Universiteit Gent

Faculteit Ingenieurswetenschappen

Vakgroep IR08

Elektrische Energie, Systemen en Automatisering

Voorzitter: Prof. dr. ir. J. Melkebeek

Aardschokken en Gebouwen: Trillingsanalyse en Passieve Controle

door

Diederik Ryckaert

Promotor: Prof. dr. ir. M. Loccufier

Scriptiebegeleider: ir. F. Petit

Scriptie ingediend tot het behalen van de academische graad van

burgerlijk bouwkundig ingenieur

Academiejaar 2006–2007

Universiteit Gent

Faculteit Ingenieurswetenschappen

Vakgroep IR08

Elektrische Energie, Systemen en Automatisering

Voorzitter: Prof. dr. ir. J. Melkebeek

Aardschokken en Gebouwen: Trillingsanalyse en Passieve Controle

door

Diederik Ryckaert

Promotor: Prof. dr. ir. M. Loccufier

Scriptiebegeleider: ir. F. Petit

Scriptie ingediend tot het behalen van de academische graad van

burgerlijk bouwkundig ingenieur

Academiejaar 2006–2007

Woord vooraf

Toen ik dit onderwerp tussen de scriptievoorstellen zag staan, wist ik het meteen: dit moet het worden. Niet dat ik „Water en Transport” de rug wou toekeren, maar de natuurkrachten – en hun vernietigend effect – hebben mij altijd op één of andere manier geïntrigeerd. De mens is altijd in de weer geweest zich tegen die krachten te wapenen. In het geval van aardbevingen gaat men „slimmer” bouwen, zodat de gebouwen stand houden na een aardschok en niet als een kaartenhuis ineenstorten.

Dat mijn schaalmodel niet als een kaartenhuis ineengestort is, heb ik aan enkele mensen te danken die ik graag wens te vermelden:

Mijn promotor, voor de uren uitleg vol enthousiasme, voor het nauwgezet opvolgen en bijsturen van mijn avonturen, voor de hulp bij het afstellen van de motor.

Mijn scriptiebegeleider, voor zijn opbouwende kritiek, voor de hulp bij het knutselen, het opvolgen van de experimenten en om mijn Matlab-problemen op te lossen.

Prof. dr. ir. Lagae en dr. ir. Vanlaere voor hun hulp bij de knikberekening en Stefaan Dhondt, voor de realisatie van het raamwerk

Mijn ouders, voor hun jarenlange steun, voor de kans die ik kreeg om deze studies aan te vangen, om van mij te maken wat ik nu ben. Mijn zusje valt natuurlijk ook onder deze noemer.

De studiegenoten, waarmee ik onze spannende belevenissen kon delen.

Vriend en vriendin, die mij wat minder te zien kregen. Vanaf nu is de scriptie geen excuus meer.

Bedankt!

Gent, Juni 2007

De auteur

Diederik Ryckaert

Aardschokken en Gebouwen: Trillingsanalyse en Passieve Controle

door

Diederik Ryckaert

Scriptie ingediend tot het behalen van de academische graad van
burgerlijk bouwkundig ingenieur

Academiejaar 2006–2007

Promotor: Prof. dr. ir. M. Loccufier
Scriptiebegeleider: ir. F. Petit

Faculteit Ingenieurswetenschappen
Universiteit Gent

Vakgroep Elektrische Energie, Systemen en Automatisering
Voorzitter: Prof. dr. ir. J. Melkebeek

Samenvatting

Het destructieve karakter van aardbevingen zorgt ervoor dat gebouwen in gebieden met seismische activiteit het zwaar te verduren hebben. In dit werk wordt gepoogd de trillingen in het gebouw te controleren door middel van een passieve tuned mass damper (TMD). Na een korte inleiding wordt in het tweede hoofdstuk uitgelegd hoe een gebouw wiskundig wordt gemodelleerd, hoe een aardbeving gekarakteriseerd wordt en hoe de responsie van het gebouw met behulp van modale analyse wordt bepaald. Een volgend hoofdstuk geeft aan hoe een TMD de responsie van het gebouw beïnvloedt en hoe zijn parameters geoptimaliseerd kunnen worden. In het vierde hoofdstuk wordt het pricipe van de TMD gesimuleerd in Matlab. Hierbij wordt aangenomen dat het gebouw geëxciteerd wordt in één horizontale richting en dat het enkel in dezelfde richting trilt. Tot slot wordt in hoofdstuk vijf een TMD geïmplementeerd op een schaalmodel, dat specifiek voor dit onderzoek werd ontworpen. Op deze manier kunnen theorie en praktijk aan elkaar getoetst worden. Uit de resultaten blijkt dat een passieve TMD geschikt is om trillingen in een gebouw ten gevolge van aardbevingen te reduceren.

Trefwoorden

TMD, eigenfrequentie, modale analyse, bodediagram, simulatie

Earthquakes and Buildings: Vibration Analysis and Passive Control

Diederik Ryckaert

Supervisor(s): Mia Loccufier, Frits Petit

Abstract— **This article explaines how a passive tuned mass damper (TMD) can be designed to control building vibrations under seismic loading. Its effectiveness is tested by numerical simulations in Matlab and by experiments on a two-story model.**

Keywords— **TMD, natural frequency, modal analysis, vibration, experiment**

I. Introduction

BUILDINGS located in regions with seismic activity can be exposed to major base excitation, causing them to shake. There are some possibilities to control the vibration in a building. First, in the development stage, the building's characteristics such as mass, stiffness and damping can be adjusted. If the building already exists, the vibrations can be controlled by placing a tuned mass damper on its top floor. This TMD can be passive or active. A passive damper only responds to the excitation in the way it is designed, while the response of the active version is regulated to improve effectiveness. This study deals with the passive TMD.

II. Mathematical model

A n-story symmetric-plan building can be modelled as a mass-spring-damper-system [1] (figure 1). It's a multi-degree-of-freedom (MDOF) main system. The mass is concentrated at

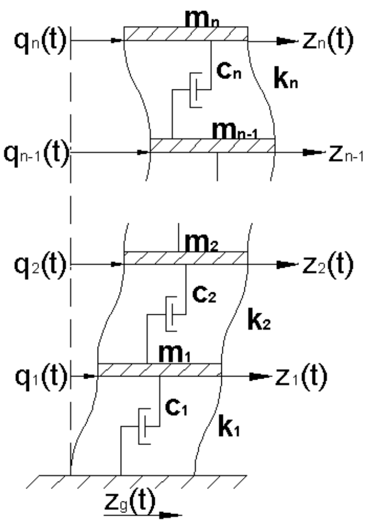


Fig. 1. Building analogy with mass-spring-damper-system

the floor levels and the columns and walls act as a spring, which allows the floors to move relatively to each other. The building materials contain a certain inherent damping. It's assumed that the excitation is a translational ground motion in the direction of the symmetrical axis of the building.. In this case the system has n degrees of freedom in this same direction. If $q_i(t)$ is the displacement of the i-th floor, relative to the ground displacement $z_g(t)$, the equations of motion are given by:

$$M\,\ddot{q} + C\,\dot{q} + K\,q = f(t) = -M\,u\,\ddot{z}_g(t) \tag{1}$$

where M $\in R^{n\times n}$ is the mass matrix, C $\in R^{n\times n}$ the damping matrix, K $\in R^{n\times n}$ the stiffness matrix and u $\in R^{n\times 1}$ a unity vector. The equations of motion of each floor are coupled by C and K. They can be decoupled by modal analysis. The n natural frequencies ω_i of the building and its modal shape vectors e_i are obtained from:

$$det(K - M\,\omega^2) = 0;\ (K - M\,\omega_i^2)\,e_i = 0;\ e_i'\,M\,e_i = 1 \tag{2}$$

for $i = 1\ldots n$. When the natural frequencies correspond to high frequency contents of the earthquake, the building gets into resonance. Generally, the first mode is most excitated. Therefore the TMD is placed on top of the building, where the displacement is biggest, in order to restrain the primary vibration mode. We use modal analysis to reduce the MDOF main system to a single-degree-of-freedom (SDOF) system, with the modal parameters of the first mode. The TMD is the auxiliary system, which adds a supplementary degree of freedom to the main system.

III. TMD design

Closed-form expressions for optimal TMD parameters [2] were obtained by Den Hartog for a single-degree-of-freedom main system without inherent damping under harmonic main mass loading. The SDOF-system's parameters are its mass m, stiffness k and damping c, or in dimensionless form $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ and $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{k\,m}}$. The TMD parameters can be written in the same way, with index a: m_a, k_a, c_a, ω_a and ζ_a. The optimal TMD parameters under harmonic base excitation are [3]:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{1+\mu}\sqrt{\frac{2-\mu}{2}} \tag{3}$$

$$\zeta_{a,opt} = \sqrt{\frac{3\,\mu}{8(1+\mu)}}\sqrt{\frac{2}{2-\mu}} \tag{4}$$

$\mu = \frac{m_a}{m}$ is the mass ratio and $\alpha = \frac{\omega_a}{\omega_0}$ is the frequency ratio. These expressions can be applied for a MDOF-structure if the modal mass $M_i = e_i'\,M\,e_i$ is obtained from the modal shape vector, normalized with respect to its element corresponding to the TMD location [3]. The mass ratio becomes $\mu = \frac{m_a}{M_i}$. Since a building has some inherent damping, the closed-form expressions are no longer valid and the parameters must be tuned numerically. However, this damping is low and the expressions are still good start values.

IV. Implementation of a TMD

A. Experimental verification

Figure 2 shows the two-story frame with on top a TMD, based on the rail and bogie of a miniature train. The characteristics of the frame were obtained theoretically and by experiments with a sweep-signal. This is a sinusoidal signal with constant amplitude and increasing frequency. The real natural frequencies are a litte lower than the theoretical values, because of the hypothesis that the connection between the bars and the floors is perfectly rigid: $\omega_{1,theory} = 2.75\,Hz$ and $\omega_{1,measured} = 2.27\,Hz$ The

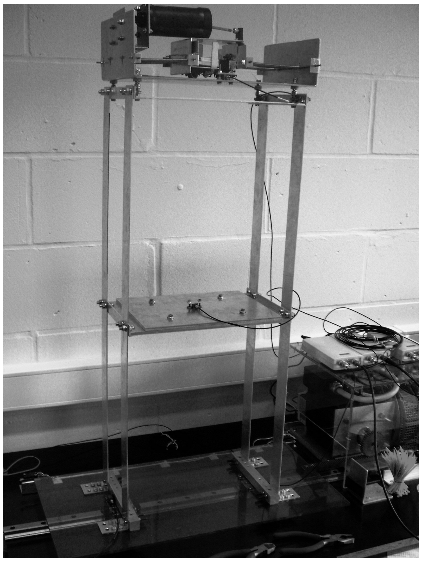


Fig. 2. Two-story frame with TMD on top

TMD is designed for $\omega_{1,measured}$ with (3) and (4). Two possible configurations are shown in table I. To predict the response of

configuration	k_a [N/m]	m_a [kg]	c_a [N s/m]
K40	40	0.247	1.156
K60	60	0.438	2.479

TABLE I
TMD configurations

the frame, the damping value must be known. This is the most unreliable parameter, in the framework as wel as in de TMD. The damping in the framework could not be obtained correctly, so an estimation had to be made. The optimal damping value for the TMD is very low, therefore the adjustable damper is set to its lowest value.

B. TMD performance

The two configurations have been tested for the sweep-signal. The effectiveness is evaluated by comparing the maximum measured accelerations of the floors. Hence K60 has more mass, this configuration performs better. Tuning learns that the results even improve when the stiffness is doubled (configuration S120 with $k_a = 120\,[N/m]$). The evaluation of these configurations by the theoretical model shows the same trend. Now they are tested for time-history earthquake signals (El Centro and Big Bear). Figure 3 shows how K60 reduces the frequency contents of the response of the first floor. Numerical tuning for El Centro

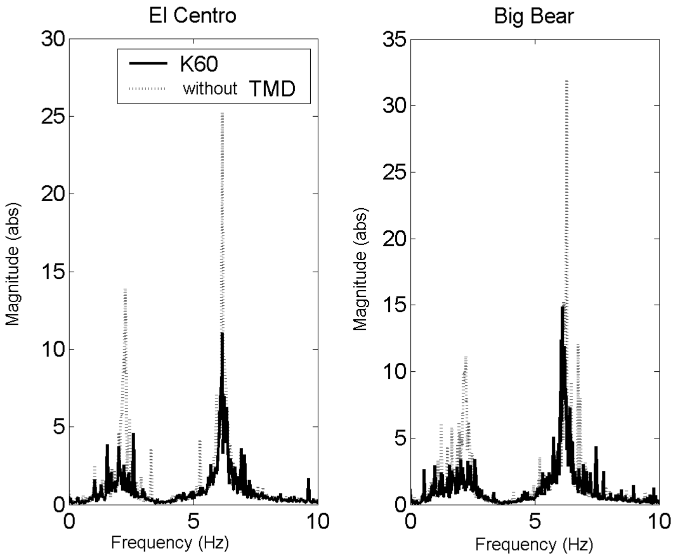


Fig. 3. Frequency contents - first floor response

shows that $\alpha_{optimal} = 1.1651$ or $k_{a,optimal} = 120,9\,[N/m]$. This is configuration S120. The performance of K60 and S120 for El Centro are evaluated in table II. Configuration S120 performs best.

	measured		theory	
configuration	floor 1	floor 2	floor 1	floor 2
without TMD	2.99	3.24	10.82	11.26
K60	2.44	2.14	8.42	9.44
S120	2.19	1.89	7.79	8.44

TABLE II
Acceleration response $[m/s^2]$ evaluated for the configurations

V. Conclusion

As the results show, a TMD can be applied to restrain the framework vibrations. The theoretical optimal configuration is succesfully verified by the tests. A more durable device can be suggested to replace this simple prototype in the future.

References

[1] Anil K. Chopra, *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, 2nd edition, 2001.

[2] F. Everett Reed, *Dynamic Vibration Absorbers and Auxiliary Mass Dampers*, Harris' Shock and Vibration Handbook - Chapter 6, McGraw-Hill, 2002

[3] Rahul Rana and T. T. Soong *Parametric study and simplified design of tuned mass dampers*, Engineering Structures, Vol.20, No.3, p.193-204, 1998

Inhoudsopgave

Nomenclatuur

SDOF	single degree of freedom	
MDOF	multiple degree of freedom	
TMD	tuned mass damper	
MTMD	multiple tuned mass damper	
DTMD	double tuned mass damper	
x_{opt}	optimale parameter x	var
x_{max}	maximum van variabele x	var
$\dot{X}$	eerste tijdsafgeleide van verplaatsing X	m/s
$\ddot{X}$	tweede tijdsafgeleide van verplaatsing X	m/s^2
$X(s)$	Laplacegetransformeerde van X(t)	–
$det(X)$	determinant van matrix X	–
$diag(X)$	diagonaalelementen van matrix X	–
X'	getransponeerde van matrix X	–
$a_{1,2}$	evenredigheidscoëffiënten	–
α	frequentieverhouding	–
$\alpha_{A,V,D}$	vergrotingsfactor in het DVA-spectrum	–
A,	pseudoversnelling	m/s^2
A, B, C, D	matrices die het toestandsmodel definiëren	var
β	frequentieverhouding	–
β_a	frequentieverhouding	–
β_1, β_2	frequentieverhouding bij de vaste punten	–
c_i	dempingsconstante van verdieping i	N s/m
c_a	dempingsconstante van een TMD	N s/m
C	dempingsmatrix van het systeem	N s/m

C_{alt}	alternatieve dempingsmatrix	N s/m
C_p	hoofddempingsmatrix	N s/m
CP	vereenvoudigde hoofddempingsmatrix	N s/m
δ_{st}	statische deflectie	m
D	piekwaarde van de vervorming	m
D_i	getransformeerde hoofdcoördinaat	m
E	modale matrix	–
e_i	vormvector bij mode i	–
E_y	elasticiteitsmodulus van Young	N/m^2
$f(t)$	excitatiekracht	N
f_{S0}	equivalente statische kracht	N
F	trillingsamplitude van de excitatie	m
γ_{prop}	evenredigheidsfactor tussen C en K	–
$\gamma_{m,\alpha,\zeta}$	tuningsfactoren	–
$G(s)$	overdrachtsmatrix	–
h	hoogte	m
i	index	–
I	eenheidsmatrix	–
$I_{x,y}$	traagheidsmoment om as x,y	m^4
$\jmath$	complexe eenheid: $\jmath^2 = (-1)$	–
k_i	stijfheidsconstante van verdieping i.	N/m
k_a	stijfheidsconstante van een TMD	N/m
k_θ	torsiestijfheid	N m
$k_{x,y}$	veerconstante in richting x,y	N/m
K	stijfheidsmatrix van het systeem	N/m
$\hat{K}$	stijfheidsmatrix in het toestandsmodel	var
K_p	hoofdstijfheidsmatrix	N/m
m_i	massa van vloerplaat i	kg
m_a	massa van een TMD	kg
m_{eq}	equivalente massa	kg
m_{gebouw}	totale massa van het gebouw	kg
μ	massaverhouding	–
μ_i	modale participatiefactor van mode i	–
M_x	moment om de X-as	N m

M	massamatrix van het systeem	kg
$\hat{M}$	massamatrix in het toestandsmodel	var
M_p	hoofdmassamatrix	kg
n	dimensie van het systeem, aantal vrijheidsgraden	–
N_{cr}	kritische knikbelasting volgens Euler	N
$p_i(t)$	hoofdcoördinaat bij mode i	m
p	positie van de demper	–
$q_i(t)$	relatieve verplaatsing van een vrijheidsgraad: $q_i(t)$=$z_i(t)$-$z_g(t)$	m
σ	buigspanning	N/m^2
T_n	natuurlijke periode van een SDOF-systeem	s
$T_{a,b,c,d,e,f}$	karakteristieke periode in het DVA-spectrum	s
u	eenheidskolomvector met dimensie n	–
u_{g0}	piekwaarde van de grondverplaatsing	N s/m
V	pseudosnelheid	m/s
ω_n	natuurlijke frequentie van een SDOF-systeem	rad/s
ω_i	eigenfrequentie van mode i in een MDOF-systeem	rad/s
ω_a	natuurlijke frequentie van de TMD	rad/s
ω	trillingsfrequentie van een harmonische excitatie	rad/s
ω_0	natuurlijke frequentie van een SDOF-systeem	rad/s
Δ_ω	frequentiële bandbreedte	rad/s
δ_ω	frequentiële spatiëring	rad/s
$x(t)$	toestandsvector	var
x_0	trillingsamplitude van de excitatie	m
x_r	trillingsamplitude van het systeem	m
y	afstand tot de neutrale vezel	m
$y(t)$	uitgang van het toestandsmodel	var
$z_i(t)$	absolute verplaatsing van een vrijheidsgraad	m
$z_g(t)$	absolute verplaatsing van de grond, fundering	m
ζ	dempingsverhouding van een SDOF-systeem	–
ζ_i	dempingsverhouding van mode i in een SDOF-systeem	–
ζ_i	dempingsverhouding van de TMD	–
ζ_D	dempingsverhouding van de elementen in een MTMD	–

Hoofdstuk 1

Inleiding

De grillen van de natuur zijn sinds mensenheugenis gekend en al even lang tracht de mensheid ze te begrijpen en zich er tegen te wapenen. De vernietigende kracht van aardbevingen valt onder deze noemer. Aardbevingen ontstaan door het verschuiven langs zogenaamde breuklijnen van de verschillende platen waaruit de aardkorst is samengesteld. Bij het verschuiven ondervinden de platen weerstand, waardoor een spanning wordt opgebouwd. Eens deze spanning te groot wordt, zullen de platen plots verschuiven waardoor veel energie vrij komt: er onstaan schokgolven vanuit het hypocentrum, die zich kilometers ver kunnen voortplanten.

