jungclaus, J., Reick, C. H., Legutke, S., Bader, J., Böttinger, M., Brovkin, V., Crueger, T., Esch, M., Fieg, K., *et al.* (2013). Climate and carbon cycle

- changes from 1850 to 2100 in MPI-ESM simulations for the Coupled Model Intercomparison Project phase 5. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, **5**(3), 572–597.
- Graham, L. P., Andréasson, J., en Carlsson, B. (2007a). Assessing climate change impacts on hydrology from an ensemble of regional climate models, model scales and linking methods—a case study on the Lule River basin. *Climatic Change*, **81**(1), 293–307.
- Graham, L. P., Hagemann, S., Jaun, S., en Beniston, M. (2007b). On interpreting hydrological change from regional climate models. *Climatic Change*, **81**(1), 97–122.
- Gräler, B., van den Berg, M., Vandenbergh, S., Petroselli, A., Grimaldi, S., De Baets, B., en Verhoest, N. E. C. (2013). Multivariate return periods in hydrology: a critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation. *Hydrology and Earth System Sciences*, **17**(4), 1281–1296.
- Grotch, S. L. en MacCracken, M. C. (1991). The use of general circulation models to predict regional climatic change. *Journal of Climate*, **4**(3), 286–303.
- Gutjahr, O. en Heinemann, G. (2013). Comparing precipitation bias correction methods for high-resolution regional climate simulations using COSMO-CLM. *Theoretical and Applied Climatology*, **114**(3-4), 511–529.
- Haddeland, I., Heinke, J., Voß, F., Eisner, S., Chen, C., Hagemann, S., en Ludwig, F. (2012). Effects of climate model radiation, humidity and wind estimates on hydrological simulations. *Hydrology and Earth System Sciences*, **16**(2), 305–318.
- Hagemann, S., Machenhauer, B., Jones, R., Christensen, O., Déqué, M., Jacob, D., en Vidale, P. L. (2004). Evaluation of water and energy budgets in regional climate models applied over Europe. *Climate Dynamics*, **23**(5), 547–567.
- Hagemann, S., Chen, C., Haerter, J. O., Heinke, J., Gerten, D., en Piani, C. (2011). Impact of a statistical bias correction on the projected hydrological changes obtained from three GCMs and two hydrology models. *Journal of Hydrometeorology*, **12**(4), 556–578.
- Hagemann, S., Loew, A., en Andersson, A. (2013). Combined evaluation of MPI-ESM land surface water and energy fluxes. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, **5**(2), 259–286.
- Hargreaves, G. H. en Samani, Z. A. (1982). Estimating potential evapotranspiration. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, **108**(3), 225–230.

- Horton, P., Schaefli, B., Mezghani, A., Hingray, B., en Musy, A. (2006). Assessment of climate-change impacts on Alpine discharge regimes with climate model uncertainty. *Hydrological Processes*, **20**(10), 2091–2109.
- IPCC (2014a). *Climate Change 2014 Impacts, Adaptation and Vulnerability: Regional Aspects*. Cambridge University Press.
- IPCC (2014b). *Climate Change 2014: Synthesis Report*. Cambridge University Press.
- James, G., Witten, D., Hastie, T., en Tibshirani, R. (2013). *An Introduction To Statistical Learning*, volume 112. Springer.
- Joe, H. (1997). *Multivariate Models and Multivariate Dependence Concepts*. CRC Press.
- Joe, H. (2014). *Dependence Modeling with Copulas*. CRC Press.
- Joe, H. en Kurowicka, D. (2011). *Dependence Modeling: Vine Copula Handbook*. World Scientific.
- Jones, J. W., Colwick, R. F., en Threadgill, E. D. (1972). A simulated environmental model of temperature, evaporation, rainfall and soil moisture. *Transactions of the ASAE*, **15**(2), 366–372.
- Kojadinovic, I. en Yan, J. (2010). Comparison of three semiparametric methods for estimating dependence parameters in copula models. *Insurance: Mathematics and Economics*, **47**(1), 52–63.
- Kolesárová, A., Mesiar, R., Mordelová, J., en Sempi, C. (2006). Discrete copulas. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **14**(5), 698–705.
- Kruskal, W. H. en Wallis, W. A. (1952). Use of ranks in one-criterion variance analysis. *Journal of the American Statistical Association*, **47**(260), 583–621.
- Lall, U., Rajagopalan, B., en Tarboton, D. G. (1996). A nonparametric wet/dry spell model for resampling daily precipitation. *Water Resources Research*, **32**(9), 2803–2823.
- Li, H., Sheffield, J., en Wood, E. F. (2010). Bias correction of monthly precipitation and temperature fields from Intergovernmental Panel on Climate Change AR4 models using equidistant quantile matching. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, **115**(D10).

- Li, N., Liu, X., Xie, W., Wu, J., en Zhang, P. (2013). The return period analysis of natural disasters with statistical modeling of bivariate joint probability distribution. *Risk Analysis*, **33**(1), 134–145.
- Liebscher, E. (2008). Construction of asymmetric multivariate copulas. *Journal of Multivariate Analysis*, **99**(10), 2234–2250.
- MATLAB® (2017). Statistics and Machine Learning Toolbox™, Version 9.3.0 (R2017b). Natick, Massachusetts.
- Meehl, G. A., Stocker, T., Collins, W., Friedlingstein, P., Gaye, A., Gregory, J., Kitoh, A., Knutti, R., Murphy, J., Noda, A., Raper, S. C. B., Watterson, I. G., Weaver, A. J., en C, Z. Z. (2007). Global climate projections. In *Climate change 2007: the physical science basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*.
- Mitchell, T. D. en Jones, P. D. (2005). An improved method of constructing a database of monthly climate observations and associated high-resolution grids. *International Journal of Climatology*, **25**(6), 693–712.
- Monteith, J. L. *et al.* (1965). Evaporation and environment. In *Symposium of the Society for Experimental Biology*, volume 19, page 4.
- Moore, R. (2007). The PDM rainfall-runoff model. *Hydrology and Earth System Sciences*, **11**(1), 483–499.
- Muerth, M., Gauvin St-Denis, B., Ricard, S., Velázquez, J., Schmid, J., Minville, M., Caya, D., Chaumont, D., Ludwig, R., en Turcotte, R. (2013). On the need for bias correction in regional climate scenarios to assess climate change impacts on river runoff. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, **17**, 1189–1204.
- Nelsen, R. B. (1999). *An Introduction to Copulas*. Springer.
- Nikoloulopoulos, A. K., Joe, H., en Li, H. (2012). Vine copulas with asymmetric tail dependence and applications to financial return data. *Computational Statistics & Data Analysis*, **56**(11), 3659–3673.
- Ntegeka, V. en Willems, P. (2008). Trends and multidecadal oscillations in rainfall extremes, based on a more than 100-year time series of 10 min rainfall intensities at Uccle, Belgium. *Water Resources Research*, **44**(7).