Probleemstelling en doelstelling

Indien een gebouw geplaatst wordt in een gebied met seismische activiteit moeten er speciale voorzorgen genomen worden tijdens het ontwerp en de constructie. Het gebouw moet stand houden bij lichte aardschokken. De trillingen van een gebouw ten gevolge van aardschokken worden onder controle gehouden met behulp van verschillende technieken. De massa, de stijfheid, de demping en de vormgeving kunnen aangepast worden, maar ook passieve en actieve tegenwerkende krachten kunnen aangewend worden.

Binnen dit onderwerp wordt de stand van de techniek bekeken om passieve tegenwerkende krachten te genereren door toevoeging van massa-veer-dempersystemen die op het gepaste moment een deel van de trillingsenergie absorberen en aldus de schade beperken. Dergelijk toegevoegd hulpsysteem is een „tuned mass damper” (TMD). Dit werk omvat een literatuurstudie, het opstellen van vergelijkingscriteria en een simulatie binnen Matlab. De beste technieken worden geïmplementeerd en uitgetest op een schaalmodel in het labo.

Hoofdstuk 2

Theoretische basis

Dit hoofdstuk geeft een overzicht van enkele basisconcepten die essentieel zijn om tot trillingsanalyse en -controle te kunnen overgaan. De theorie is gebaseerd op [2] en [8].

2.1 Model van een gebouw

Een gebouw bestaat, in vereenvoudigde vorm, uit een aantal vloerplaten die door middel van wanden en/of kolommen ondersteund worden. Door de relatief lage buigstijfheid van de ondersteunende elementen, kunnen de vloerplaten ten opzichte van elkaar bewegen. Dergelijke vereenvoudiging leent zich tot een analogie met het massa-veer-dempersysteem uit de trillingsleer. Doorgaans zorgen hoofdzakelijk de vloerplaten voor de massa m_i en de „massaloze" ondersteunende elementen worden als veren gemodelleerd waarbij de veerconstante k_i evenredig is met de buigstijfheid. Het gebouw bezit ook een zekere demping c_i. Voor courante bouwmaterialen is deze dempingsfactor eerder beperkt, maar ze zorgt ervoor dat het gebouw niet oneindig lang blijft trillen nadat een dynamische belasting is opgetreden. Het systeem wordt verondersteld lineair elastisch te zijn. Dit houdt in dat de veerkracht evenredig is met de verplaatsing, de dempingskracht met de snelheid en de ineriekracht met de versnelling. De som van deze drie krachten is op elk tijdstip t gelijk aan de kracht ten gevolge van de excitatie.

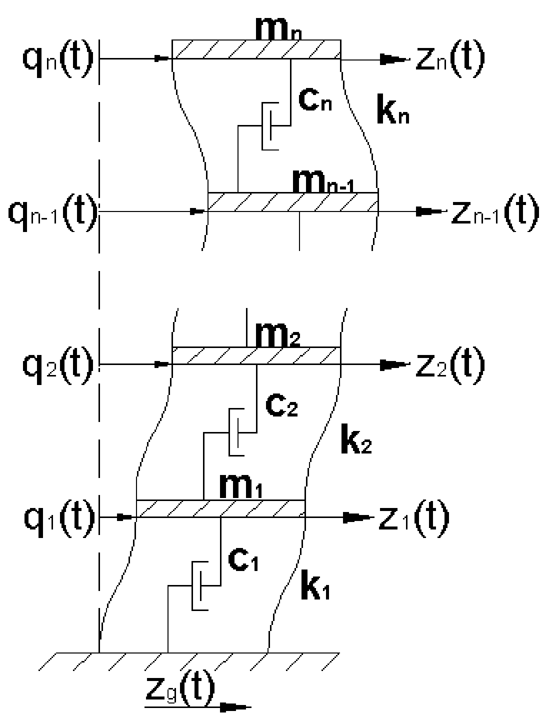
2.1.1 Bewegingsvergelijking

De responsie van een gebouw op een excitatie hangt zowel af van de aard van de excitatie als van de karakteristieken van het gebouw. Een aardbeving bestaat uit een combinatie van longitudinale en transversale golven waardoor de funderingsgrond door elkaar geschud wordt. De grondbeweging wordt ondersteld „onafhankelijk te zijn van de structurele responsie", met andere woorden stelt men dat de funderingsgrond star is, dan zal de responsie de excitatie niet beïnvloeden. Specifiek worden volgende bewegingen aangehaald:

- translatie van de grond
- rotatie van de grond (om een as in het horizontale vlak)
- rotatie van de grond om de verticale as: torsie

Voor dit werk wordt aangenomen dat de vloerplaten van het gebouw enkel in hun horizontaal vlak bewegen, men spreekt van „planar systems". In het meest algemene geval heeft elke vloerplaat in haar massamiddelpunt drie vrijheidsgraden: twee translatiebewegingen in het vlak en een rotatiebeweging om de verticale as. Indien het grondplan van de ondersteunende elementen dubbelsymmetrisch is opgebouwd, zal een grondtranslatie volgens één van de symmetrieassen het gebouw enkel laten bewegen in dezelfde richting en het gebouw zal slechts een torsiebeweging maken als de grondbeweging van dezelfde aard is. Bij afwezigheid van symmetrie in een richting zorgt een laterale grondbeweging in deze richting ook voor een torsiebeweging in het gebouw.

Beschouw een gebouw met n verdiepingen, volgens een symmetrisch grondplan, waarvan de ondergrond wordt onderworpen aan een translatiebeweging in de richting van de symmetrieas (figuur 2.1). Er zijn dus n vrijheidsgraden. Vloerplaat i ondergaat een absolute verplaatsing



Figuur 2.1: Modellering van het gebouw

$z_i(t)$ bestaande uit de grondverplaatsing $z_g(t)$ en de relatieve verplaatsing $q_i(t)$ welke als veralgemeende coördinaat wordt gekozen, relatief ten op zichte van de grondverplaatsing. Voor iedere vloerplaat kan met behulp van de tweede wet van Newton het translatie-evenwicht uitgeschreven worden. De onderste vloerplaat heeft index 1, de bovenste index n.

$$m_i\,\ddot{z}_i = -k_i\,(z_i - z_{i-1}) - k_{i+1}\,(z_i - z_{i+1}) - c_i\,(\dot{z}_i - \dot{z}_{i-1}) - c_{i+1}\,(\dot{z}_i - \dot{z}_{i+1})\ ,\ i = 1\ldots(n-1)$$
$$m_n\,\ddot{z}_n = -k_n\,(z_n - z_{n-1}) - c_n\,(\dot{z}_n - \dot{z}_{n-1})$$

In functie van de veralgemeende coördinaten wordt dit:

$$m_1\,\ddot{q}_1 + k_1\,q_1 + k_2\,(q_1 - q_2) + c_1\,\dot{q}_1 + c_2\,(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) = -m_1\,\ddot{z}_g(t)$$

voor $i = 2\ldots(n-1)$:

$$m_i\,\ddot{q}_i + k_i\,(q_i - q_{i-1}) + k_{i+1}\,(q_i - q_{i+1}) + c_i\,(\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}) + c_{i+1}\,(\dot{q}_i - \dot{q}_{i+1}) = -m_i\,\ddot{z}_g(t)$$
$$m_n\,\ddot{q}_n + k_n\,(q_n - q_{n-1}) + c_n\,(\dot{q}_n - \dot{q}_{n-1}) = -m_n\,\ddot{z}_g(t)$$

In compacte vorm schrijven we:

$$M\,\ddot{q} + C\,\dot{q} + K\,q = f(t) \tag{2.1a}$$
$$f(t) = -M\,u\,\ddot{z}_g(t) \tag{2.1b}$$

met M de diagonale massamatrix, C de dempingsmatrix, K de stijfheidsmatrix, beide tridiagonaal, en u een eenheidskolomvector. u is een invloedsvector die de verplaatsing voorstelt van de vrijheidsgraden onder een statische belasting die overeenstemt met een grondbeweging (translatie, rotatie) gelijk aan de eenheid. De bewegingsvergelijkingen in (2.1a) zijn aan elkaar gekoppeld door K en C.

2.1.2 Eigenschappen van het gebouw

Met de basisgegevens (M, C, K) kunnen een aantal interessante eigenschappen van het gebouw bekeken worden. De modale matrix E (genormaliseerde eigenvectoren) en de eigenwaarden van het systeem voldoen aan volgende betrekkingen:

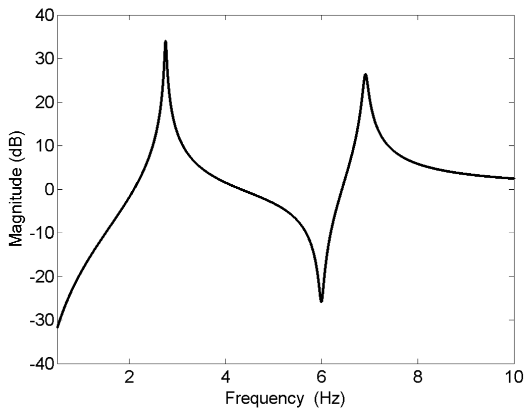
$$\begin{gathered} det(K - M\omega^2) = 0 \\ (K - M\omega_i^2)\,e_i = 0\ ,\ i = 1\ldots n \\ e_i'\,M\,e_i = 1 \\ E = \begin{bmatrix} e_1 & \ldots & e_n \end{bmatrix} \end{gathered} \tag{2.2}$$

Hiermee zijn de trillingsvormen e_i en eigenfrequenties ω_i van de verschillende trillingsmodes bekend. Deze trillingsvormen, ook wel vormvectoren genoemd, geven aan hoe de amplitudes van de trillingen van de verschillende vloerplaten zich ten opzichte van elkaar verhouden als het systeem trilt in de bijhorende eigenfrequentie.

Door de modelvergelijking (2.1a) te onderwerpen aan de Laplace-transformatie vindt men in de frequentieruimte volgend verband tussen de veralgemeende coördinaten en de excitatie:

$$q(s) = G(s)\, f(s)$$
$$G(s) = \left[Ms^2 + Cs + K\right]^{-1}$$

G(s) wordt de overdrachtsmatrix genoemd. Rekening houdend met (2.1b) volgt uit $G(s)\,(-M)\,u$ een kolomvector met de transferfuncties van elke vloerplaat. Een transferfunctie kan grafisch voorgesteld worden in een bodediagram. Hierbij wordt uitgegaan van een sinusoïdale excitatie ($f_0\ \sin(\omega\, t)$), zodat in de overdrachtsmatrix s gesubstitueerd wordt door $\jmath\,\omega$. $G(\jmath\,\omega)$ is complex en wordt de frequentieresponsie genoemd. Per vloerplaat is nu een complexe transerfunctie beschikbaar, waarvan de absolute waarde en het argument kan getekend worden in functie van $\omega = 0\ldots+\infty$. Beide figuren zijn bodediagramma: $|G(\jmath\,\omega)|$ is de dynamische versterking van de trillingsamplitude en $arg(G(\jmath\,\omega))$ toont het verloop van de fase. De bodediagramma die verder in dit werk zullen gebruikt worden zijn deze die de amplitudeversterking tonen. Deze diagram leveren eveneens informatie op over de eigenfrequenties van het gebouw. Bij elke eigenfequentie vertoont het diagram een piek. De fysische betekenis van deze piek is dat, als het systeem trilt aan de overeenstemmende eigenfrequentie, de amplitude van de uitwijking sterk zal toenemen en het systeem in resonantie treedt. Figuur 2.2 toont zulk bodediagram.



Figuur 2.2: Voorbeeld bodediagram amplitudeversterking

Vooral de lagere eigenfrequenties van het gebouw tekenen zich duidelijk af op de figuur, door demping komen de hogere modes minder tot uiting. Deze frequenties dienen vergeleken te worden met de frequentie-inhoud van de aardbeving.

2.1.3 Toestandsmodel van het systeem

Om het gedrag van het gebouw onder invloed van een aardbeving te simuleren, kan handig gebruik gemaakt worden van een toestandsmodel. Hierbij vertrekt men van (2.1a) en wordt een toestandsvector $x(t)$ gedefinieerd:

$$x(t) \triangleq \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

zodat volgende toestandsvorm geldt:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \dot{x} + \begin{bmatrix} 0 & K \\ K & C \end{bmatrix} x &= \begin{bmatrix} 0 \\ f(t) \end{bmatrix} \\ \hat{M}\,\dot{x} + \hat{K}\,x &= \hat{f}(t) \\ \dot{x} &= -\hat{M}^{-1}\hat{K}\,x + \hat{M}^{-1}\,\hat{f}(t) \end{aligned} \tag{2.4}$$

Rekening houdend met (2.1b) kan dit herschreven worden naar:

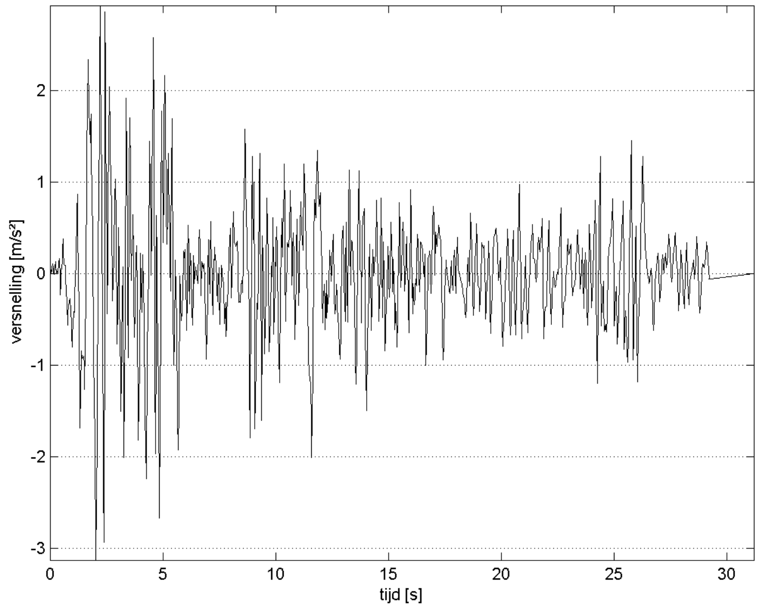
$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\hat{M}^{-1}\hat{K}\,x + \begin{bmatrix} 0 \\ -u \end{bmatrix} \ddot{z}_g(t) &&= A\,x + B\,\ddot{z}_g(t) \\ y &= I\,x &&= C\,x + D\,\ddot{z}_g(t) \end{aligned} \tag{2.5}$$

In (2.5) werd voor de uitgang y elk element uit de toestandsvector gekozen. Indien men enkel de verplaatsingen wenst te kennen, kan dit door de (2n x 2n)-eenheidsmatrix te vervangen door een (n x 2n)-matrix met diagonaalelementen gelijk aan 1. Het $[A, B, C, D]$-model ziet er als volgt uit:

$$A = -\hat{M}^{-1}\hat{K}; \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -u \end{bmatrix}; \qquad C = I; \qquad D = 0 \tag{2.6}$$

2.2 Beschrijving van een aardbeving

Zoals blijkt uit (2.1b) is het tijdsignaal dat de grondversnelling beschrijft voldoende om de aardbeving te definiëren en zo dankzij de modelvergelijking de responsie te achterhalen. Opmeten van dergelijke signalen gebeurt bijvoorbeeld met een „strong-motion accelerograph”. Het is zinloos om continu metingen uit te voeren omdat zelfs in gebieden met seismische activiteit er lange periodes zijn waarin geen bevingen optreden. De meettoestellen worden geactiveerd door de eerste golven van de beving en de registratie zal ophouden eens de grondbeweging onder een bepaalde waarde zakt. De meting gebeurt discreet, het sample-interval moet daarom voldoende klein gekozen worden zodat het onregelmatig karakter van de excitatie goed kan beschreven worden. Figuur 2.3 geeft een voorbeeld van een geregistreerde aardbeving.