- Ntegeka, V., Baguis, P., Roulin, E., en Willems, P. (2014). Developing tailored climate change scenarios for hydrological impact assessments. *Journal of Hydrology*, **508**, 307–321.
- Okhrin, O., Okhrin, Y., en Schmid, W. (2013). On the structure and estimation of hierarchical Archimedean copulas. *Journal of Econometrics*, **173**(2), 189–204.
- Onof, C. en Wheeler, H. S. (1993). Modelling of british rainfall using a random parameter Bartlett-Lewis rectangular pulse model. *Journal of Hydrology*, **149**(1-4), 67–95.
- Pachauri, R. K., Allen, M. R., Barros, V. R., Broome, J., Cramer, W., Christ, R., Church, J. A., Clarke, L., Dahe, Q., Dasgupta, P., Dubash, N. K., Edenhofer, O., Elgizouli, I., Field, C. B., Forster, P., Friedlingstein, P., Fuglestvedt, J., Gomez-Echeverri, L., Hallegatte, S., Hegerl, G., Howden, M., Jiang, K., Jimenez Cisneroz, B., Kattsov, V., Lee, H., Mach, K. J., Marotzke, J., Mastrandrea, M. D., Meyer, L., Minx, J., Mulugetta, Y., O'Brien, K., Oppenheimer, M., Pereira, J. J., Pichs-Madruga, R., Plattner, G. K., Pörtner, H. O., Power, S. B., Preston, B., Ravindranath, N. H., Reisinger, A., Riahi, K., Rusticucci, M., Scholes, R., Seyboth, K., Sokona, Y., Stavins, R., Stocker, T. F., Tschakert, P., van Vuuren, D., en van Ypserle, J. P. (2014). *Climate Change 2014: synthesis report. Contribution of Working Groups I, II and III to the fifth assessment report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. IPCC.
- Pham, M. T. (2016). *Copula-Based Stochastic Modelling of Evapotranspiration Time Series Conditioned on Rainfall as Design Tool in Water Resources Management*. Ph.D. thesis, Ghent University.
- Pham, M. T., Vernieuwe, H., De Baets, B., Willems, P., en Verhoest, N. E. C. (2016). Stochastic simulation of precipitation-consistent daily reference evapotranspiration using vine copulas. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, **30**(8), 2197–2214.
- Pham, M. T., Vernieuwe, H., De Baets, B., en Verhoest, N. E. C. (2018). A coupled stochastic rainfall-evapotranspiration model for hydrological impact analysis. *Hydrology and Earth System Sciences*, **22**, 1263–1283.
- Piani, C., Haerter, J., en Coppola, E. (2010). Statistical bias correction for daily precipitation in regional climate models over Europe. *Theoretical and Applied Climatology*, **99**(1-2), 187–192.

- Pierce, D. W., Cayan, D. R., Maurer, E. P., Abatzoglou, J. T., en Hegewisch, K. C. (2015). Improved bias correction techniques for hydrological simulations of climate change. *Journal of Hydrometeorology*, **16**(6), 2421–2442.
- Priestley, C. en Taylor, R. (1972). On the assessment of surface heat flux and evaporation using large-scale parameters. *Monthly Weather Review*, **100**(2), 81–92.
- Renard, B. en Lang, M. (2007). Use of a Gaussian copula for multivariate extreme value analysis: some case studies in hydrology. *Advances in Water Resources*, **30**(4), 897–912.
- Rockel, B., Will, A., en Hense, A. (2008). The regional climate model COSMO-CLM (CCLM). *Meteorologische Zeitschrift*, **17**(4), 347–348.
- Rodríguez-Iturbe, I., Power, B. F., en Valdes, J. (1987). Rectangular pulses point process models for rainfall: analysis of empirical data. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, **92**(D8), 9645–9656.
- Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D., en Isham, V. (1987). Some models for rainfall based on stochastic point processes. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, **410**, 269–288.
- Salathé, E. P. (2003). Comparison of various precipitation downscaling methods for the simulation of streamflow in a rainshadow river basin. *International Journal of Climatology*, **23**(8), 887–901.
- Salvadori, G. en De Michele, C. (2006). Statistical characterization of temporal structure of storms. *Advances in Water Resources*, **29**(6), 827–842.
- Salvadori, G. en De Michele, C. (2007). On the use of copulas in hydrology: theory and practice. *Journal of Hydrologic Engineering*, **12**(4), 369–380.
- Salvadori, G., De Michele, C., Kottegoda, N. T., en Rosso, R. (2007). *Extremes in Nature: an Approach Using Copulas*. Springer.
- Schneider, U., Fuchs, T., Meyer-Christoffer, A., en Rudolf, B. (2008). Global precipitation analysis products of the GPCC. Deutscher Wetterdienst. Beschikbaar via: <https://www.dwd.de/EN/ourservices/gpcc/gpcc.html>.
- Seneviratne, S. I., Nicholls, N., Easterling, D., Goodess, C. M., Kanae, S., Kossin, J., Luo, Y., Marengo, J., McInnes, K., Rahimi, M., Reichstein, M., Sorteberg, A., Vera, C., en Zhang, X. (2012). Changes in climate extremes and their impacts on the natural