Figuur 2.3: Grondversnelling El Centro

2.2.1 Response spectrum

Eens het tijdsignaal van de excitatie gekend is, hangt de responsie van een systeem met één vrijheidsgraad (SDOF) enkel af van haar natuurlijke frequentie ω_n en haar dempingsverhouding ζ:

$$m\,\ddot{q}(t) + c\,\dot{q}(t) + k\,q(t) = -m\,\ddot{z}_g(t)$$

$$\ddot{q}(t) + 2\,\zeta\,\omega_n\,\dot{q}(t) + \omega_n^2\,q(t) = -\ddot{z}_g(t)$$

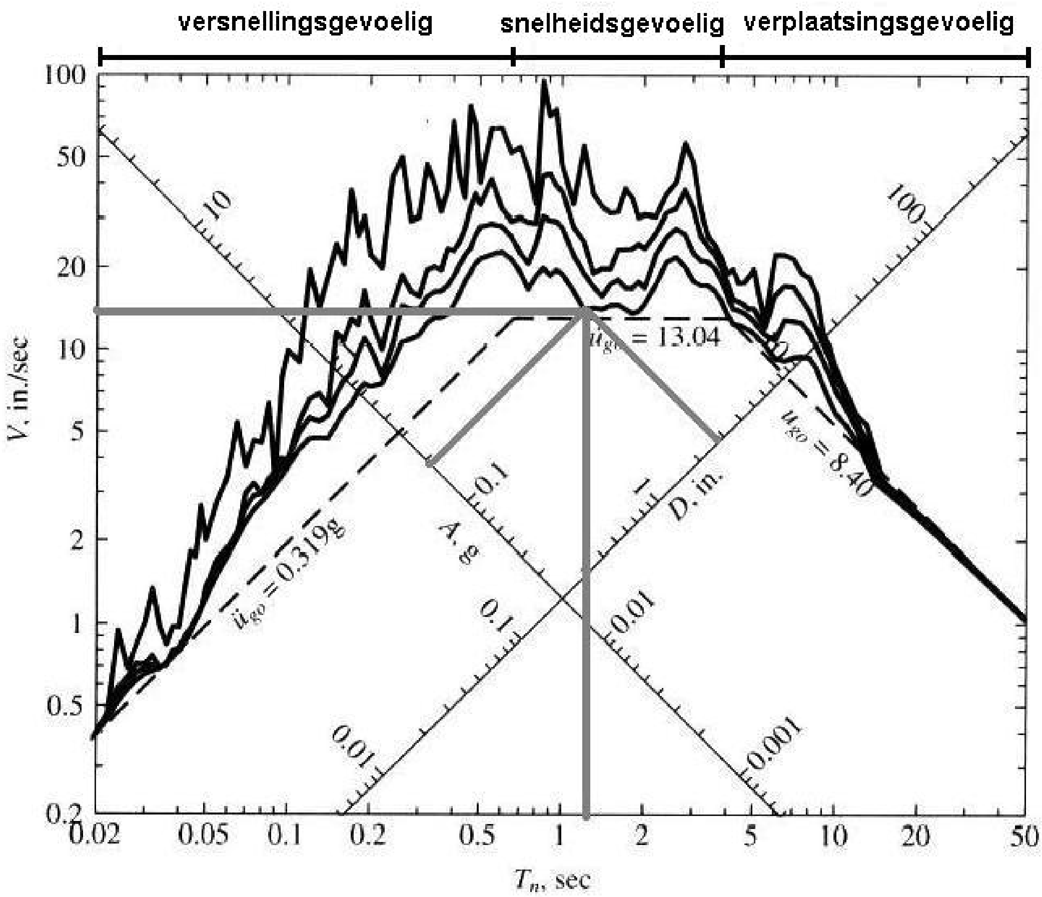
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}\,[rad/s] \qquad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{k\,m}}\,[-]$$

Het „response spectrum" is een grafische voorstelling van de piekwaarde van een responsieparameter in functie van de natuurlijke periode $T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$ voor een zekere waarde van de demping. De responsieparameters zijn de vervorming, de relatieve snelheid of de versnelling. Twee bijzondere parameters zijn de pseudosnelheid V en pseudoversnelling A. Met D de piekwaarde van de vervorming worden ze als volgt gedefinieerd:

$$V = \omega_n\,D \tag{2.7}$$

$$A = \omega_n^2\,D \tag{2.8}$$

Ze hebben dezelfde eenheid als snelheid en versnelling, maar vinden hun oorsprong elders. De pseudosnelheid is gerelateerd aan de piekwaarde van de rekenergie die tijdens de aardbeving in een SDOF-systeem wordt opgeslagen: $\frac{mV^2}{2}$. De pseudoversnelling staat in verband met de piekwaarde van de equivalente statische kracht $f_s = m\,A$ in een SDOF-systeem. De vervormings-, pseudosnelheids-, en pseudo-acceleratiespectra bevatten in principe voor een bepaalde grondbeweging dezelfde informatie. Ze kunnen samen voorgesteld worden voor verschillende dempingsverhoudingen in een D-V-A-spectrum (figuur 2.4). Dit heeft het grote voordeel dat voor een bepaalde eigenperiode en dempingsverhouding snel de piekwaarde van de vervorming, de rekenergie en de equivalente statische kracht kan bepaald worden, zoals geïllustreerd wordt aan de hand van de grijze lijnen: $T = 1.2\,s$, $\zeta = 0.1$, $D = 3\,in.$, $V = 14\,in./s$ en $A = 0.2\,g$. Het buitenste responsiespectrum is het minst gedempt en naarmate de demping toeneemt, wordt het spectrum vlakker.



Figuur 2.4: D-V-A responsie voor El Centro, ($\zeta = 0, 0.02, 0.05, 0.1$) [2]

In figuur (2.4) zijn eveneens de piekwaarde van de grondverplaatsing u_{g0}, de grondsnelheid $\dot{u}_{g0}$ en de grondversnelling $\ddot{u}_{g0}$ getekend in streeplijn.

In het spectrum kunnen volgende eigenschappen waargenomen worden:

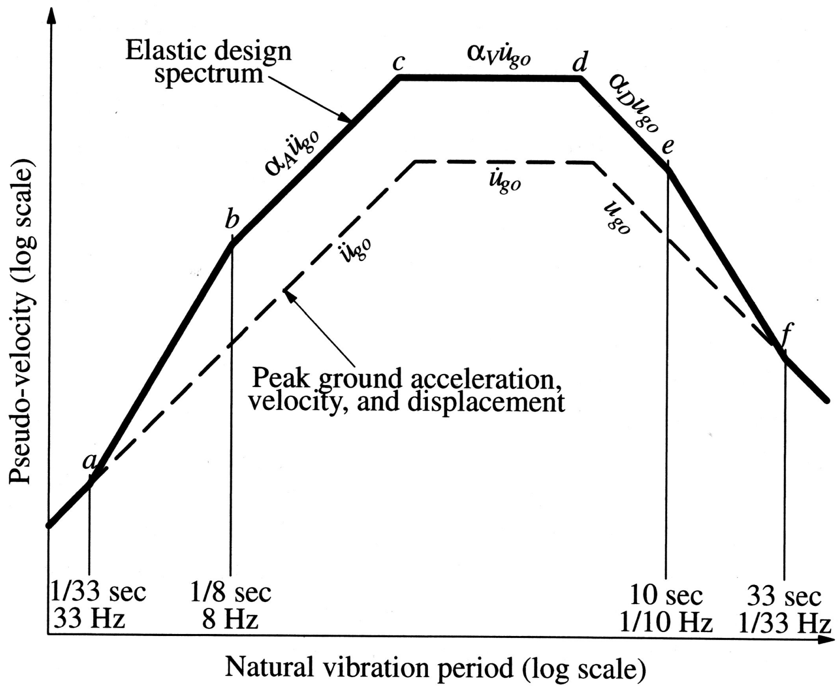
- Het spectrum kan verdeeld worden in drie spectrale gebieden, naargelang de responsie beter gerelateerd is aan één van de drie parameters: het versnellingsgevoelige gebied links, het snelheidsgevoelige gebied centraal en het verplaatsingsgevoelige gebied rechts.
- In het snelheidsgevoelige gebied overschrijdt V de piekwaarde van de grondsnelheid $\dot{u}_{g0}$, benaderend met een constante waarde. De vergrotingsfactor is enkel afhankelijk van de demping ζ.
- In het versnellingsgevoelige gebied nadert A naar de piekwaarde van de grondversnelling $\ddot{u}_{g0}$ voor erg kleine periodes. Wanneer de periode verder toeneemt, overschrijdt A $\ddot{u}_{g0}$, eerst met een toenemende factor afhankelijk van T_n en ζ, daarna met een constante factor enkel afhankelijk van ζ.
- Analoog overschrijdt D in het verplaatsingsgevoelige gebied de waarde van u_{g0}, eerst met een constante factor enkel afhankelijk van ζ, voor grotere periodes met een afnemende vergrotingsfactor afhankelijk van T_n en ζ en voor zeer grote periodes benadert D u_{g0}.

Het spectrum kan dus geschematiseerd worden door een set van rechte lijnen.

2.2.2 Elastic design spectrum

Het responsiespectrum is een geschikt ontwerpmiddel indien de excitatie op voorhand gekend is, wat in het geval van een aardbeving nooit het geval is. Het grillige karakter van dergelijk spectrum geldt enkel voor de specifieke beving. Het is onmogelijk om alle details van een responsiespectrum van een volgende beving te voorspellen.
Daarom stapt men over naar een designspectrum, opgebouwd uit een set van rechte lijnen. Dit design spectrum moet representatief zijn voor de voorgaande aardbevingen die in het gebied optraden. Voor een set van metingen kan opnieuw per meting de piekwaarden (vervorming, snelheid, versnelling) bepaald worden. De metingen worden genormeerd zodat ze dezelfde piekwaarde voor de versnelling hebben. De parameters u_{g0}, $\dot{u}_{g0}$ en $\ddot{u}_{g0}$ stellen nu het gemiddelde van de piekwaarden uit elke meting voor. Van elke genormeerde meting wordt het D-V-A-responsiespectrum bepaald. Bij een periode T_n vindt men nu evenveel spectra als waarnemingen.
Met behulp van statistische analyse kan voor elke periode de distributiefunctie van de spectrale ordinaat berekend worden. Voor een gekozen onderschrijdingsfrequentie vindt men op deze manier het elastisch designspectrum (figuur 2.5). Het wordt gekoppeld aan zes specifieke periodes die verband houden met de waarnemingen uit voorgaande paragraaf. Het spectrum bevat vier

vaste periodes: $T_a = 0.333\,s$, $T_b = 0.125\,s$, $T_e = 10\,s$ en $T_f = 33\,s$. Voor $T_n < T_a$ is $A = \ddot{u}_{g0}$ en voor $T_n > T_f$ is $D = u_{g0}$. In de gebieden waar A, V, of D groter zijn dan de gemiddelde versnelling, snelheid of verplaatsing, maar wel constant, wordt telkens een vergrotingsfactor gebruikt, respectievelijk α_A, α_V, α_D, die afhankelijk is van de demping en van de gekozen onderschrijdingsfrequentie. De snijpunten tussen deze drie rechten bepalen de ligging van T_c en T_d. Tot slot wordt er tussen T_a en T_b en tussen T_e en T_f geïnterpoleerd zodat het designspectrum volledig is.



Figuur 2.5: Constructie designspectrum [2]

Bij de simulaties in een verder hoofdstuk zal geen gebruik gemaakt worden van deze methode om een aardbeving te beschrijven omwille van haar complexiteit. Daar de simulaties aan de hand van het toestandsmodel gebeuren, wordt met het tijdsignaal van een geregistreerde aardbeving gewerkt..

2.3 Responsie van het systeem

Met behulp van de modale analyse kunnen de n gekoppelde bewegingsvergelijkingen (2.1a) ontkoppeld worden. Dit gebeurt door transformatie naar de hoofdcoördinaten $p_i(t)$, $i = 1...n$:

$$q = E\,p = \sum_{i=1}^{n} e_i\,p_i \tag{2.9}$$

zodat na substitutie in de modelvergelijking en na voorvermenigvuldigen met E' geldt:

$$\begin{aligned} E'\,M\,E\,\ddot{p} + E'\,C\,E\,\dot{p} + E'\,K\,E\,p &= E'\,f(t) \\ M_p\,\ddot{p} + C_p\,\dot{p} + K_p\,p &= -E'\,M\,u\,\ddot{z}_g(t) \end{aligned} \tag{2.10}$$

met M_p de hoofdmassamatrix, C_p de hoofddempingsmatrix en K_p de hoofdstijfheidsmatrix. In (2.9) wordt aangegeven dat de resulterende trilling een som is van de verschillende modi welke geëxciteerd worden. Indien de eigenvectoren genormeerd worden zoals in (2.2) is M_p een eenheidsmatrix en K_p een diagonaalmatrix bestaande uit de gekwadrateerde eigenfrequenties. Het systeem is doorgaands niet proportioneel gedempt: de hoofddempingsmatrix $C_p = E'\ C\ E$ is geen diagonaalmatrix. Hierdoor wordt de analyse veel complexer doordat de bewegingsvergelijkingen in (2.10) toch gekoppeld zijn. Om de analyse niet te bemoeilijken wordt de dempingsmatrix vervangen door een matrix die evenredig is met de stijfheidsmatrix zodat er wel van proportionele demping sprake is.

$$C = \gamma_{prop}\,K \tag{2.11}$$

Om deze manier geldt immers dat $C_p = \gamma_{prop}\,E'\,K\,E = \gamma_{prop}\,K_p$ een diagonaalmatrix is. De diagonaalelementen van C_p kunnen in volgende vorm geschreven worden: $2\,\zeta_i\,\omega_i$ met ζ_i de dempingsverhouding van mode i. Op deze manier vindt men n ontkoppelde vergelijkingen:

$$\ddot{p}_i + 2\,\zeta_i\,\omega_i\,\dot{p}_i + \omega_i^2\,p_i = -e_i'\,M\,u\,\ddot{z}_g(t) = -\mu_i\,\ddot{z}_g(t) \tag{2.12}$$

waarin μ_i de modale participatiefactor is, die aangeeft in welke mate mode i bijdraagt tot de responsie. Tot slot wordt volgende transformatie doorgevoerd:

$$p_i = \mu_i\,D_i \tag{2.13}$$

resulterend in een bewegingsvergelijking van een SDOF systeem met parameters ζ_i en ω_i:

$$\ddot{D}_i + 2\,\zeta_i\,\omega_i\,\dot{D}_i + \omega_i^2\,D_i = -\ddot{z}_g(t) \tag{2.14}$$

Het probleem is nu herleid tot een set van n ontkoppelde vergelijkingen waarvoor de oplossing analytisch gekend is:

$$D_i(t) = -\frac{1}{\omega_i\sqrt{1-\zeta_i^2}} \int_0^t \exp\left[-\zeta_i\,\omega_i\,(t-\theta)\right]\,\sin\left[\omega_i\sqrt{1-\zeta_i^2}\,(t-\theta)\right]\,\ddot{z}_g(\theta)\;\mathrm{d}\theta \tag{2.15}$$

Via (2.13) en (2.9) keert men terug naar de veralgemeende coördinaten.

Uit het model volgen de verplaatstingen van de verschillende verdiepingen, relatief ten opzichte van de grondbeweging. Het zijn echter de relatieve verplaatsingen van de vloerplaten onderling („interstory displacement"), die van belang zijn voor de krachtwerkingen in het gebouw. De sterktekarakteristieken van de bouwmaterialen bepalen de weerstandbiedende kracht van het gebouw. De maximale relatieve verplaatsing van de zwakste verdieping zou een geschikt vergelijkingscriterium kunnen zijn voor het implementeren van passieve controle. Voor dit werk zullen we ons concentreren op de grootste van alle maximale relatieve verplaatstingen van de verschillende vloerplaten.

Een tweede criterium is de maximale absolute versnelling waaraan het gebouw wordt onderworpen. Ze bepaalt de inertiekrachten, die door personen in het gebouw als hinderlijk kunnen ervaren worden.

Hoofdstuk 3

Passieve trillingscontrole

3.1 Inleiding

In een gebouw is de inherente demping verantwoordelijk voor de afname van trillingen die kunnen optreden ten gevolge van aardschokken en windbelasting. Dit gebouw wordt het hoofdsysteem genoemd. Door aan het hoofdsysteem een hulpmassa toe te voegen met behulp van veren en dempers tracht men de trillingsamplitude in dit hoofdsyteem te beheersen. Dergelijk hulpsysteem wordt een „tuned mass damper" (TMD) genoemd. De efficiëntie van een TMD

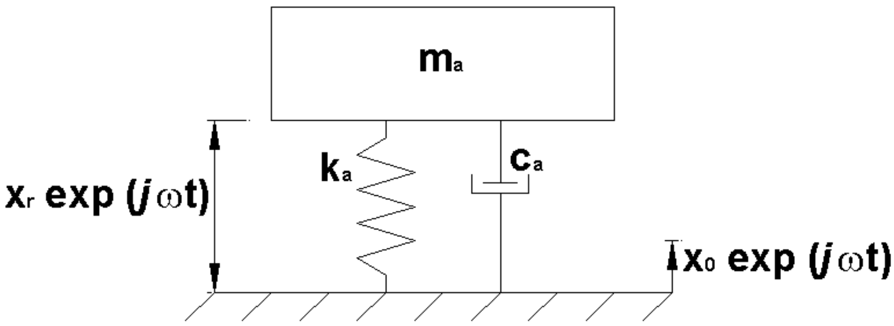
Figuur 3.1: Bolvormige TMD in het Taipei 101 gebouw (Taiwan) [16]

berust op volgend principe: de eigenfrequentie van de TMD wordt afgesteld in de buurt van een eigenfrequentie van het hoofdsysteem zodat de trillingsenergie door de TMD gedissipeerd wordt. Het is een passief hulpsysteem: eens geïnstalleerd ondergaat het de excitatie en beïnvloedt het de beweging van het hoofdsysteem door zijn constructieve parameters (massa, veerconstante en dempingsconstante). Men onderscheidt twee gevallen [12]. Indien de hulpmassa quasi ongedempt is, spreekt men van een dynamische absorber, ontwikkeld in 1909 door Frahm. Deze is van nut indien de excitatie een constante frequentie heeft. Indien er wel demping wordt toegevoegd spreekt men van een „auxiliary mass damper" en het is dit type dat in gebouwen wordt toegepast om aardschokken of windbelasting te compenseren en voortaan met „TMD" bedoeld wordt. Naargelang het aantal vrijheidsgraden van een systeem, spreekt men van een SDOF- of een MDOF-systeem (single/multiple degree of freedom). Deze benaming slaat telkens op het hoofdsysteem zonder het hulpsysteem.