- physical environment. In *Managing the Risks of Extreme events and Disasters to advance Climate change Adaptation: A Special Report of Working Groups I and II of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC)*. Cambridge University Press.
- SIGMA-plan (2014). Projectbrochure Polders van Kruibeke. Brochure.
- Sklar, M. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, **8**, 229–231.
- Smithers, J., Pegram, G., en Schulze, R. (2002). Design rainfall estimation in South Africa using Bartlett–Lewis rectangular pulse rainfall models. *Journal of Hydrology*, **258**(1-4), 83–99.
- Srikanthan, R. en McMahon, T. (2001). Stochastic generation of annual, monthly and daily climate data: A review. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, **5**(4), 653–670.
- Srivastav, R. K., Schardong, A., en Simonovic, S. P. (2014). Equidistance quantile matching method for updating IDF–Curves under climate change. *Water Resources Management*, **28**(9), 2539–2562.
- Steppeler, J., Doms, G., Schättler, U., Bitzer, H., Gassmann, A., Damrath, U., en Gregoric, G. (2003). Meso-gamma scale forecasts using the nonhydrostatic model LM. *Meteorology and Atmospheric Physics*, **82**(1-4), 75–96.
- Tabari, H., Taye, M. T., en Willems, P. (2015). Water availability change in central Belgium for the late 21st century. *Global and Planetary Change*, **131**, 115–123.
- Teng, J., Potter, N., Chiew, F., Zhang, L., Wang, B., Vaze, J., en Evans, J. (2015). How does bias correction of regional climate model precipitation affect modelled runoff? *Hydrology and Earth System Sciences*, **19**(2), 711.
- Teutschbein, C. en Seibert, J. (2010). Regional climate models for hydrological impact studies at the catchment scale: a review of recent modeling strategies. *Geography Compass*, **4**(7), 834–860.
- Teutschbein, C. en Seibert, J. (2012). Bias correction of regional climate model simulations for hydrological climate-change impact studies: Review and evaluation of different methods. *Journal of Hydrology*, **456**, 12–29.

- Teutschbein, C. en Seibert, J. (2013). Is bias correction of regional climate model simulations possible for non-stationary conditions? *Hydrology and Earth System Sciences*, **17**(12), 5061–5077.
- Themeßl, M. J., Gobiet, A., en Leuprecht, A. (2011). Empirical-statistical downscaling and error correction of daily precipitation from regional climate models. *International Journal of Climatology*, **31**(10), 1530–1544.
- Trenberth, K. E., Dai, A., Rasmussen, R. M., en Parsons, D. B. (2003). The changing character of precipitation. *Bulletin of the American Meteorological Society*, **84**(9), 1205–1217.
- Trewin, B. C. (2007). *The role of climatological normals in a changing climate*. World Meteorological Organization.
- Uppala, S. M., Kållberg, P. W., Simmons, A. J., Andrae, U., Bechtold, V. D. C., Fiorino, M., Gibson, J. K., Haseler, J., Hernandez, A., Kelly, G. A., Li, X., Onogi, K., Saarinen, S., Sokka, N., Allan, R. P., Andersson, E., Arpe, K., Balmaseda, M. A., Beljaars, A. C. M., Van De Berg, L., Bidlot, J., Bormann, N., Caires, S., Chevallier, F., Dethof, A., Dragosavac, M., Fisher, M., Fuentes, M., Hagemann, S., Hólm, E., Hoskins, B. J., Isaksen, I., Janssen, P. A. E. M., Jenne, R., McNally, A. P., Mahfouf, J. F., Morcrette, J. J., Rayner, N. A., Saunders, R. W., Simon, P., Sterl, A., Trenberth, K. E., Untch, A., Vasiljevic, D., Viterbo, P., en Woollen, J. (2005). The ERA-40 re-analysis. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **131**(612), 2961–3012.
- Van de Velde, J. (2018). *Een Vergelijkende Studie van Alternatieve Retourperiodes voor Hydraulisch Ontwerp*. Ph.D. thesis, Ghent University.
- van den Hurk, B., Hirschi, M., Schär, C., Lenderink, G., van Meijgaard, E., van Ulden, A., Rockel, B., Hagemann, S., Graham, P., Kjellström, E., en Jones, R. (2005). Soil control on runoff response to climate change in regional climate model simulations. *Journal of Climate*, **18**(17), 3536–3551.
- Vandenbergh, S. (2012). *Copula-based Models for Generating Design Rainfall*. Ph.D. thesis, Ghent University.
- Vanhaute, W., Vandenbergh, S., Scheerlinck, K., De Baets, B., en Verhoest, N. E. C. (2012). Calibration of the modified Bartlett-Lewis model using global optimization techniques and alternative objective functions. *Hydrology and Earth System Sciences*, **16**(3), 873–891.

- Varis, O., Kajander, T., en Lemmelä, R. (2004). Climate and water: from climate models to water resources management and vice versa. *Climatic Change*, **66**(3), 321–344.
- Verhoest, N., Troch, P. A., en De Troch, F. P. (1997). On the applicability of Bartlett–Lewis rectangular pulses models in the modeling of design storms at a point. *Journal of Hydrology*, **202**(1-4), 108–120.
- Verhoest, N. E. C., Vandenberghe, S., Cabus, P., Onof, C., Meca-Figueras, T., en Jameleddine, S. (2010). Are stochastic point rainfall models able to preserve extreme flood statistics? *Hydrological Processes*, **24**(23), 3439–3445.
- Vernieuwe, H., Vandenberghe, S., De Baets, B., en Verhoest, N. E. C. (2015). A continuous rainfall model based on vine copulas. *Hydrology and Earth System Sciences*, **19**(6), 2685.
- Voldoire, A., Sanchez-Gomez, E., Salas y Mélia, D., Decharme, B., Cassou, C., Sénési, S., Valcke, S., Beau, I., Alias, A., Chevallier, M., Déqué, M., Deshayes, J., Douville, H., Fernandez, E., Madec, G., Maisonnave, E., Moine, M. P., Planton, S., Saint-Martin, D., Szopa, S., Tyteca, S., Alkama, R., Belamari, S., Braun, A., Coquart, L., en Chauvin, F. (2013). The CNRM-CM5 global climate model: description and basic evaluation. *Climate Dynamics*, **40**(9-10), 2091–2121.
- Wang, L. en Chen, W. (2013). Equiratio cumulative distribution function matching as an improvement to the equidistant approach in bias correction of precipitation. *Atmospheric Science Letters*, **15**(1), 1–6.
- Weedon, G., Gomes, S., Viterbo, P., Shuttleworth, W., Blyth, E., Österle, H., Adam, J., Bellouin, N., Boucher, O., en Best, M. (2011). Creation of the WATCH forcing data and its use to assess global and regional reference crop evaporation over land during the twentieth century. *Journal of Hydrometeorology*, **12**(5), 823–848.
- Welch, B. L. (1951). On the comparison of several mean values: an alternative approach. *Biometrika*, **38**(3/4), 330–336.
- Wheater, H. (2002). Progress in and prospects for fluvial flood modelling. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, **360**(1796), 1409–1431.
- White, R. en Toumi, R. (2013). The limitations of bias correcting regional climate model inputs. *Geophysical Research Letters*, **40**(12), 2907–2912.
- Wilks, D. S. en Wilby, R. L. (1999). The weather generation game: a review of stochastic weather models. *Progress in Physical Geography*, **23**(3), 329–357.

- Will, A., Akhtar, N., Brauch, J., Breil, M., Davin, E., Ho-Hagemann, H. T., Maisonnave, E., Thürkow, M., en Weiher, S. (2017). The COSMO-CLM 4.8 regional climate model coupled to regional ocean, land surface and global earth system models using OASIS3-MCT: description and performance. *Geoscientific Model Development*, **10**(4), 1549–1586.
- Willems, P. (2013a). Adjustment of extreme rainfall statistics accounting for multidecadal climate oscillations. *Journal of Hydrology*, **490**, 126–133.
- Willems, P. (2013b). Revision of urban drainage design rules after assessment of climate change impacts on precipitation extremes at Uccle, Belgium. *Journal of Hydrology*, **496**, 166–177.
- Willems, P. en Vrac, M. (2011). Statistical precipitation downscaling for small-scale hydrological impact investigations of climate change. *Journal of Hydrology*, **402**(3-4), 193–205.
- Wist, H. T., Myrhaug, D., en Rue, H. (2004). Statistical properties of successive wave heights and successive wave periods. *Applied Ocean Research*, **26**(3), 114–136.
- Zoeter, F. (2017). *Een Uitbreiding van het Gewijzigde Bartlett-Lewis Neerslagmodel met behulp van Copulas*. Ph.D. thesis, Ghent University.

BIJLAGE A

DRIEDIMENSIONALE COPULADICHTHEID

De gezamenlijke probabiliteitsdichtheidsfunctie (PDF) f_{123} van drie willekeurige toevalsveranderlijken X_1 , X_2 en X_3 kan op volgende manier ontleed worden:

$$f_{123}(x_1, x_2, x_3) = f_{12|3}(x_1, x_2|x_3)f_3(x_3), \quad (\text{A.1})$$

waarbij $f_{12|3}$ de PDF is van X_1 en X_2 gegeven $X_3 = x_3$ en f_3 de marginale PDF is van X_3 . De decompositie in dit driedimensionale geval kan enkel veranderen door de keuze van een andere conditionele veranderlijke.

Vervolgens kan de gezamenlijke cumulatieve distributiefunctie F_{123} bekomen worden door integratie (De Michele *et al.*, 2007):

$$\begin{aligned} F_{123}(x_1, x_2, x_3) &= \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{x_3} f_{123}(r, s, t) \, dr \, ds \, dt \\ &= \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{x_3} f_{12|3}(r, s|t) f_3(t) \, dr \, ds \, dt \\ &= \int_{-\infty}^{x_3} \left[\int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} f_{12|3}(r, s|t) \, dr \, ds \right] f_3(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{x_3} F_{12|3}(x_1, x_2|t) \, dF_3(t) \\ &= \int_{-\infty}^{x_3} C_{12|3}(F_{1|3}(x_1|t), F_{2|3}(x_2|t)) \, dF_3(t). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Wanneer in plaats van X_1 , X_2 en X_3 de getransformeerde toevalsveranderlijken U_1 , U_2 en U_3 uniform over $\mathbb{I}$ beschouwd worden, dan kan vergelijking (A.2) geschreven worden als:

$$C_{123} = \int_0^{u_3} C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, t), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, t) \right) dt. \quad (\text{A.3})$$