3.2 Hoofdsystemen met één vrijheidsgraad (SDOF)

3.2.1 Wiskundige achtergrond

In [12] beschouwt men een fundering (figuur 3.2) die harmonisch trilt met een frequentie ω en amplitude x_0. Aan deze fundering is een massa m_a bevestigd door middel van een veer met



Figuur 3.2: Trillende fundering met TMD

stijfheid k_a en een demper met constante c_a. Deze hulpmassa trilt met dezelfde frequentie en amplitude x_r. Uit de bewegingsvergelijking

$$(-k_a\, x_r - c_a\, \jmath\, \omega\, x_r)\, \exp(\jmath\, \omega\, t) = -m_a\, (x_0 + x_r)\, \omega^2\, \exp(\jmath\, \omega\, t) \tag{3.1}$$

vindt men een verband tussen beide amplitudes. De kracht $F\, \exp(\jmath\, \omega\, t)$, die door de hulpmassa op de fundering wordt uigeoefend, is op het minteken na gelijk aan het linkerlid uit (3.1) zodat F enkel in functie van x_0 kan uitgedrukt worden. Vervolgens definieërt men de equivalente massa

m_{eq} die dezelfde kracht F uitoefent op de fundering, maar er star aan bevestigd is:

$$F = m_{eq}\,\omega^2\,x_0 \tag{3.2}$$

$$m_{eq} = \frac{k_a + \jmath\,c_a\,\omega}{k_a + \jmath\,c_a\,\omega - m_a\,\omega^2}\,m_a \tag{3.3}$$

Door transformatie kan deze uitdrukking dimensieloos gemaakt worden:

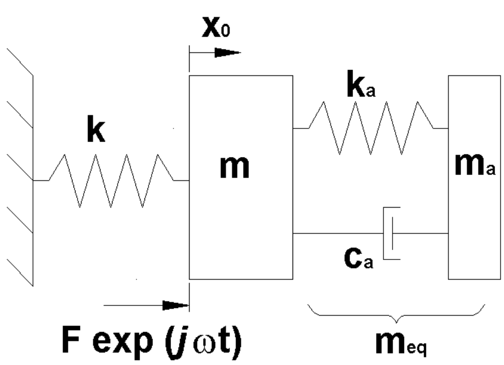
$$m_{eq} = \frac{1 + 2\,\zeta_a\,\beta_a\,\jmath}{(1-\beta_a^2) + 2\,\zeta_a\,\beta_a\,\jmath}\,m_a \tag{3.4}$$

waarin

$$\beta_a = \frac{\omega}{\omega_a}; \qquad \omega_a^2 = \frac{k_a}{m_a}; \qquad \zeta_a = \frac{c_a}{2\,\sqrt{k_a\,m_a}}$$

β_a is de frequentieverhouding, ω_a is de natuurlijke frequentie van het hulpsysteem en ζ_a is de dempingsverhouding. Indien $\zeta_a = 0$ en $\beta_a = 1$ wordt m_{eq} oneindig groot, zodat een eindige kracht geen verplaatsing zal veroorzaken (3.2): de hulpmassa dwingt een stilstaand punt af op de plaats waar hij bevestigd is. Van deze eigenschap wordt dankbaar gebruik gemaakt om trillingen in het hoofdsysteem te reduceren.

Een SDOF-systeem, bestaande uit een massa m bevestigd met een veer met constante k wordt onderworpen aan een harmonische kracht met amplitude F en frequentie ω (figuur 3.3). Uit



Figuur 3.3: SDOF-systeem met TMD

de bewegingsvergelijking

$$F\,\exp(\jmath\,\omega\,t) = k\,x_0\,\exp(\jmath\,\omega\,t) - m\,\omega^2\,x_0\,\exp(\jmath\,\omega\,t)$$

volgt dat de massa trilt met amplitude

$$x_0 = \frac{F/k}{1 - m\,\omega^2/k} \tag{3.5}$$

Door een TMD aan het systeem te bevestigen, zal de trillingsamplitude van het hoofdsysteem wijzigen. De nieuwe amplitude vindt men door m in (3.5) te substitueren door $m + m_{eq}$. Stelt men $\mu = \frac{m_a}{m}$ de massaverhouding, $\delta_{st} = F/k$ de statische deflectie en $\beta = \sqrt{m\,\omega^2/k} = \frac{\omega}{\omega_0}$ de verhouding van de dwingende frequentie tot de natuurlijke frequentie van het hoofdsysteem, dan bekomt men volgende dimensieloze uitdrukking:

$$\frac{x_0}{\delta_{st}} = \frac{(1-\beta_a^2) + 2\,\zeta_a\,\beta_a\,\jmath}{(1-\beta_a^2) + 2\,\zeta_a\,\beta_a\,\jmath - \beta^2\,[(1-\beta_a^2) + 2\,\zeta_a\,\beta_a\,\jmath + \mu\,(1 + 2\,\zeta_a\,\beta_a\,\jmath)]} \tag{3.6}$$

Vergelijking (3.6) is een transferfunctie. Zonder de fase te beschouwen vindt men voor de amplitude:

$$\frac{x_0}{\delta_{st}} = \left\{\frac{(1-\beta_a^2)^2 + (2\,\zeta_a\,\beta_a)^2}{[(1-\beta_a^2)(1-\beta^2) - \beta^2\,\mu]^2 + (2\,\zeta_a\,\beta_a)^2[1-\beta^2-\beta^2\,\mu]^2}\right\}^{1/2} \tag{3.7}$$

Opnieuw geldt voor $\zeta_a = 0$ en $\beta_a = 1$ dat $x_0 = 0$ zodat de trilling van het hoofdsysteem volledig wordt overgenomen door de TMD. Toevoegen van demping aan de hulpmassa zorgt voor een reductie van de trillingsamplitude van het hoofdsysteem over een breder frequentiegebied.

3.2.2 Optimalisatie

Het opzet is om de trillingsamplitude van het hoofdsysteem x_0 te minimaliseren. Om de optimale parameters van het hulpsysteem te achterhalen is het doeltreffend om ze uitsluitend te relateren aan de parameters van het hoofdsysteem. Daarom definieert men α als de verhouding van de natuurlijke frequentie van het hulpsysteem tot de natuurlijke frequentie van het hoofdsysteem: $\alpha = \frac{\omega_a}{\omega_0}$. (3.7) herleidt zich tot:

$$\frac{x_0}{\delta_{st}} = \left\{\frac{(\alpha^2-\beta^2)^2 + (2\,\zeta_a\,\alpha\,\beta)^2}{[(\alpha^2-\beta^2)(1-\beta^2) - \alpha^2\,\beta^2\,\mu]^2 + (2\,\zeta_a\,\alpha\,\beta)^2[1-\beta^2-\beta^2\,\mu]^2}\right\}^{1/2} \tag{3.8}$$

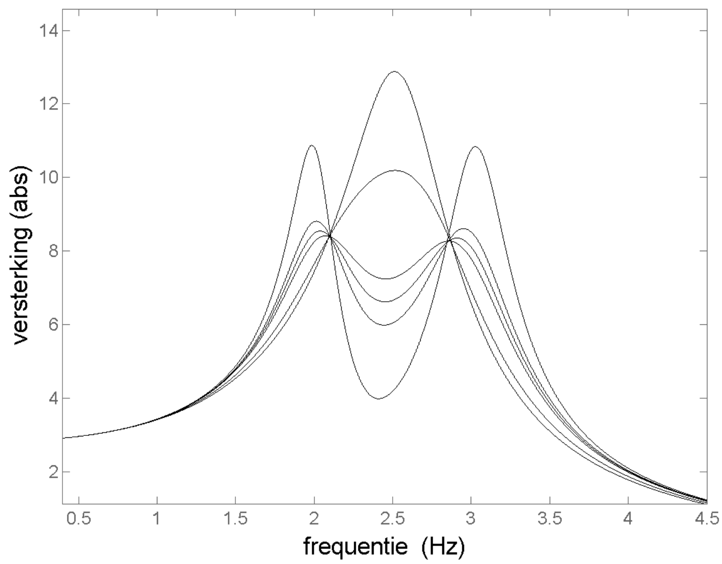
Eens de systeemparameters vastliggen, is β de enige variabele in (3.8). Voor verschillende waarden van ζ_a, bemerkt men dat alle curven elkaar snijden in twee vaste punten, die dus onafhankelijk zijn van ζ_a (figuur 3.4). De wiskundige uitdrukking voor hun positie volgt uit de voorwaarde dat de verhouding van de coëfficiënt van ζ_a^2 tot de ζ_a-onafhankelijke term in de teller als in de noemer dezelfde moet zijn. Volgende betrekking voldoet hieraan:

$$\beta^4(1 + \frac{\mu}{2}) - \beta^2(1 + \alpha^2(1+\mu)) + \alpha^2 = 0 \tag{3.9}$$

Deze vergelijking heeft twee oplossingen: $\beta_1^2 < 1$ en $\beta_2^2 > 1$. De trillingsamplitude die bij deze vaste punten hoort, volgt uit (3.8). De optimale waarde voor α is deze waarvoor de amplitude x_0 in de twee vaste punten gelijk is, zodat:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{1+\mu} \tag{3.10}$$

Voor de keuze van de dempingsparameter stelt men dat de trillingsamplitude in de vaste punten de grootste is die optreedt en dat een optimale demping er voor zorgt dat ook in een punt tussen



Figuur 3.4: Vaste punten bij ontwerp TMD

de twee vaste punten dezelfde amplitude bereikt wordt. Na substitutie van α_{opt} in (3.9) vindt men $\beta^2 = \frac{1}{1+\mu}(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2}{2+\mu}})$. Als tussenliggend punt kiest men de „locked frequency":

$$\beta_l^2 = \frac{1}{1+\mu} \tag{3.11}$$

De waarde voor $\frac{x_0}{\delta_{st}}$ in de vaste punten bedraagt $\sqrt{1+\frac{2}{\mu}}$. De optimale dempingsverhouding vindt men uiteindelijk door deze waarde samen met (3.10) en (3.11) in (3.8) te substitueren en op te lossen naar ζ_a:

$$\zeta_{a,opt} = \sqrt{\frac{\mu}{2(1+\mu)}} \tag{3.12}$$

Als alternatief voor $\zeta_{a,opt}$ suggereert Den Hartog om het gemiddelde te nemen van de twee waarden voor ζ^2 waarbij de trillingsamplitude telkens voor één van de vaste punten maximaal is:

$$\zeta_{a,opt} = \sqrt{\frac{3\,\mu}{8(1+\mu)}} \tag{3.13}$$

Zowel (3.10) als (3.13) staan enkel in functie van μ. De drie parameters die de TMD karakteriseren liggen vast nadat één gekozen werd. Meestal kiest men voor de massa m_a een bepaald percentage van de massa van het hoofdsysteem. De overige parameters zijn dan:

$$k_a = (\alpha_{opt}\,\omega_0)^2\,m_a \tag{3.14}$$

$$c_a = 2\,\zeta_{a,opt}\,(\alpha_{opt}\,\omega_0)\,m_a \tag{3.15}$$

Indien de excitatie niet aangrijpt op de massa van het hoofdsysteem, maar op de fundering, wordt iedere massa geëxciteerd en veranderen de uitdrukkingen voor de optimale parameters als volgt [11]:

$$\begin{aligned} \alpha_{opt} &= \frac{1}{1+\mu}\sqrt{\frac{2-\mu}{2}} \\ \zeta_{a,opt} &= \sqrt{\frac{3\,\mu}{8(1+\mu)}}\sqrt{\frac{2}{2-\mu}} \end{aligned} \tag{3.16}$$

Tot hiertoe werd in het hoofdsysteem geen demping beschouwd. De aanwezigheid van demping impliceert dat voor de optimale parameters van de TMD geen uitdrukkingen in gesloten vorm bestaan. De parameters moeten numeriek geoptimaliseerd worden. Een geschikt criterium hiervoor is het minimaliseren van de piekwaarde van de responsie. Aangezien gebouwen slechts over weinig inherente demping beschikken, zijn de uitdrukkingen in gesloten vorm geschikte startwaarden.

3.2.3 Detuning

Indien een dynamic absorber onderworpen wordt aan een frequentie die verschilt van deze waarvoor hij ontworpen is, zal zijn gedrag wijzigen. Onder de afstelfrequentie gedraagt hij zich als een toegevoegde massa met positieve waarde, boven de afstelfrequentie als een massa met negatieve waarde. Met negatieve waarde bedoelt men dat de absorber over te weinig massa beschikt om de trillingsfrequentie te bereiken.

Een analoog probleem treedt op als de TMD foutief wordt afgesteld. In [11] werd een parameterstudie uitgevoerd die het effect van detuning beschrijft, zowel bij harmonische excitatie van de basis als bij het tijdsverloop van geregistreerde aardbevingen. Hieruit blijkt dat bij harmonische excitatie een afwijking van α een groter effect heeft dan een afwijking van ζ_a, maar in beide gevallen neemt de piekwaarde van de responsie toe. Naarmate μ toeneemt, vermindert het effect van de afwijking.

Bij aardbevingen (tijdsverloop) is het effect van een TMD minder significant, in het bijzonder bij grote inherente demping. Toch leiden de ontwerpparameters afgeleid voor een ongedempt hoofdsysteem onder harmonische belasting tot behoorlijke resultaten. Naarmate μ en de inherente demping toenemen, wijken de werkelijke optimale parameters meer af van de theoretische. Het effect van detuning is minder uitgesproken. De responsie van de wortel der gemiddelde kwadraten volgt de tendens van de responsie onder harmonische analyse. De responsie van de piekwaarden vertoont veel minder overeenkomsten.

3.3 Hoofdsystemen met meerdere vrijheidsgraden (MDOF)

Door toevoeging van een TMD aan een systeem met meerdere vrijheidsgraden dalen de natuurlijke frequenties van het hoofdsysteem die onder de afgestelde eigenfrequentie ω_a van de TMD liggen en deze die hoger liggen, nemen toe. Dit komt doordat de TMD positieve, respectievelijk negatieve equivalente massa toevoegt. Deze equivalente massa is enkel groot bij frequenties in de buurt van ω_a, zodat de enkel de eigenfrequenties van het hoofdsysteem die het dichtst bij ω_a liggen sterk beïnvloed worden.

Met een TMD kan men inspelen op slechts één eigenfrequentie van het hoofdsysteem. Volgens de modale analyse tracht men dus een bepaalde mode te beheersen. In [11] wordt aangetoond dat dezelfde ontwerpformules geldig zijn als voor een SDOF systeem indien voor de modale massa $M_p(i)$ een vormvector wordt gebruikt die genormeerd is ten opzichte van het element dat overeenstemt met de positie van de TMD. De positie kiest men doorgaans in een „buik" of anti-knoop van de trillingsvorm. Voor de eerste mode is dit de bovenste vloerplaat. De massaverhouding μ wordt nu gedefinieerd als de verhouding van de massa van de TMD tot de modale massa. In feite herleidt men het MDOF-systeem tot een equivalent SDOF-systeem door aan te nemen dat als het systeem in een bepaalde mode geëxciteerd wordt, de overige modes nauwelijks bijdragen tot de responsie. Dit valt te verantwoorden indien de eigenfrequenties voldoende ver uit elkaar liggen. De parameters voor het SDOF-systeem volgen dan uit de modale parameters van deze mode: modale massa, natuurlijke frequentie en dempingsverhouding. Wegens de inherente demping in het hoofdsysteem zal een verdere numerieke optimalisatie van de parameters noodzakelijk zijn.
De efficiëntie van een TMD hangt af van twee aspecten:

- het relatieve aandeel van de mode die men tracht te beheersen in de totale structurele responsie. Een TMD die afgesteld wordt op de meest dominante mode zal tot de beste resultaten leiden. Een goede indicator hiervoor is de modale participatiefactor μ_i (2.12).
- de ligging van de natuurlijke frequenties van het syteem ten opzichte van de frequentie-inhoud van de excitatie. Indien deze niet overeenstemmen kan een TMD uiteraard niet voldoende reduceren.

Uitbreiding van het model

De massa m_a, dempingscoëfficiënt c_a en stijfheid k_a van de TMD en zijn positie p zijn de vier parameters nodig voor de uitbreiding van het model. Vrijheidsgraad (n+1) beschrijft de beweging van de hulpmassa. In de oorspronkelijke matrices van het systeem worden volgende elementen toegevoegd:

$$\begin{aligned} M(n+1,n+1) &= m_a \\ C(p,p) = C(n+1,n+1) = +c_a \quad &\text{en} \quad K(p,p) = K(n+1,n+1) = +k_a \\ C(n+1,p) = C(p,n+1) = -c_a \quad &\text{en} \quad K(n+1,p) = K(p,n+1) = -k_a \end{aligned} \tag{3.17}$$

3.4 Stochastische excitatie

Hoewel het ontwerp voor een harmonische belasting zijn nut toont, strookt dit niet met de werkelijkheid. Een aardbeving is noch harmonisch noch deterministisch, het is een random signaal waarop evenwel statistische analyse kan toegepast worden. Hiervoor baseert men zich op metingen van voorbije aardbevingen en één enkel tijdverloop uit de meetcampagne noemt men de monsterfunctie. Voor één monsterfunctie $f(t)$, waarvan wordt aangenomen dat ze het toevalsproces vertegenwoordigt, wordt de autocorrelatiefunctie $R_f(\tau)$ gedefinieerd [8]:

$$R_f(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t)\, f(t+\tau)\mathrm{d}t \tag{3.18}$$

Dit is het moment van tweede orde dat de mate aangeeft waarin er een verband bestaat tussen twee waarden van eenzelfde stochastisch signaal op verschillende ogenblikken met tussentijd τ. De Fourier-getransformeerde van deze autocorrelatiefunctie noemt met het vermogendichtheids-spectrum $S_f(\omega)$, dat aangeeft hoe het vermogen van de excitatie verdeeld is over het frequentiespectrum.

Voor een MDOF-systeem is het vergelijkingscriterium waarop men de optimalisatie baseert, complexer dan louter de maximale uitwijking van één vrijheidsgraad. Daarom hanteert men een performantie-index die de totale respontie tracht te optimaliseren.

In het geval van een willekeurige belastingsvector kan voor de structurele responsie van de vrijheidsgraden een vermogendichtheidsspectrum (PSD) functiematrix $S(\omega)$ bepaald worden. Na integratie van de PSD-functie over de frequentie bekomt men het gemiddeld kwadraat van de responsie. Als performantie-index J stelt men in [6]:

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} tr(S(\omega))\mathrm{d}\omega \tag{3.19}$$

waarin tr() het spoor van de matrix is, ofwel de som van de diagonaalelementen. Opnieuw wordt de massa van de TMD vooraf gekozen en volgen k_a en c_a uit de voorwaarde dat de partiële afgeleiden van J nul moeten zijn. Deze vergelijkingen zijn niet-lineair waardoor men overschakelt op numerieke methoden.

In [15] kiest men als performantie-index de verwachting van de totale trillingsenergie $W(t)$ van het hoofdsysteem omdat deze de gehele structurele responsie vertegenwoordigt:

$$W(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left(M_p(i)\, \dot{p}_i^2 + M_p(i)\, \omega_i^2\, p_i^2 \right) \tag{3.20}$$

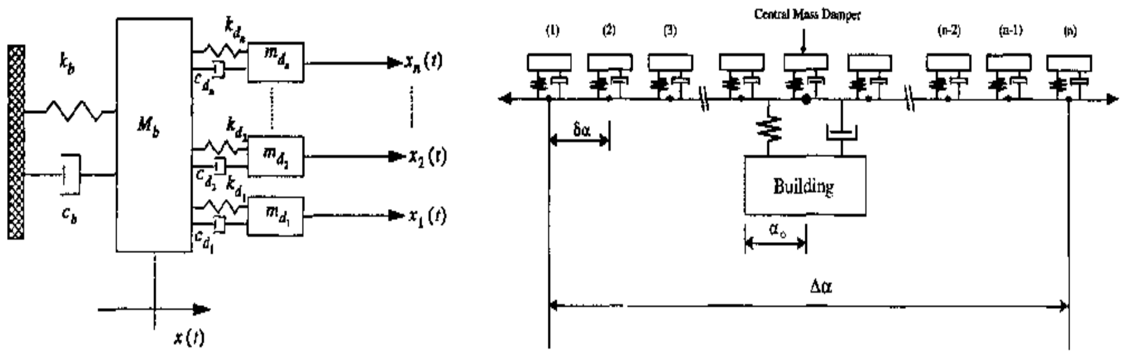
$$J = E\left[W(t)\right] \tag{3.21}$$

3.5 Multiple Tuned Mass Damper (MTMD)

Doordat een TMD slechts één mode efficiënt kan beheersen, is men genoodzaakt om bij de controle van meerdere modes minstens evenveel TMD's in te schakelen. Dit is het concept van de MTMD. Hij kan zowel in parallele als seriële configuraties voorzien worden. De complexiteit van de analyse neemt hierdoor toe: in een parallelle opstelling beïnvloedt de interactie tussen een demper en het hoofdsysteem deze tussen het hoofdsysteem en de overige dempers, zodat de dempers elkaar onrechtstreeks beïnvloeden. Onderzoek werd verricht naar hun effeciëntie, zowel voor SDOF-hoofdsystemen [5], [7] als voor MDOF-hoofdsystemen [15], [11].

3.5.1 SDOF-systemen onder willekeurige belasting

Figuur (3.5) toont links een voorbeeld van SDOF-hoofdsysteem met een parallelle opstelling. De systeemmatrices breiden zich op analoge manier uit zoals beschreven in (3.3) door aan elke demper een bijkomende vrijheidsgraad toe te kennen. In [5] worden volgende parameters van dit



Figuur 3.5: SDOF-systeem met MTMD [5]

systeem bestudeerd: het (oneven) aantal dempers N, de massaverhouding van elke demper tot de massa van het hoofdsysteem $\mu_{D,n}$, de uniforme dempingsverhouding van alle dempers ζ_D, de frequentiële spatiëring van de dempers $\delta\alpha$ en de frequentiële bandbreedte $\Delta\alpha$ over alle dempers (figuur (3.5) rechts). α_0 geeft aan hoe de eigenfrequentie van de de middelste demper afwijkt van de eigenfrequentie van het hoofdsysteem, maar voor het onderzoek werd deze nul gesteld.

De frequentieparameters worden hier genormeerd ten opzichte van de eigenfrequentie van het hoofdsysteem. De excitatie is van willekeurige aard en het gehanteerde vergelijkingscriterium is het vermogendichtheidsspectrum (PSD). Enkele van de belangrijkste conclusies uit dit onderzoek worden vermeld.

De N dempers hebben een zelfde massa, die totaal 0.01 bedraagt van de massa van het hoofdsysteem. Naarmate het aantal dempers toeneemt, wordt de PSD-curve vlakker als de dempers een zekere bandbreedte $\Delta\alpha$ bestrijken. Deze bandbreedte is nodig omdat de dempers zich anders als één TMD zouden gedragen. Hetzelfde afvlakkende effect treedt op als de demping in de TMD's toeneemt.

Indien de demping onvoldoende is, zal er in het bodediagram voor elke TMD een scherpe piek optreden en zal de responsie toenemen. De efficiëntie van de MTMD kan beoordeeld worden aan de hand van de equivalente effectieve demping: dit is de demping die een SDOF-systeem zonder passieve demping moet bezitten om tot dezelfde resultaten te komen als het geval waarin het systeem wel passief gedempt wordt. In de omgeving van de optimale bandbreedte is de equivalente effectieve demping ongevoelig voor de dempingsverhouding van de dempers, behalve als die verhouding zeer laag is.

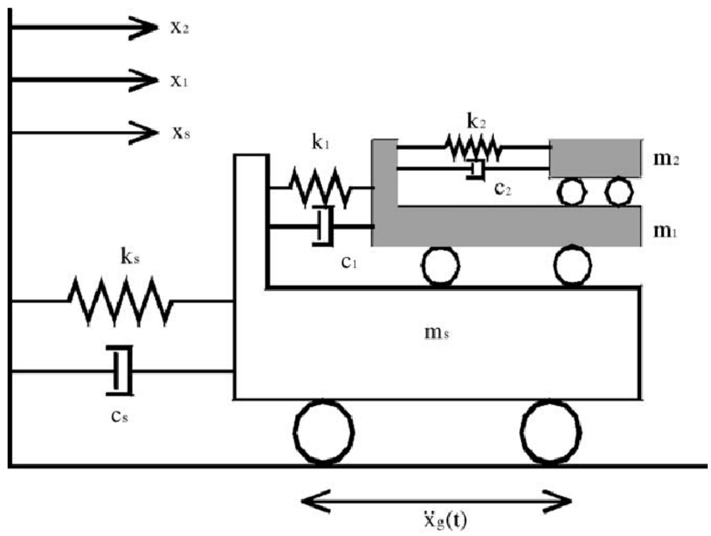
Een niet-uniforme massaverdeling of niet-uniforme spatiëring van de frequenties $\delta\alpha$, of een combinatie hiervan, leiden niet tot uitgesproken veranderingen in de resultaten.

De bandbreedte waarover de TMD's verdeeld worden blijkt de belangrijkste parameter van het ontwerpproces, de dempingsverhouding en het aantal dempers zijn van secundair belang. Een geoptimaliseerde MTMD is efficiënter dan een TMD met dezelde (totale) massa, precies omwille van de grotere bandbreedte waarover hij actief is.

Wanneer een MTMD serieel wordt uitgevoerd, beperkt men zich meestal tot 2 dempers ofwel de „double tuned mass damper (DTMD). Hierbij wordt een grotere TMD zelf gedempt door een kleinere TMD [7]. Figuur 3.6 toont zo'n configuratie. In dit geval hangt de beweging van de grootste demper af van deze van het hoofdsysteem én van de kleinere demper, met andere woorden beïnvloeden de kleine demper en het hoofdsysteem elkaar onrechtstreeks. Dit type wordt enkel vermeld om het globaal overzicht van de verschillende mogelijkheden aan te vullen.

3.5.2 MDOF-systemen

Indien men binnen een MDOF-systeem, waarvan de eigenfrequenties voldoende ver van elkaar verwijderd zijn, slechts één mode wil beheersen met meerdere dempers, kan men opnieuw uitgaan van een equivalent SDOF-systeem. Aldus gelden voor de optimalisatie van de dempers dezelfde principes als in vorige paragraaf beschreven.



Figuur 3.6: Double tuned mass damper [7]

Een MTMD kan uiteraard aangewend worden om meerdere modes te controleren. In [11] onderzoekt men, in een voorbeeld met drie vrijheidsgraden, de mogelijkheid om tot een responsiereductie te komen door gelijktijdig gebruik van evenveel dempers en vergelijkt men de resultaten met de toepassing van één enkele TMD. Men stelt een bepaalde fractie van de massa van het gebouw, in dit geval 0.02, beschikbaar voor de totale massa van de TMD's. Om deze massa over de verschillende dempers te verdelen, baseert men zich op de responsieverhouding die volgt uit de bodediagramma, zodat de mode die het sterkst geëxciteerd wordt, gecontroleerd wordt door een TMD met de grootste massa. Vervolgens gaat men na hoe de verschillende TMD's interageren. Na harmonische analyse concluceert men dat teneinde om het even welke mode te beheersen, een aparte TMD op deze mode afgesteld dient te worden. Indien alle dempers geplaatst worden, verbetert de responsie van de eerste mode in lichte mate, en neemt deze van de tweede en derde mode iets af. Wanneer de belasting een tijdsverloop is van een gekende aardbeving, komt men tot dezelfde conclusie: een MTMD toont weinig spectaculair verschil dan hetgeen met een TMD, afgesteld op de eerste mode, kan bereikt worden. Men benadrukt dat deze bevindingen enkel gelden voor dit specifieke voorbeeld.

Toch blijkt dat het principe van de MTMD de responsie in een MDOF-systeem onder een belasting met grote bandbreedte, zoals een aardbeving, degelijk kan controleren. In [15] wordt dit aangetoond aan de hand van een voorbeeld met een eenvoudig opgelegde balk die onderworpen wordt door een puntkracht met variabele grootte. De eerste drie modes zijn voldoende om de trillingsenergie accuraat te beschrijven zodat men een systeem drie vrijheidsgraden beschouwt. Er worden tien TMD's met gelijke massa aan de balk bevestigd, hun totale massa bedraagt

0.01 van de massa van de balk. De overige ontwerpparameters zijn hun natuurlijke frequentie, dempingsverhouding en positie op de balk. De optimalisatie gebeurt numeriek op basis van (3.21) en wordt herhaald voor verschillende initialisatiewaarden. De verschillende oplossingen tonen aan dat de TMD's gegroepeerd worden rond de drie natuurlijke frequenties van de balk, waarbij de laagste frequentie het grootste aantal TMD's toegewezen krijgt. Dit houdt verband met het belang van de mode in de totale responsie. Verder ziet men dat de positionering van de TMD's gebeurt in de buurt van de anti-knopen van de trillingsvorm, net zoals dit voor een SDOF systeem de optimale positie is. Indien men het ontwerp zou uitvoeren door elke trillingsmode als een equivalent SDOF systeem te beschouwen, met de TMD's exact in de anti-knopen en waarbij de overige parameters numeriek geoptimaliseerd worden zonder rekening te houden met het effect van de andere modes, ziet men inderdaad weinig verschil tussen beide methodes. Eens de natuurlijke frequenties te dicht bij elkaar liggen geldt deze analogie niet meer.

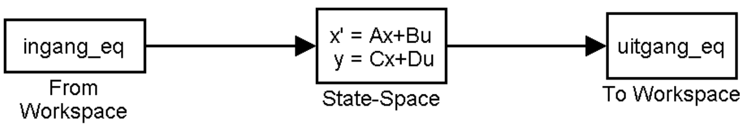
3.6 Besluit

In dit hoofdstuk werd gepoogd een overzicht te geven van de mogelijkheden passieve demping. Er werd onderscheid gemaakt tussen de aard van het systeem (SDOF-MDOF), de aard van de exitatie (harmonisch, geregistreerd tijdsverloop, random signaal) en het aantal toegevoegde systemen (TMD-MTMD). Enkele performantiecriteria werden aangereikt.
In een SDOF-systeem zonder inherente demping onder harmonische excitatie kunnen de optimale parameters van de TMD analystisch bepaald worden. Eens demping in het ontwerp wordt meegenomen, is men genoodzaakt zich tot numerieke optimalisatie te wenden. De uitdrukkingen in gesloten vorm blijken evenwel goede initialisatiewaarden. Indien men in een MDOF-systeem één mode wil controleren, kan een equivalent SDOF-systeem beschouwd worden. Eens men meerdere modes wil beheersen, moet elke mode minstens één demper te voorzien worden (MTMD). Uit onderzoek blijkt dat een MTMD efficiënter is dan één enkele TMD voor dezelfde totale gewichtsfractie, ook voor het beheersen van één mode met meerdere dempers met gespreide frequentiebandbreedte. Een bijkomend voordeel is dat een reeks van kleinere dempers minder wegen en beter hanteerbaar zijn dan één grote TMD. De bolvormige demper uit figuur 3.1 moest omwille van zijn massa ter plaatse gemonteerd worden. Hoe dan ook moet men het potientieel van een TMD onderkennen.

Hoofdstuk 4

Efficiëntiestudie van een TMD aan de hand van simulatie

De studie werd volledig uitgevoerd in Matlab. Een handig pakket hierbinnen is Simulink (figuur 4.1), waarmee de eigenlijke simulatie aan de hand van het toestandsmodel (2.6) wordt uitgevoerd. In de figuur staat x voor de toestand, u voor de ingang en y voor de uitgang. De volledige programmacode die werd opgesteld om de simulatie uit te voeren, wordt in bijlage A beschreven.

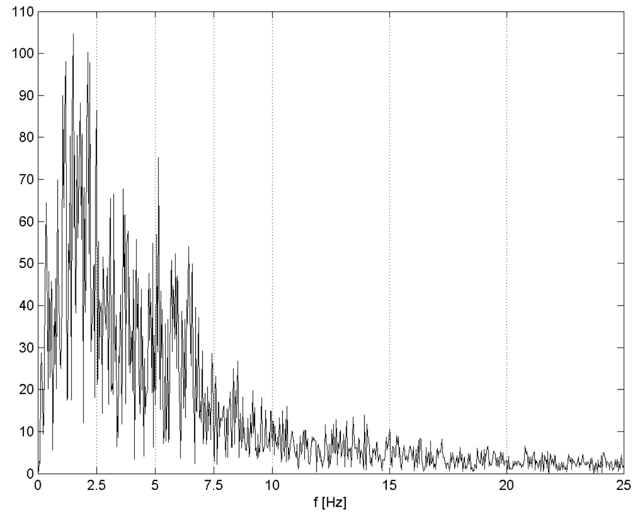


Figuur 4.1: Model in Simulink

Om met eningszins realistische waarden te werken, werd in de literatuur op zoek gegaan naar enkele voorbeelden van modellen van gebouwen. Een eerste gebouw dat als voorbeeld kan dienen, wordt in [13] beschreven. Het betreft een raamwerk bestaande uit 6 verdiepingen. Een tweede voorbeeld met 8 vloerplaten komt uit [4] en vertoont een discontinuïteit in de stijfheid.

4.1 Excitatie

In de literatuur wordt opvallend vaak gerefereerd naar de aardbeving van 18 mei 1940 in de Imperial Valley, California, meer bepaald naar de noord-zuidcomponent van de grondversnelling in El Centro. Met oog op de verificatie van het model in Matlab is het nuttig om deze excitatie te gebruiken. Gemakkelijkheidshalve noemen we ze voortaan „El Centro". De datareeks is opgenomen in Appendix 6 van [2] en is tevens terug te vinden op de website van het NISEE [9]. Figuur 2.3 toont het tijdsverloop van deze grondversnelling. Met behulp van een discrete Fouriertransformatie krijgt men een idee van de frequentie-inhoud (figuur4.2) van dit signaal.



Figuur 4.2: Frequentie-inhoud El Centro

Bij frequenties tussen 1 Hz en 7 Hz bevat El Centro de grootste hoeveelheid energie. Het zijn deze frequenties die van belang zijn bij de analyse van een gebouw. Indien een eigenfrequentie van het gebouw binnen dit bereik ligt, zal ze sterk geëxciteerd worden. Bij het ontwerp van nieuwe gebouwen komt het er op neer de laagste eigenfrequenties voldoende groot te maken zodat ze buiten het gevoelige bereik van een ontwerpexcitatie valt. Om het trillingsreducerende effect van een TMD zo goed mogelijk te kunnen evalueren is het voor dit onderzoek echter gunstig dat het gebouw bij een eigenfrequentie sterk geëxciteerd wordt.