In de vine-copula theorie wordt echter vaak gewerkt met copuladichtheden in plaats van cumulatieve distributiefuncties (zie Sectie 2.3.2). Afleiden van vergelijking (A.3) resulteert zo in c_{123} :

$$\begin{aligned}
c_{123}(u_1, u_2, u_3) &= \frac{\partial^3}{\partial u_1 \partial u_2 \partial u_3} \int_0^{u_3} C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, t), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, t) \right) dt \\
&= \frac{\partial^2}{\partial u_1 \partial u_2} C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial u_1} \left(\frac{\partial}{\partial u_2} C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial u_1} \left(\frac{\partial C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)}{\partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3) \right)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial u_2 \partial u_3} C_{13}(u_1, u_3) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)}{\partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial u_2 \partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial u_1} \left(\frac{\partial C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)}{\partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)} \cdot c_{23}(u_2, u_3) \right) \\
&= \frac{\partial^2 C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)}{\partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3) \right) \partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial u_1 \partial u_3} C_{13}(u_1, u_3) \cdot c_{23}(u_2, u_3) \\
&\quad + \frac{\partial^2 C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)}{\partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right) \partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial u_1 \partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \cdot c_{23}(u_2, u_3) \\
&\quad + \frac{\partial C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)}{\partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)} \cdot \frac{\partial c_{23}(u_2, u_3)}{\partial u_1} \\
&= \frac{\partial^2 C_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)}{\partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3) \right) \partial \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial u_1 \partial u_3} C_{13}(u_1, u_3) \cdot c_{23}(u_2, u_3) \\
&= c_{12|3} \left(\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13}(u_1, u_3), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3) \right) \cdot c_{13}(u_1, u_3) \cdot c_{23}(u_2, u_3). \quad (\text{A.4})
\end{aligned}$$

BIJLAGE B

AFLEIDING VAN $f_{4|123}(x_4|x_1, x_2, x_3)$

Volgende afleiding is overgenomen uit Aas *et al.* (2009).

$$\begin{aligned}
 f_{4|123}(x_4|x_1, x_2, x_3) &= \frac{f_{34|12}(x_3, x_4|x_1, x_2)}{f_{3|12}(x_3|x_1, x_2)} \\
 &= \frac{c_{34|12}(F_{3|12}(x_3|x_1, x_2), F_{4|12}(x_4|x_1, x_2)) \cdot f_{3|12}(x_3|x_1, x_2) \cdot f_{4|12}(x_4|x_1, x_2)}{f_{3|12}(x_3|x_1, x_2)} \\
 &= c_{34|12}(F_{3|12}(x_3|x_1, x_2), F_{4|12}(x_4|x_1, x_2)) \cdot f_{4|12}(x_4|x_1, x_2) \\
 &= c_{34|12}(F_{3|12}(x_3|x_1, x_2), F_{4|12}(x_4|x_1, x_2)) \cdot \frac{f_{24|1}(x_2, x_4|x_1)}{f_{2|1}(x_2|x_1)} \\
 &= c_{34|12}(F_{3|12}(x_3|x_1, x_2), F_{4|12}(x_4|x_1, x_2)) \cdot \\
 &\quad \frac{c_{24|1}(F_{2|1}(x_2|x_1), F_{4|1}(x_4|x_1)) \cdot f_{2|1}(x_2|x_1) \cdot f_{4|1}(x_4|x_1)}{f_{2|1}(x_2|x_1)} \\
 &= c_{34|12}(F_{3|12}(x_3|x_1, x_2), F_{4|12}(x_4|x_1, x_2)) \cdot c_{24|1}(F_{2|1}(x_2|x_1), F_{4|1}(x_4|x_1)) \\
 &\quad \cdot f_{4|1}(x_4|x_1) \\
 &= c_{34|12}(F_{3|12}(x_3|x_1, x_2), F_{4|12}(x_4|x_1, x_2)) \cdot c_{24|1}(F_{2|1}(x_2|x_1), F_{4|1}(x_4|x_1)) \\
 &\quad \cdot c_{14}(F_1(x_1), F_4(x_4)) \cdot f_4(x_4).
 \end{aligned}
 \tag{B.1}$$

BIJLAGE C

GEGEVENS EN METHODE

Tabel C.1: Modelafwijking als maandelijkse bias voor neerslag [mm], temperatuur in [°C], evaporatie [mm] en debiet [m³/s] tussen de originele historische klimaatsimulaties en de observaties ($x_{OGC} - x_{OC}$).

	Neerslag [mm]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.15	0.21	-0.17	0.23	0.03	-0.14	0.39	0.51	0.47	0.02	-0.30	-0.12
MPI-ESM	0.40	0.51	0.19	0.29	0.24	0.39	0.83	0.80	0.62	0.96	-0.22	0.18

	Temperatuur [°C]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	-1.26	-1.34	-2.64	-1.91	-1.31	0.01	0.02	-0.52	-0.67	-2.07	-2.24	-1.83
MPI-ESM	-0.85	-0.58	-0.16	-0.22	-0.29	-0.45	-1.11	-1.64	-1.07	-1.34	-0.41	-0.51

	Evaporatie [mm]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.41	0.55	0.62	0.29	-0.28	0.02	-0.14	-0.18	-0.14	0.29	0.45	0.32
MPI-ESM	0.44	0.47	0.82	0.31	-0.22	0.16	0.11	0.05	0.08	0.56	0.62	0.40

	Debiet [m ³ /s]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	-0.53	-0.48	-1.27	-0.83	-0.40	-0.19	-0.25	0.38	0.72	0.35	-0.15	-1.15
MPI-ESM	0.14	0.63	-0.57	-0.43	-0.01	0.23	0.35	0.88	1.08	1.04	0.56	-0.19

Tabel C.2: Klimaatsignaal als maandelijks bias voor neerslag [mm], temperatuur in [°C], evaporatie [mm] en debiet [m³/s] tussen de originele toekomstige en de historische klimaatsimulaties voor RCP 4.5 ($x_{OGT} - x_{OGC}$).