4.2 Gebouw met 6 vloerplaten

4.2.1 Analyse van het gebouw

Basisgegevens

De 6 vloerplaten hebben eenzelfde massa van 8000 ton. De stijfheden bedragen $k_i = [10; 9; 8; 7.5; 5.5; 4.5]\, 10^9\, N/m$. De dempingsconstanten worden niet vermeld, daarom wordt in $C = \gamma_{prop} K$ (2.11) de evenredigheidsfactor $\gamma_{prop} = 0.0014$ gekozen, zodat de systeem proportioneel gedempt is. Deze keuze wordt in het tweede voorbeeld (sectie (4.3.1)) verklaard. Volgende matrices bepalen de modelvergelijking:

$$M = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} 10^6\, kg \quad K = \begin{bmatrix} 19 & -9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & 17 & -8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 15.5 & -7.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7.5 & 13 & -5.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5.5 & 10 & -4.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4.5 & 4.5 \end{bmatrix} 10^9\, N/m$$

$$C = \begin{bmatrix} 26.6 & -12.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12.6 & 23.8 & -11.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -11.2 & 21.7 & -10.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10.5 & 18.2 & -7.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7.7 & 14 & -6.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6.3 & 6.3 \end{bmatrix} 10^6\, Ns/m$$

Eigenschappen van het gebouw

De modale matrix met de ruimtelijke trillingsvormen ziet er als volgt uit:

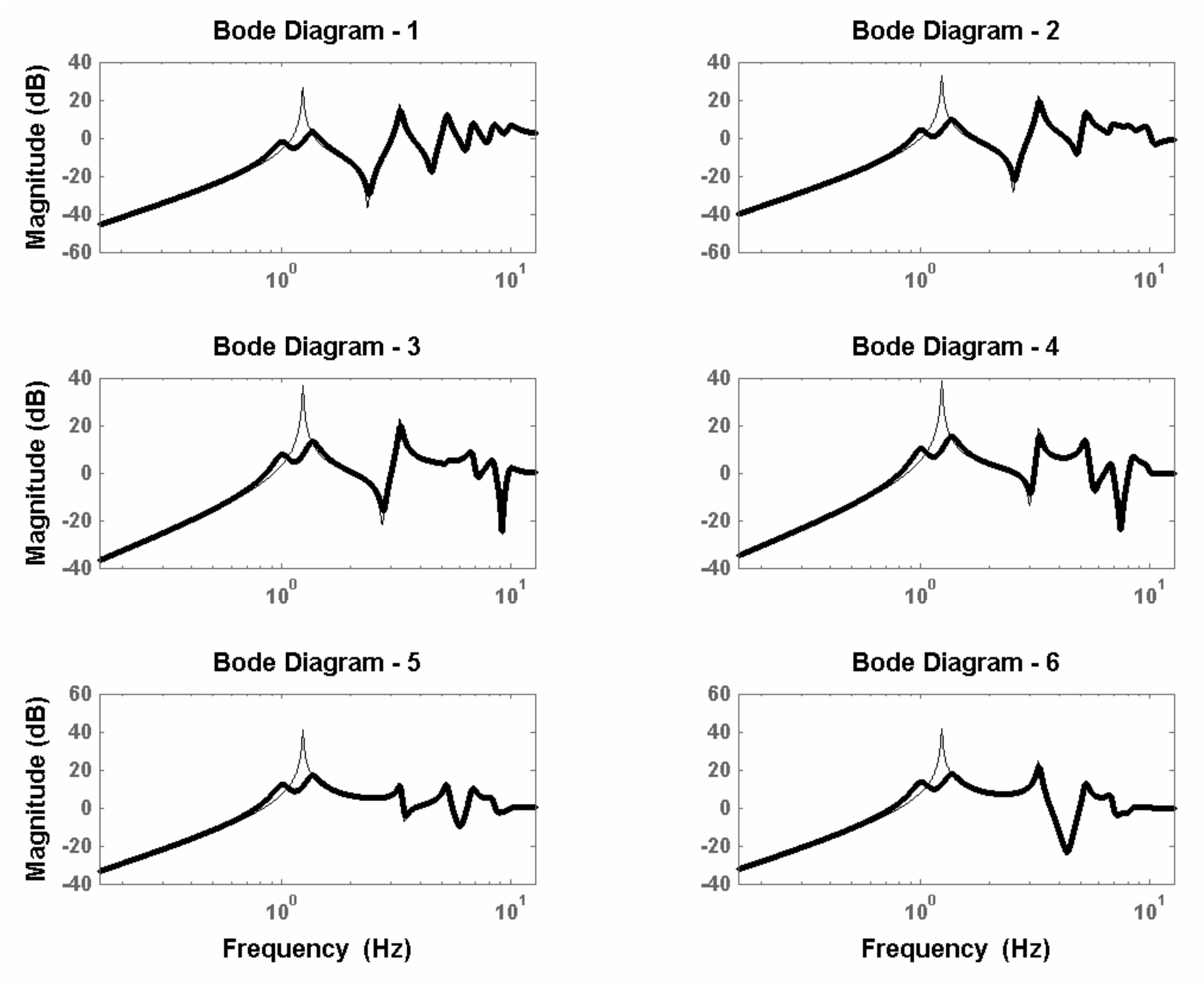
$$E = \begin{bmatrix} 0.3780 & -0.9571 & 1.4511 & -1.5312 & -1.8588 & -1.8804 \\ 0.7779 & -1.6625 & 1.6694 & -0.7691 & 0.6023 & 2.3216 \\ 1.1810 & -1.7566 & 0.1108 & 1.4802 & 1.7210 & -1.6895 \\ 1.5353 & -1.0686 & -1.6794 & 1.0217 & -2.1148 & 0.8151 \\ 1.8842 & 0.5236 & -1.4806 & -2.2934 & 1.0816 & -0.2320 \\ 2.1095 & 2.0780 & 1.6071 & 1.0341 & -0.2795 & 0.0408 \end{bmatrix} 10^{-4}$$

Tabel 4.1 toont de eigenfrequenties, de modale participatiefactoren en de dempingsverhouding van de zes modes. Een vergelijking met de frequentie-inhoud van de aardbeving (figuur 4.2) toont dat de lagere eigenmodes het sterkst zullen exciteerd worden. Dit blijkt ook uit μ_1: de eerste mode heeft het grootste aandeel in de totale responsie.

mode	1	2	3	4	5	6
frequentie [Hz]	1.23	3.26	5.23	6.77	8.33	9.76
$\mu_i\,[-]$	6292.7	-2274.6	1342.7	-846	-678.5	-499.6
$\zeta_i\,[-]$	0.0054	0.0144	0.0230	0.0298	0.0366	0.0429

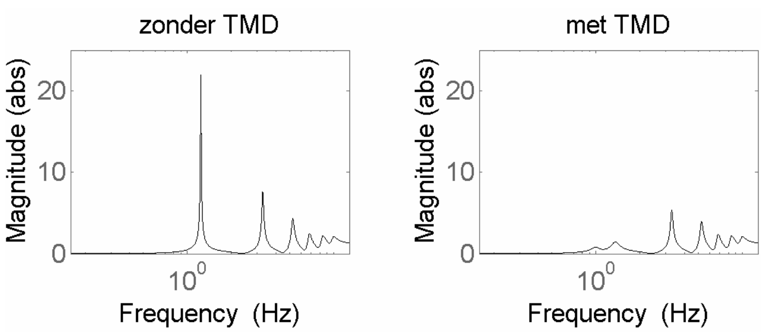
Tabel 4.1: Modale eigenschappen

Tot slot geeft figuur 4.3 een overzicht van de bodediagramma van de verschillende vloerplaten (oorspronkelijke bode in fijne lijn). Omwille van de demping worden de pieken van de hogere modes afgezwakt. In figuur 4.4 worden de diagramma voor de eerste vloerplaat naast elkaar



Figuur 4.3: Bodediagramma voor en na demping

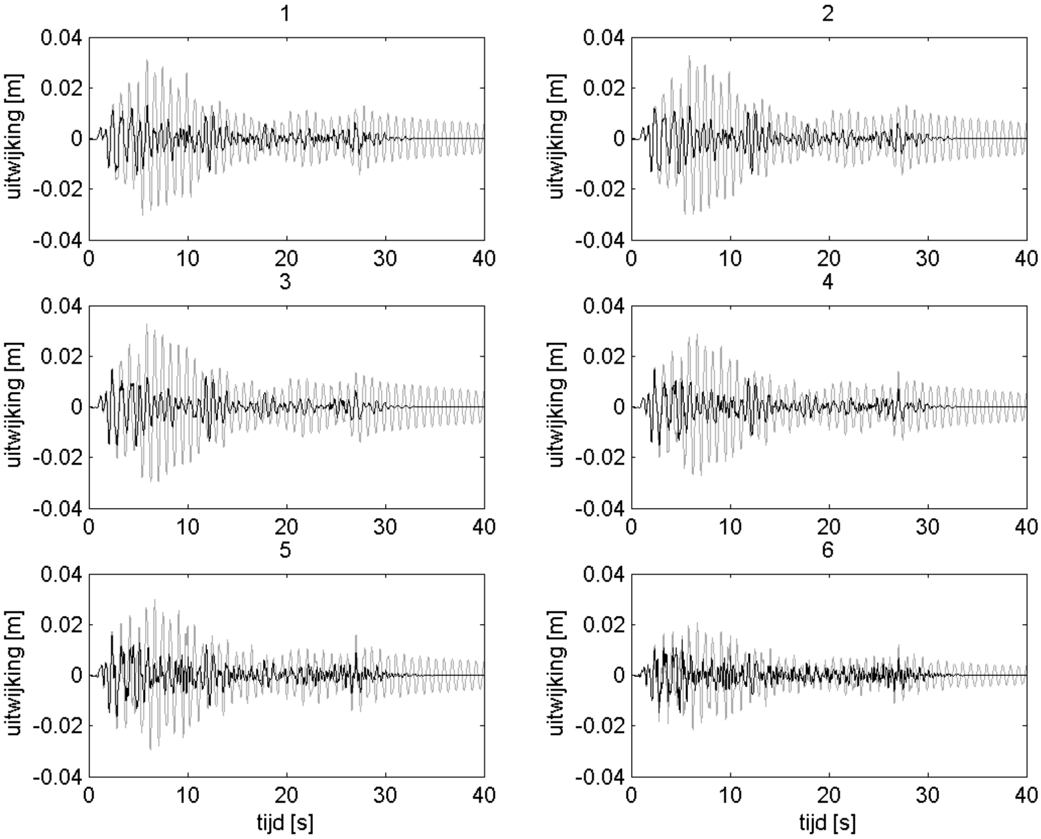
vergeleken in absolute waarde.



Figuur 4.4: Bodediagramma voor en na demping - eerste vloerplaat

Responsie van het gebouw

Figuur 4.5 toont de relatieve verplaatsingen van de vloerplaten ten opzichte van elkaar in functie van de tijd (grijze lijn). De grootste verplaatsingen treden op tijdens de duur van de aardbeving. Eens de beving voorbij is, dempt de trilling geleidelijk uit.



Figuur 4.5: Interfloor displacement - grijs: zonder TMD, zwart: met TMD

Volgende maxima werden opgemeten:

vloerplaat	1	2	3	4	5	6
max [cm]	3.0864	3.2625	3.2515	2.8850	2.9969	2.1652

Tabel 4.2: Maximale „interstory displacement"

4.2.2 Ontwerp van de TMD

Uit tabel 4.2 blijkt dat de tweede vloerplaat de grootste maximale relatieve verplaatsing ondervindt. Het is deze uitwijking die als optimalisatiecriterium gekozen wordt. Volgens de modale participatiefactor zou de trillingscontrole het best moeten lukken door de eerste mode te beïnvloeden. De trillingsvorm die bij deze mode hoort, heeft de grootste amplitude voor de zesde vloerplaat. De TMD wordt dan ook het best hierop bevestigd. Hiermee ligt de eerste parameter vast. Een volgende keuze die gemaakt moet worden is de massa van de demper, die we procentueel uitdrukken in verhouding tot de totale massa van het gebouw met behulp van de factor γ_m. Voor een bepaalde massa is de modale massaverhouding μ gekend en volgen automatisch de optimale parameters voor frequentieverhouding en dempingsverhouding (3.16). Tabel 4.3 toont hoe de maxima van de uitwijkingen wijzigen bij veranderlijke massa. De regel naast de parameter die onderzocht wordt, bevat steeds de maxima die overeenstemmen met de vorige beslissingsstap en verder geoptimaliseerd worden. In het geval dat de invloed van de massa wordt onderzocht, zijn dit de maxima uit tabel 4.2.

Voor $\gamma_m = 0.05$ (tabel 4.3) is de maximale uitwijking van de tweede vloerplaat reeds gehalveerd. Tabel 4.4 toont het effect van de TMD als deze op de tweede beste positie geplaatst wordt voor dezelfde mode. In dit geval werkt hij minder efficiënt. In tabel 4.5 staat de demper op de beste positie voor de tweede mode. Tenzij hier de massa van de TMD erg hoog gekozen wordt, kunnen de startwaarden niet geminimaliseerd worden, en dan nog is de toename voor de bovenste verdiepingen groter dan de verbetering die in de onderste verdiepingen kan bereikt worden.

mode	**1**	vloerplaat					
p	**6**	1	2	3	4	5	6
γ_m	μ	3.0864	**3.2625**	3.2515	2.8850	2.9969	2.1652
0.01	0.0214	2.6946	**2.7147**	2.5840	2.0886	2.1215	1.9812
0.02	0.0427	2.2943	**2.2752**	2.1225	1.8870	2.0153	1.9646
0.03	0.0641	1.9686	**1.9367**	1.7837	1.6946	1.8269	1.8227
0.04	0.0854	1.7455	**1.7070**	1.6290	1.6204	1.7442	1.6664
0.05	0.1068	1.6092	**1.5727**	1.5602	1.5530	1.6761	1.5202
0.06	0.1282	1.5322	**1.5055**	1.4979	1.4912	1.6124	1.4658
0.07	0.1495	1.4905	**1.4725**	1.4413	1.4343	1.5528	1.4144
0.08	0.1709	1.4670	**1.4557**	1.4387	1.3936	1.4972	1.3657
0.09	0.1922	1.4511	**1.4443**	1.4372	1.3927	1.4675	1.3199
0.10	0.2136	1.4369	**1.4329**	1.4350	1.3913	1.4707	1.2771
0.15	0.3204	1.3466	**1.3447**	1.4154	1.3779	1.4795	1.1619

Tabel 4.3: Invloed massa TMD [cm]

Verdere optimalisatie zal gebeuren voor de eerste mode, met een demper waarvan de massa

mode	**1**	vloerplaat					
p	**5**	1	2	3	4	5	6
γ_m	μ	3.0864	**3.2625**	3.2515	2.8850	2.9969	2.1652
0.01	0.0170	2.8181	**2.8404**	2.7154	2.1981	2.1343	1.7878
0.02	0.0341	2.5098	**2.4913**	2.3217	2.0085	2.1519	1.8167
0.03	0.0511	2.2215	**2.1870**	1.9965	1.8445	2.0514	1.7829
0.04	0.0682	1.9889	**1.9419**	1.7491	1.7142	1.9243	1.7246
0.05	0.0852	1.8214	**1.7664**	1.6590	1.6626	1.8134	1.6608
0.10	0.1704	1.5714	**1.5299**	1.4472	1.4525	1.6047	1.4515
0.15	0.2556	1.5458	**1.5112**	1.4464	1.4324	1.5738	1.3551

Tabel 4.4: Invloed massa TMD [cm]

mode	**2**	vloerplaat					
p	**6**	1	2	3	4	5	6
γ_m	μ	3.0864	**3.2625**	3.2515	2.8850	2.9969	2.1652
0.01	0.0207	3.2865	**3.5074**	3.5750	3.1391	3.0751	2.0593
0.02	0.0415	3.5951	**3.8189**	3.8900	3.4756	3.5088	2.4168
0.03	0.0622	4.0665	**4.2851**	4.3462	3.9218	4.0410	2.8314
0.04	0.0829	3.9534	**4.2725**	4.4069	3.9558	4.1554	3.1391
0.05	0.1036	4.0118	**4.2637**	4.3453	3.9377	4.1728	3.2520
0.10	0.2073	3.5409	**3.8246**	4.0060	3.6916	3.9337	3.1624
0.15	0.3109	2.9031	**3.1390**	3.2146	3.2312	3.8522	3.6085

Tabel 4.5: Invloed massa TMD [cm]

vijf procent van de totale massa van het gebouw bedraag, op de bovenste vloerplaat geplaatst. Hierbij geldt: $\alpha = 0.879$ en $\zeta = 0.1955$. Door α en ζ_a te vermenigvuldigen met de factoren γ_α en γ_ζ kunnen ze numeriek afgesteld worden om de uitwijking verder te optimaliseren (zie tabel 4.6). Eerst wordt γ_α geoptimaliseerd voor $\gamma_\zeta = 1$. De optimale waarde blijkt 1.04 te zijn. Vervolgens wordt voor deze waarde γ_ζ geoptimaliseerd, deze blijkt 0.83. Voorgaande stappen worden nog eens herhaald om tot volgende waarden te komen: $\gamma_\alpha = 1.02$ en $\gamma_\zeta = 0.67$.

De optimalisatie leidt tot volgende parameters: $p = 6$, $m_a = 2400\,ton$, $k_a = 115.91\,10^6\,N/m$ en $c_a = 4.3698\,10^6\,Ns/m$.

In figuur 4.3 toont de dikke lijn hoe de bodediagramma gewijzigd worden onder invloed van de TMD. De piek ter hoogte van de eerste eigenfrequentie wordt afgevlakt en links en rechts

mode	**1**	vloerplaat					
p	**6**	1	**2**	3	4	5	6
γ_α	α	1.6092	**1.5727**	1.5602	1.5530	1.6761	1.5202
1.02	0.8966	1.5876	**1.5477**	1.5841	1.5472	1.6741	1.5824
1.03	0.9054	1.5791	**1.5393**	1.6302	1.5445	1.6734	1.6151
1.04	0.9142	1.5723	**1.5328**	1.6758	1.5419	1.6727	1.6488
1.05	0.9230	1.5673	**1.5418**	1.7208	1.5394	1.6722	1.6832
1.06	0.9318	1.5642	**1.5845**	1.7650	1.5371	1.6760	1.7183
γ_ζ	ζ_a	1.5723	**1.5328**	1.6758	1.5419	1.6727	1.6488
0.70	0.1369	1.5075	**1.4977**	1.6657	1.5072	1.6317	1.5250
0.80	0.1564	1.4645	**1.4952**	1.6665	1.5189	1.6460	1.5464
0.83	0.1623	1.4529	**1.4951**	1.6674	1.5224	1.6501	1.5629
0.90	0.1760	1.4878	**1.4957**	1.6702	1.5305	1.6596	1.5998
γ_α	α	1.4529	**1.4951**	1.6674	1.5224	1.6501	1.5629
1.01	0.8878	1.4685	**1.4283**	1.5327	1.5330	1.6538	1.5047
1.02	0.8966	1.4526	**1.4054**	1.5601	1.5294	1.6525	1.5066
1.03	0.9054	1.4385	**1.4436**	1.6140	1.5258	1.6512	1.5243
γ_ζ	ζ_a	1.4526	**1.4054**	1.5601	1.5294	1.6525	1.5066
0.65	0.1271	1.4307	**1.3774**	1.5371	1.5105	1.6280	1.4860
0.66	0.1290	1.4266	**1.3769**	1.5383	1.5115	1.6294	1.4872
0.67	0.1310	1.4227	**1.3765**	1.5395	1.5125	1.6308	1.4885
0.68	0.1330	1.4188	**1.3773**	1.5407	1.5136	1.6321	1.4897
0.69	0.1349	1.4150	**1.3782**	1.5419	1.5146	1.6335	1.4909
0.80	0.1564	1.4279	**1.3884**	1.5560	1.5262	1.6485	1.5035

Tabel 4.6: Optimalisatie van de parameters [cm]

van deze frequentie ontstaan twee kleinere pieken. De dunne lijn toont de originele diagramma. In figuur 4.5 worden de uitgangssignalen met elkaar vergeleken: de origele in het grijs en de gedempte in het zwart. De trilling wordt goed gereduceerd en eens de exciatie voorbij is, dempt de trilling snel uit.

4.2.3 Evaluatie van een MTMD

In verschillende artikels wordt aangetoond dat de efficiëntie van een reeks kleinere parallelle TMD's beter is dan deze van één enkele TMD. Dit type van MTMD, zoals besproken in sectie

(3.5.1), wordt in deze paragraaf gesimuleerd. Het doel is prestatie van de geoptimaliseerde TMD te verbeteren door elf kleinere TMD's te implementeren. De massa m_a wordt gelijkmatig over de dempers verdeeld en hun eigenfrequenties worden gelijkmatig gespreid over de bandbreedte $\Delta\omega\,[rad/s]$. Eén demper wordt afgesteld op de eerste eigenfrequentie van het ongedempte hoofdsysteem ω_1 en de overige dempers wordt symmetrisch afgesteld met spatiëring $\delta\omega = \frac{\Delta\omega}{10}\,[rad/s]$. De dempingsverhouding ζ_D is voor elke demper dezelfde. Alsdus geldt voor hun massa $m_{a,i}$ stijfheid $k_{a,i}$ en demping $c_{a,i}$:

$$\begin{aligned} m_{a,i} &= \frac{m_a}{11} = 218,81\,ton \\ k_{a,i} &= (\omega_1 + (i-6)\,\delta\omega)^2\, m_{a,i} \qquad\qquad i = 1\ldots 11 \\ c_{a,i} &= 2\,\zeta_D\,\sqrt{k_{a,i}\,m_{a,i}} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Met deze parameters wordt het model op dezelfde manier uitgebreid door aan elke demper een vrijheidsgraad toe te kennen. Indien voor elke demper $k_{a,i} = \frac{k_a}{11}$ en $c_{a,i} = \frac{c_a}{11}$ gesteld wordt, is het effect van de MTMD identiek aan dat van de equivalente TMD. Dit is logisch, maar het geeft een goede controle van het model in Matlab. Eerst wordt voor $\zeta_D = 0.01$ de invloed van de bandbreedte onderzocht omdat deze de belangrijkste parameter in het ontwerp zou zijn (tabel 4.7). De uitwijking van de vloerplaten bereikt in de buurt van $\Delta\omega = 4.05\,rad/s$ een minimum.

	vloerplaat					
$\Delta\omega\,[rad/s]$	1	2	3	4	5	6
0.50	2.8503	3.0395	3.1265	2.8475	3.2232	2.4909
1.50	2.5122	2.5018	2.6196	2.3037	2.4834	2.2855
2.50	1.8813	1.8087	1.9669	1.6768	1.7460	1.9801
3.50	1.5341	1.6078	1.6014	1.4700	1.5279	1.6676
3.90	1.4854	1.5874	1.5720	1.4600	1.5193	1.5528
4.00	1.4738	1.5810	1.5707	1.4575	1.5171	1.5256
4.05	**1.4679**	**1.5776**	**1.5699**	**1.4562**	**1.5386**	**1.5238**
4.10	1.4895	1.5740	1.5690	1.4549	1.5590	1.5315
4.50	1.6506	1.6064	1.5600	1.4610	1.6874	1.5868
5.50	1.7988	1.7476	1.7415	1.6813	1.8587	1.6717
6.00	1.8693	1.7760	1.7694	1.7205	1.9368	1.7073
8.00	2.1728	2.1692	2.1867	2.0947	2.3413	1.9038

Tabel 4.7: Invloed bandbreedte MTMD [cm]

Deze waarde wordt aangehouden om het effect van de dempingsverhouding te evalueren (tabel 4.8.

	vloerplaat					
ζ_D	1	2	3	4	5	6
0.008	1.4749	1.5837	1.5742	1.4575	1.5381	1.5202
0.009	1.4714	1.5806	1.5720	1.4569	1.5383	1.5220
0.010	1.4679	1.5776	1.5699	1.4562	1.5386	1.5238
0.011	1.4645	1.5746	1.5679	1.4556	1.5390	1.5257
0.012	1.4646	1.5716	1.5659	1.4550	1.5395	1.5276
0.013	1.4653	1.5687	1.5639	1.4543	1.5401	1.5295
0.014	1.4662	1.5659	1.5644	1.4537	1.5408	1.5315
0.015	1.4671	1.5632	1.5696	1.4531	1.5415	1.5335
0.020	1.4729	1.5501	1.5943	1.4501	1.5464	1.5451
0.030	1.4891	1.5278	1.6365	1.4444	1.5610	1.5697
0.040	1.5099	1.5145	1.6709	1.4390	1.5801	1.5949
0.060	1.5604	1.5683	1.7221	1.4604	1.6313	1.6449

Tabel 4.8: Invloed dempingsverhouding MTMD [cm]

Het effect van de dempingsparameter is minder uitgesproken. De uitwijking van de tweede vloerplaat blijft groter dan wat met één grote TMD bereikt kan worden. Daarom moet het concept van de MTMD niet verworpen worden. De eenvoud van het gehanteerde vergelijkingscriterium, de grootste maximale uitwijking van alle vloerplaten, speelt ongetwijfeld in het nadeel van de MTMD.

4.3 Gebouw met 8 vloerplaten

4.3.1 Analyse van het gebouw

Basisgegevens

Ook in dit voorbeeld hebben de vloerplaten eenzelfde massa: $m_i = 345.6\,ton$. De stijfheden en dempingscoëfficiënten bedragen $k_i = [340;\ 326;\ 285;\ 269;\ 243;\ 207;\ 16.9;\ 137]\,10^6\,N/m$ en $c_i = [490;\ 467;\ 410;\ 386;\ 348;\ 298;\ 243;\ 196]\,10^3\,Ns/m$. Met deze dempingscoëffiënten is het systeem niet-proportioneel gedempt. De verhouding c_i/k_i bedraagt ongeveer 0.0014. Deze waarde wordt als evenredigheidsfactor gekozen in (2.11). Opvallend is de stijfheid van de zevende vloerplaat die een grootte-orde kleiner is dan de overige stijfheden. Hoewel deze waarde sterk in twijfel kan getrokken worden (in [4] vertoont de responsie geen onregelmatigheid), is het toch interessant om dergelijke discontinuïteit te bestuderen.

Eigenschappen van het gebouw

De modale matrix toont opnieuw dat in de eerste mode de bovenste vloerplaat de grootste uitwijking zal ondergaan.

$$E = \begin{bmatrix} 0.57 & 2.08 & -5.34 & 0.88 & -7.49 & 8.02 & -7.87 & -8.57 \\ 1.15 & 4.08 & -8.60 & 1.03 & -7.43 & 1.91 & 4.21 & 10.95 \\ 1.80 & 6.02 & -8.08 & 0.10 & 1.56 & -9.02 & 5.61 & -8.33 \\ 2.44 & 7.52 & -3.31 & -0.91 & 9.10 & -0.87 & -10.43 & 4.77 \\ 3.09 & 8.40 & 3.90 & -1.06 & 4.62 & 10.26 & 7.90 & -1.99 \\ 3.79 & 8.43 & 9.70 & 0.21 & -8.28 & -5.84 & -2.65 & 0.48 \\ 11.05 & -3.70 & 0.03 & 12.30 & 1.44 & 0.25 & 0.07 & -0.01 \\ 11.51 & -4.52 & -1.19 & -11.58 & -0.96 & -0.08 & -0.01 & 0.00 \end{bmatrix} 10^4$$

Tabel 4.9 vat de modale eigenschappen samen.

mode	1	2	3	4	5	6	7	8
frequentie [Hz]	0.63	1.35	3.21	4.55	5.01	6.57	7.85	8.91
μ_i [−]	1222.9	978.3	-445.5	36.5	-256.9	160.1	-110.0	-92.9
ζ_i [−]	0.0028	0.0059	0.0141	0.0200	0.0220	0.0289	0.0345	0.0392

Tabel 4.9: Modale eigenschappen

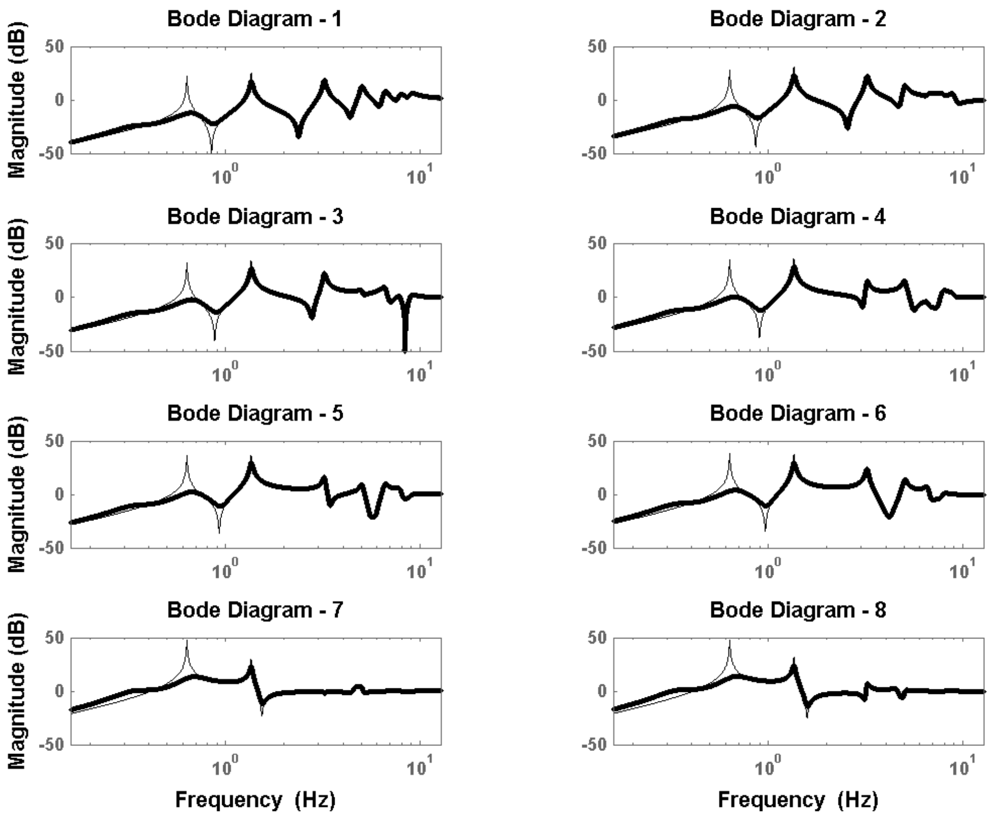
Opnieuw liggen de lagere eigenfrequenties van het gebouw binnen het excitatiespectrum met de grootste frequentie-inhoud. De modale participatiefactor van de eerste en tweede mode zijn de grootste. Het bodediagram van het hoofdsysteem wordt in figuur 4.6 met een fijne lijn getekend.

Responsie van het gebouw

Tabel 4.10 geeft de maxima die bij de simulatie geregistreerd werden. De uitwijking van de zevende vloerplaat is een factor tien groter dan de overige platen. In figuur 4.7 is de grijze uitwijking die van het ongedempte systeem.

vloerplaat	1	2	3	4	5	6	7	8
max [cm]	3.0787	3.0834	3.2240	2.8025	2.4042	2.0476	22.8095	1.4856

Tabel 4.10: Maximale „interstory displacement”

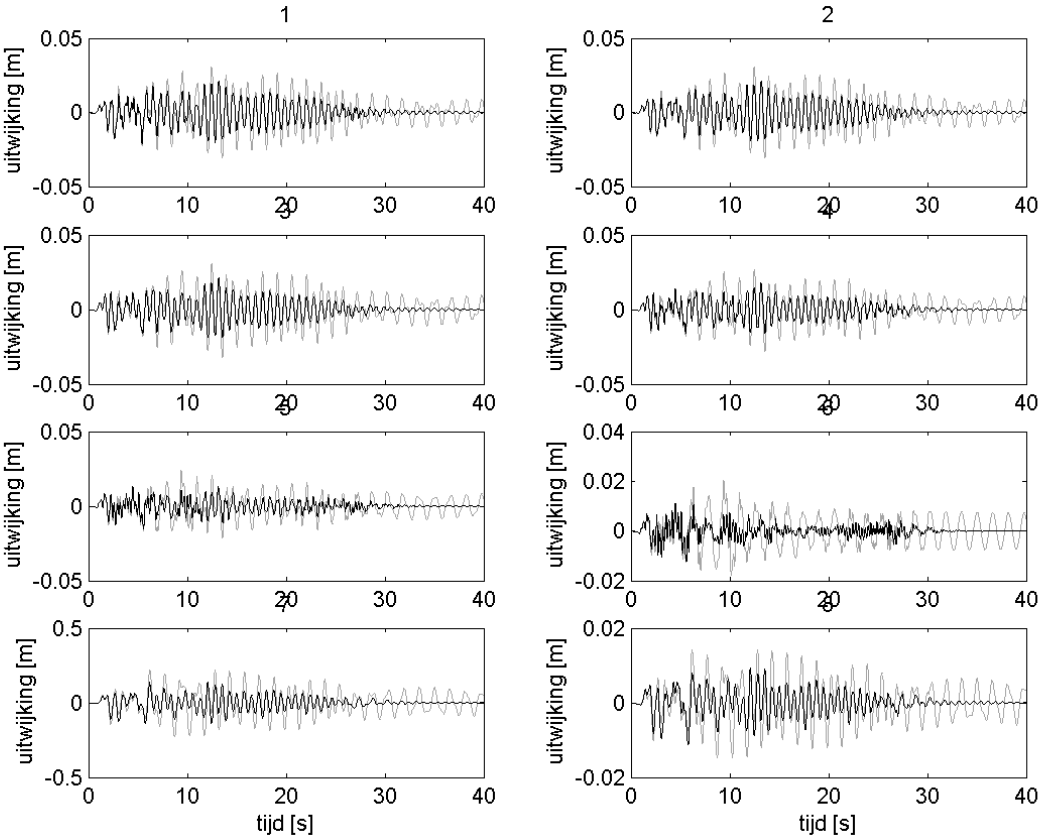


Figuur 4.6: Bodediagramma voor en na demping

4.3.2 Ontwerp van de TMD

De modale eigenschappen van het hoofdsysteem doen opnieuw vermoeden dat het beste resultaat bereikt kan worden door de TMD op de bovenste vloerplaat te plaatsen en in te spelen op de eerste trillingsmode. Volgens de modale participatiefactoren zou dit ook voor de tweede mode kunnen lukken, als de demper aan de zesde vloerplaat wordt gekoppeld. Tabel 4.11 bevestigt dit. Toch valt het op dat het gewicht relatief gezien veel groter moet zijn dan in vorig voorbeeld, en dat de uitwijking toch nog groot blijft. De overige parameters worden geoptimaliseerd voor de eerste mode, positie 8 en $\gamma_m = 0.14$. Na numerieke optimalisatie (tabel 4.12) blijkt $\gamma_\alpha = 1$ en $\gamma_\zeta = 0.75$. De optimalisatie voor de zevende vloerplaat brengt met zich mee dat voor sommige andere platen een minder goed resultaat verkregen wordt.

De TMD wordt volledig gekarakteriseerd door volgende parameters: $p = 8$, $m_a = 387.07\,ton$, $k_a = 1.9803\,10^6\,N/m$ en $c_a = 542.98\,10^3\,Ns/m$.
Het effect op de bodediagramma wordt geïllustreerd met de dikke lijn in figuur 4.6. De gereduceerde trilling wordt in figuur 4.7 getoond (zwarte lijn).