Neerslag [mm]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.36	0.12	0.22	0.18	-0.04	-0.29	-0.46	0.09	-0.19	0.03	0.04	0.55
MPI-ESM	0.49	0.36	-0.05	-0.24	0.43	-0.19	-0.86	-0.56	-0.19	-0.80	0.79	0.46
Temperatuur [°C]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	1.55	1.35	1.64	1.32	0.73	1.33	2.62	2.14	1.96	1.90	2.49	1.81
MPI-ESM	2.71	2.13	0.82	0.92	0.83	1.43	1.66	2.29	2.43	2.01	1.78	1.30
Evaporatie [mm]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.15	-0.02	0.13	0.04	0.01	-0.12	-0.05	-0.10	-0.05	-0.06	0.05	0.13
MPI-ESM	0.16	0.24	0.04	-0.05	0.10	0.05	-0.24	-0.25	-0.16	-0.20	0.05	0.08
Debiet [m ³ /s]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.65	0.47	0.40	0.36	0.22	-0.18	-0.18	-0.07	-0.19	-0.17	-0.19	0.45
MPI-ESM	0.99	0.62	0.36	-0.18	0.17	-0.05	-0.51	-0.58	-0.54	-0.74	0.14	0.88

Tabel C.3: Klimaatsignaal als maandelijks bias voor neerslag [mm], temperatuur in [°C], evaporatie [mm] en debiet [m³/s] tussen de originele toekomstige en de historische klimaatsimulaties voor RCP 8.5 ($x_{OGT} - x_{OGC}$).

	Neerslag [mm]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.59	0.73	-0.11	-0.08	-0.10	0.04	0.01	0.38	-0.02	0.16	0.24	0.56
MPI-ESM	0.47	0.95	0.46	0.58	0.21	-0.37	-1.22	-0.46	0.05	-0.30	1.06	0.81

	Temperatuur [°C]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	3.30	3.00	2.66	2.41	2.22	2.19	3.57	3.81	3.38	3.23	4.25	3.46
MPI-ESM	3.39	3.03	2.12	1.62	1.31	1.90	3.72	4.56	3.74	3.27	3.24	3.56

	Evaporatie [mm]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.12	0.19	0.13	-0.03	-0.05	-0.08	0.09	0.01	-0.06	0.04	0.12	0.19
MPI-ESM	0.24	0.30	0.15	0.18	0.14	-0.08	-0.39	-0.33	-0.08	-0.12	0.22	0.29

	Debiet [m ³ /s]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	1.06	1.59	0.42	0.27	0.16	0.10	0.27	0.33	0.66	0.12	0.16	0.88
MPI-ESM	1.71	1.72	1.36	1.10	0.60	0.18	-0.55	-0.63	-0.37	-0.48	0.72	1.42

Tabel C.4: Frequentie van dagen zonder neerslag voor alle originele datasets.

	Ukkel		CNRM-CM5		MPI-ESM		
Maand	$f_{r,OC}$	$f_{r,OGC}$	$f_{r,OGT4.5}$	$f_{r,OGT8.5}$	$f_{r,OGC}$	$f_{r,OGT4.5}$	$f_{r,OGT8.5}$
Jan	0.35	0.31	0.30	0.37	0.32	0.29	0.33
Feb	0.45	0.32	0.31	0.30	0.31	0.31	0.29
Mar	0.39	0.31	0.33	0.35	0.31	0.30	0.32
Apr	0.41	0.33	0.33	0.38	0.39	0.40	0.31
Mei	0.44	0.41	0.42	0.47	0.38	0.32	0.36
Jun	0.47	0.47	0.48	0.47	0.37	0.38	0.43
Jul	0.50	0.41	0.47	0.48	0.35	0.45	0.54
Aug	0.49	0.41	0.47	0.47	0.35	0.50	0.56
Sep	0.48	0.45	0.51	0.52	0.41	0.47	0.51
Okt	0.46	0.41	0.43	0.46	0.35	0.48	0.45
Nov	0.34	0.36	0.37	0.39	0.38	0.36	0.39
Dec	0.39	0.36	0.29	0.32	0.32	0.34	0.34

Tabel C.5: Frequentie van dagen zonder evaporatie voor alle originele datasets.

	Ukkel		CNRM-CM5		MPI-ESM		
Maand	$f_{r,OC}$	$f_{r,OGC}$	$f_{r,OGT4.5}$	$f_{r,OGT8.5}$	$f_{r,OGC}$	$f_{r,OGT4.5}$	$f_{r,OGT8.5}$
Jan	0.29	0.15	0.09	0.09	0.16	0.08	0.07
Feb	0.26	0.05	0.04	0.01	0.06	0.02	0.01
Mar	0.06	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Apr	0	0	0	0	0	0	0
Mei	0	0	0	0	0	0	0
Jun	0	0	0	0	0	0	0
Jul	0	0	0	0	0	0	0
Aug	0	0	0	0	0	0	0
Sep	0	0	0	0	0	0	0
Okt	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Nov	0.15	0.06	0.04	0.04	0.05	0.03	0.02
Dec	0.27	0.16	0.12	0.09	0.14	0.12	0.06

BIJLAGE D

RESULTATEN EN DISCUSSIE

Tabel D.1: Klimaatsignaal als maandelijkse bias voor neerslag [mm], temperatuur [°C] en evaporatie [mm] tussen de biasgecorrigeerde toekomstige en de historische klimaatsimulaties ($x_{OGT} - x_{OGC}$) voor RCP 4.5 met BC1.

	Neerslag [mm]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.46	0.45	0.46	0.38	0.06	-0.26	-0.11	0.31	-0.08	0.22	0.02	0.71
MPI-ESM	0.52	0.66	0.16	-0.16	0.58	0.15	-0.35	-0.24	0.07	-0.38	0.70	0.64

	Temperatuur [°C]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	1.57	1.33	1.61	1.33	0.75	1.35	2.62	2.14	1.95	1.88	2.49	1.82
MPI-ESM	2.71	2.14	0.82	0.91	0.82	1.43	1.65	2.29	2.43	2.00	1.80	1.30

	Evaporatie [mm]											
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.13	0.08	0.13	0.04	0.01	-0.11	-0.05	-0.11	-0.05	-0.03	0.10	0.11
MPI-ESM	0.13	0.28	0.09	-0.05	0.10	0.06	-0.23	-0.25	-0.16	-0.10	0.09	0.09

Tabel D.2: Klimaatsignaal als maandelijkse bias voor neerslag [mm], temperatuur [°C] en evaporatie [mm] tussen de biasgecorrigeerde toekomstige en de historische klimaatsimulaties ($x_{OGT} - x_{OGC}$) voor RCP 4.5 met BC2.

Neerslag [mm]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.34	0.16	0.31	0.17	0.06	-0.18	-0.16	0.25	0.02	0.23	0.17	0.37
MPI-ESM	0.39	0.30	-0.03	-0.16	0.23	-0.08	-0.39	-0.12	0.08	-0.17	0.80	0.50

Temperatuur [°C]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	1.51	1.43	1.63	1.30	0.75	1.36	2.56	2.18	1.92	1.92	2.48	1.83
MPI-ESM	2.68	2.14	0.84	0.94	0.79	1.43	1.62	2.32	2.45	1.99	1.80	1.32

Evaporatie [mm]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.06	0.01	0.09	0.05	0.02	-0.11	-0.06	-0.11	-0.06	-0.05	0.03	0.06
MPI-ESM	0.06	0.16	0.05	-0.04	0.13	0.04	-0.22	-0.26	-0.17	-0.12	0.02	0.03

Tabel D.3: Klimaatsignaal als maandelijkse bias voor neerslag [mm], temperatuur [°C] en evaporatie [mm] tussen de biasgecorrigeerde toekomstige en de historische klimaatsimulaties ($x_{OGT} - x_{OGC}$) voor RCP 8.5 met BC1.

Neerslag [mm]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.68	1.06	0.09	0.10	0.01	0.09	0.32	0.60	0.08	0.35	0.27	0.72
MPI-ESM	0.47	1.24	0.69	0.58	0.38	-0.06	-0.73	-0.21	0.25	0.03	0.99	0.99

Temperatuur [°C]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	3.31	3.00	2.63	2.43	2.23	2.21	3.56	3.81	3.38	3.21	4.25	3.47
MPI-ESM	3.38	3.03	2.12	1.62	1.31	1.89	3.71	4.56	3.75	3.26	3.26	3.56

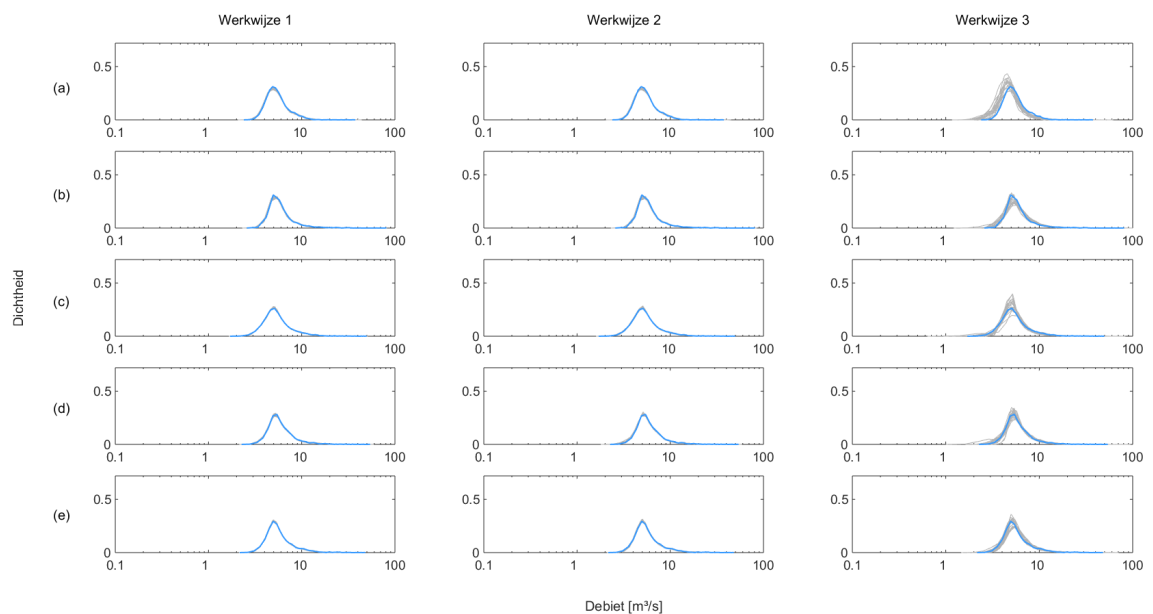
Evaporatie [mm]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.12	0.25	0.14	-0.03	-0.06	-0.07	0.10	0.01	-0.07	0.05	0.13	0.14
MPI-ESM	0.16	0.32	0.14	0.15	0.15	-0.06	-0.37	-0.32	-0.08	-0.06	0.17	0.20

Tabel D.4: Klimaatsignaal als maandelijkse bias voor neerslag [mm], temperatuur [°C] en evaporatie [mm] tussen de biasgecorrigeerde toekomstige en de historische klimaatsimulaties ($x_{OGT} - x_{OGC}$) voor RCP 8.5 met BC2.

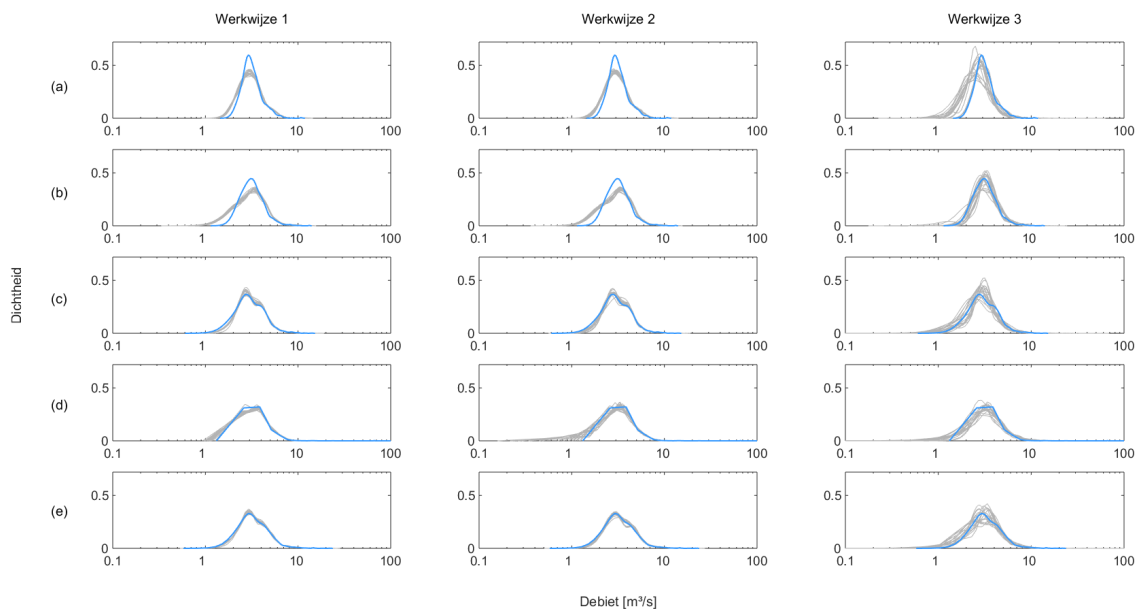
Neerslag [mm]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.75	0.65	0.08	0.05	0.14	0.05	0.29	0.49	0.28	0.43	0.44	0.52
MPI-ESM	0.55	0.68	0.48	0.36	0.18	-0.09	-0.60	0.07	0.33	0.16	1.14	0.84

Temperatuur [°C]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	3.28	3.00	2.70	2.36	2.22	2.24	3.55	3.81	3.38	3.22	4.26	3.49
MPI-ESM	3.40	3.04	2.12	1.63	1.27	1.95	3.65	4.59	3.77	3.25	3.26	3.56

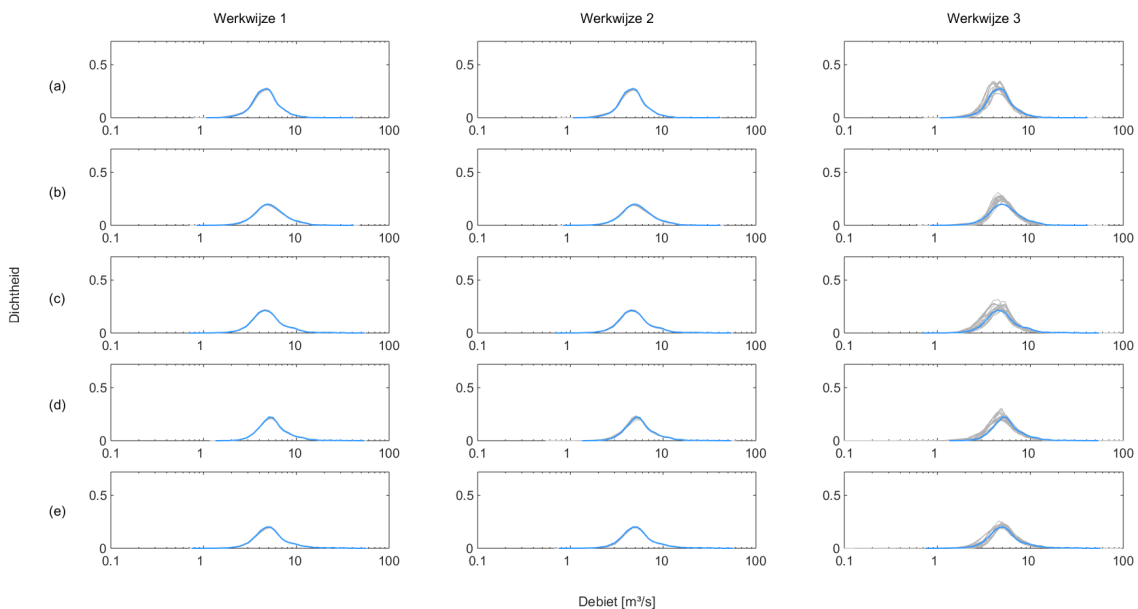
Evaporatie [mm]												
	Jan	Feb	Maa	Apr	Mei	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec
CNRM-CM5	0.05	0.13	0.10	-0.02	-0.05	-0.07	0.10	0.01	-0.08	0.02	0.06	0.08
MPI-ESM	0.08	0.20	0.10	0.16	0.17	-0.06	-0.36	-0.33	-0.09	-0.08	0.08	0.12



Figuur D.1: Empirische dichtheidsfuncties van de debieten [m^3/s] voor de drie werkwijzen met alle CNRM-CM5-datareeksen in maart. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen, voor werkwijze 2 en 3 zijn deze willekeurig gekozen uit de respectievelijk vierhonderd en achtduizend modelsimulaties.



Figuur D.2: Empirische dichtheidsfuncties van de debieten $[m^3/s]$ voor de drie werkwijzen met alle CNRM-CM5-datareeksen in september. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen, voor werkwijze 2 en 3 zijn deze willekeurig gekozen uit de respectievelijk vierhonderd en achtduizend modelsimulaties.



Figuur D.3: Empirische dichtheidsfuncties van de debieten $[m^3/s]$ voor de drie werkwijzen met alle CNRM-CM5-datareeksen in december. De basisreeks (blauw) en het ensemble (grijs) zijn weergegeven voor (a) de historische reeks, (b) RCP 4.5 en BC1, (c) RCP 4.5 en BC2, (d) RCP 8.5 en BC1 en (e) RCP 8.5 en BC2. Het ensemble telt voor iedere werkwijze twintig herhalingen, voor werkwijze 2 en 3 zijn deze willekeurig gekozen uit de respectievelijk vierhonderd en achtduizend modelsimulaties.