Figuur 4.7: Responsie voor en na demping

mode	**1**	vloerplaat			**mode**	**2**	vloerplaat		
p	**8**	6	7	8	**p**	**6**	6	7	8
γ_m	μ	2.0476	**22.8095**	1.4856	γ_m	μ	2.0476	**22.8095**	1.4856
0.01	0.0366	1.5111	**19.4758**	1.2736	0.01	0.0196	2.0244	**21.9851**	1.4669
0.05	0.1831	1.4088	**18.1758**	1.1951	0.05	0.0981	2.0449	**18.5212**	1.2456
0.10	0.3663	1.2569	**15.6798**	1.0751	0.10	0.1963	2.1126	**17.9543**	1.1950
0.11	0.4029	1.2305	**15.1783**	1.1009	0.11	0.2159	2.1310	**17.6521**	1.1702
0.12	0.4396	1.2294	**14.7271**	1.1196	0.12	0.2355	2.1447	**17.2607**	1.1401
0.13	0.4762	1.2246	**14.3321**	1.1321	0.13	0.2551	2.1527	**16.8339**	1.1055
0.14	0.5128	1.2172	**14.0033**	1.1395	0.14	0.2748	2.1507	**16.3541**	1.0671
0.15	0.5494	1.2081	**13.9772**	1.1429	0.15	0.2944	2.1386	**15.8367**	1.0258
0.20	0.7326	1.1604	**13.6452**	1.1321	0.20	0.3925	1.9482	**13.2847**	0.8564

Tabel 4.11: Invloed massa TMD [cm]

mode	**1**	vloerplaat							
p	**8**	1	2	3	4	5	6	**7**	8
γ_α	α	2.1286	1.9709	1.9993	1.6327	1.5155	1.2172	**14.0033**	1.1395
0.90	0.5130	2.0984	2.0465	2.0753	1.6971	1.4779	1.1660	**14.3820**	1.0649
0.99	0.5643	2.1253	1.9790	2.0075	1.6397	1.5116	1.2120	**14.0199**	1.1325
1.00	0.5700	2.1286	1.9709	1.9993	1.6327	1.5155	1.2172	**14.0033**	1.1395
1.01	0.5757	2.1319	1.9627	1.9910	1.6255	1.5194	1.2223	**14.0653**	1.1463
1.10	0.6270	2.1628	1.8842	1.9107	1.6178	1.5533	1.2664	**14.5621**	1.1995
γ_ζ	ζ_a	2.1286	1.9709	1.9993	1.6327	1.5155	1.2172	**14.0033**	1.1395
0.70	0.2894	2.1710	2.1509	2.1912	1.7991	1.5069	1.1904	**14.1205**	1.1304
0.75	0.3101	2.1399	2.1139	2.1536	1.7667	1.5101	1.1970	**13.9346**	1.1331
0.80	0.3308	2.1242	2.0794	2.1185	1.7365	1.5124	1.2025	**13.9625**	1.1352
0.90	0.3721	2.1275	2.0210	2.0545	1.6816	1.5150	1.2112	**13.9953**	1.1381
1.10	0.4548	2.1282	1.9263	1.9540	1.5885	1.5143	1.2210	**14.1189**	1.1398

Tabel 4.12: Optimalisatie van de parameters [cm]

4.3.3 Alternatieve dempingsmatrix

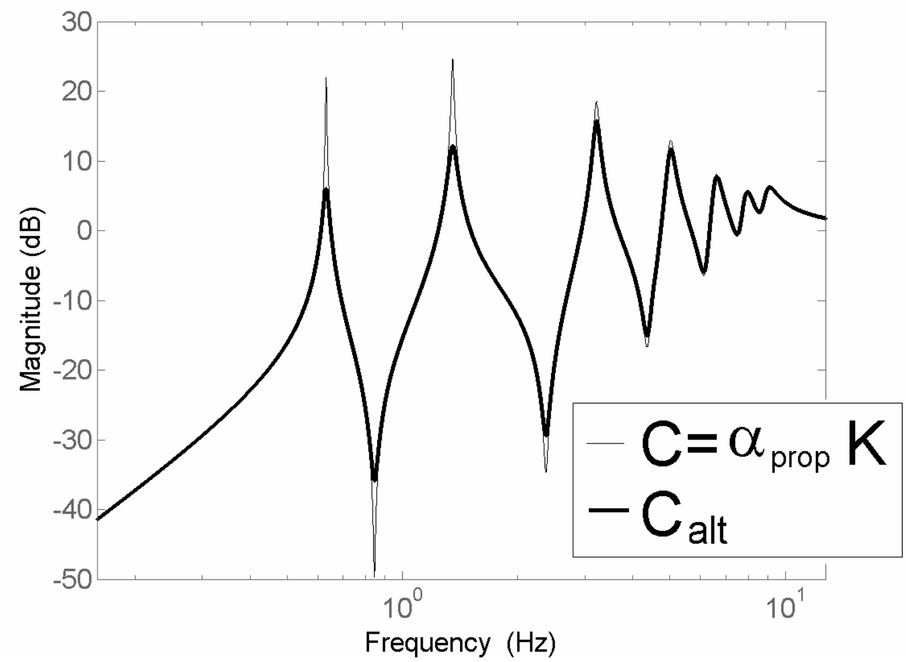
Tot hier toe werd de dempingsmatrix artificieel vervangen door een matrix die evenredig is met de stijfheidsmatrix om aan de voorwaarde van proportionele demping te voldoen. Dit kan ook op een andere manier gebeuren. Beschouwt men de oorspronkelijke matrix C, dan volgt de hoofddempingsmatrix C_p uit (2.10). Deze zal geen diagnaalmatrix zijn. Daarom worden in deze matrix de niet-diagonaalelementen verwaarloosd zodat men een diagonaalmatrix CP bekomt. Door deze matrix te onderwerpen aan de inverse transformatie, vindt men de dempingsmatrix C_{alt} die wel proportionele demping impliceert:

$$diag(CP) = diag(C_p)$$

$$C_{alt} = E'^{-1}\, CP\, E^{-1}$$

In figuur 4.8 wordt het bijhorende bodediagram van de eerste vloerplaat vergeleken met dat uit de vorige paragraaf. De eerste pieken in het diagram worden afgezwakt, wat er op wijst dat de dempingsverhouding voor deze modes hoger is. Dit zijn precies de diagonaalelementen van CP (tabel 4.13).

Het spreekt voor zich dat hierdoor de maximale uitwijking van de vloerplaten kleiner zal zijn en dat het gebouw minder lang natrilt. Een TMD met hetzelfde gewicht zal dan ook beter presteren. De keuze van de dempingsmatrix speelt dus geen onbelangrijke rol, waarbij de realiteit niet uit



Figuur 4.8: Vergelijking keuze dempingsmatrix

mode	1	2	3	4	5	6	7	8
$\zeta_i\,[-]$	0.0174	0.0250	0.0196	0.0261	0.0259	0.0306	0.0355	0.0402

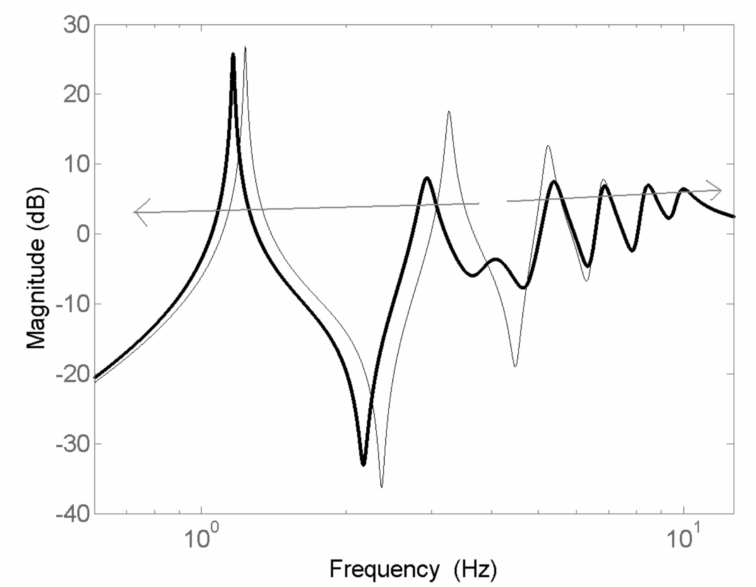
Tabel 4.13: Toegenomen empingsverhouding

het oog mag verloren worden.

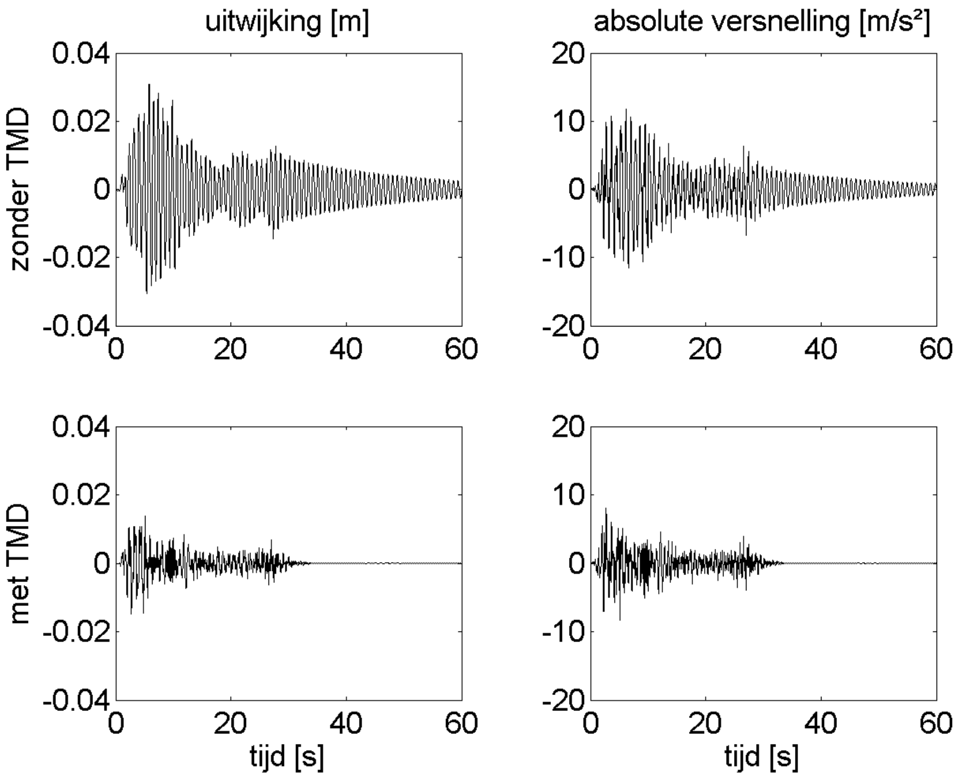
4.4 Besluit

Uit de toepassingen blijkt dat door in te spelen op slechts één enkele mode met behulp van een TMD, de trilling toch behoorlijk gereduceerd kan worden. De ontwerpparameters ontleend aan de harmonische theorie zijn hiervoor een goede uitgangsbasis. Indien de TMD op een verkeerde frequentie wordt afgesteld, verliest hij zijn efficiëntie. Dit wordt geïllustreerd met volgend bodediagram, waar de pieken door de TMD worden weggeduwd (figuur 4.9). De methode biedt voldoende grafische controle om zulke fouten op te sporen.

In dit hoofdstuk werd de prestatie van de TMD vergeleken op basis van de maximale uitwijking. Bij de implementatie van een TMD in het volgende hoofdstuk gebeuren de metingen aan de hand van accelerometers en worden dus versnellingen geregistreerd. Uiteraard geldt, dat als de uitwijking afneemt, ook de versnellingen kleiner worden. Dit wordt in figuur 4.10 aangetoond.



Figuur 4.9: Foutief bodediagram

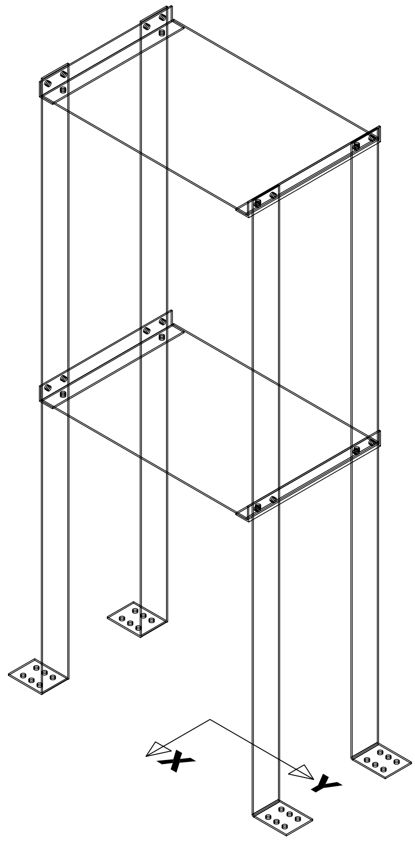


Figuur 4.10: Afname verplaatsing en versnelling

Hoofdstuk 5

Implementatie op een schaalmodel

Na de theoretische studie en numerieke simulatie kan overgegaan worden op de implementatie van een TMD op een proefstand. Daartoe werd eerst een schaalmodel (figuur 5.1) ontworpen waarvan de eigenschappen nadien experimenteel werden geverifieerd. Daarna kon de TMD ontworpen worden en zijn efficiëntie getest.



Figuur 5.1: Schema proefopstelling

5.1 Beschrijving van de proefstand

Het schaalmodel, waarvan het ontwerp in volgende paragrafen wordt toegelicht, steunt op een plaat uit polycarbonaat die door een geleidermechanisme (type profile rail guide) verbonden is met een tweede, vaste plaat. De aardbeving wordt gesimuleerd door een servomotor, waarvan de rotatiebeweging wordt omgezet naar een translatiebeweging door middel van een tandwiel en tandlat. De responsie van het model wordt geregistreerd met behulp van (piëzo-elektrische) accelerometers die op de vloerplaten van het „gebouwtje" gemonteerd werden. Voor een uitvoeriger beschrijving wordt naar [10] verwezen.

5.2 Ontwerp van het schaalmodel

In het kader van practica werden tot nu toe raamwerkjes ontwikkeld met één verdieping, waarbij de vloerplaat gedragen wordt door vier ronde staven met diameter 4 mm. De ervaring leert dat dit goed werkt, doch bij resonantie wordt het raamwerk zwaar belast en de torsiestijfheid van het geheel is aan de lage kant. Deze torsiestijfheid k_θ wordt volgens [2] gegeven door:

$$k_\theta = k_x\, l_y^2 + k_y\, l_x^2 \tag{5.1}$$

waarin l_y de lengte en l_x de breedte van het raamwerk voorstelt en $k_x = 12 E_y I_y / h^3$, $k_y = 12 E_y I_x / h^3$ met E_y de elasticiteitsmodulus. De stijfheid in de y-richting volgt uit de buigstijfheid om de as in de x-richting. Deze stijfheden volgen uit de statische analyse van een tweezijdig ingeklemde balk waarvan één uiteinde transversaal kan bewegen. De vervormingslijn van de balk is in dit geval S-vormig, zoals gesuggereerd wordt in figuur 2.1.

5.2.1 Profielkeuze

Omwille van praktische overwegingen zoals de capaciteit van de motor moet bij het ontwerp rekening gehouden worden met enkele beperkingen:

- de totale massa van het raamwerk moet beneden 6 kg blijven
- de eigenfrequenties moeten lager zijn dan 10 Hz

Ten behoeve van de meetresultaten is het nuttig om de massa zo groot mogelijk te kiezen, hierdoor neemt de nauwkeurigheid toe. Om in te spelen op de torsiestijfheid zonder de eigenfrequenties de hoogte in te jagen, wordt geopteerd voor slanke platte staven met een rechthoekige doorsnede waarvan de sterke as in de richting van de excitatie georiënteerd is. De toepassing van volle platen zou hiervoor eveneens geschikt zijn, maar dan eisen de wanden meer massa op. Het model wordt uitgebreid naar twee verdiepingen onder volgende gekozen voorwaarden:

- de verdiepingshoogte h bedraagt 40 cm
- de staven zijn uit aluminium vervaardigd: $E_y = 70\,GPa$
- de eerste plaat weegt 2 kg, de bovenplaat heeft een massa van 1.5 kg omdat de TMD nadien nog voor extra massa zal zorgen.

De resterende onbekende om de eigenfrequenties te kunnen berekenen, is de buigstijfheid I_x van het profiel om de zwakke as, welke afhangt van de sectie. Staven met dikte 3 mm mogen ten hoogste 2 cm breed zijn om nog aan de voorwaarde van de eigenfrequenties te voldoen. Om de staven door middel van een hoekprofiel aan de vloerplaten te bevestigen, lijkt 2 cm breedte weinig om een goede inklemming te kunnen realiseren. Een breder profiel impliceert dat de dikte moet afnemen tot 2 mm. In dit geval mag een staaf tot 7.5 cm breed zijn. Uitvoeringstechnisch gezien is 4 cm voldoende, er wordt dan ook voor deze waarde gekozen. De traagheidsmomenten bedragen in dit geval $I_x = 2.666667\,10^{-11}\,m^4$ en $I_y = 4.5\,10^{-9}\,m^4$ zodat volgende stijfheden gelden: $k_y = 262.5\,N/m$ en $k_x = 59062.5\,N/m$. Met $l_x = 15\,cm$ en $l_y = 31\,cm$ bedraagt de torsiestijfheid (5.1) voor één verdieping in dit geval $k_\theta = 5682\,Nm$ (cfr. $k_\theta = 19\,Nm$ in het geval van de vier ronde staven). De grootste eigenfrequentie is 7.13 Hz.

5.2.2 Knikberekening

Onder invloed van een centrische belasting kunnen staven knikken eens de belasting boven een kritieke waarde komt. Omwille van de slankheid van de profielen is het raadzaam om de knikweerstand te controleren. De knikvorm van de staaf is de S-vorm die ook wordt aangenomen bij de vervorming van de staven onder invloed van de excitatie. Het is logisch dat het onderste deel van de staaf eerder zal knikken doordat dit deel de belasting draagt van beide vloerplaten. De kniklengte l_k die voor dergelijke vorm beschouwd moet worden is deze van één verdiepingshoogte. Elke staaf draagt een kwart van de totale belasting. Als elke vloerplaat 2 kg weegt en rekening wordt houden met het eigengewicht van de staven en een gebruiksbelasting, kan men aannemen dat elke staaf ongeveer 2 kg zal dragen. De berekening is gebaseerd op [14].

breedte	$b = 0.04\,m$	dikte	$d = 0.002\,m$
sectie	$A = 8\,10^{-5}\,m^2$		
E-modulus	$E_y = 70\,10^9\,Pa$	vloeigrens	$f_y = 180\,10^6\,Pa$

traagheidsstraal	$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = 5.7735\,10^{-4}\,m$
slankheid	$\lambda = \frac{l_k}{i} = 692.82$
relatieve slankheid	$\lambda' = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{\frac{f_y}{E_y}} = 11.18299$
vloeinormaalkracht:	$N_p = A\,f_y$
dimensieloze drukkracht	$\nu = \frac{N}{N_p} = \frac{1}{\lambda'^2} = 0.0079962$
toegestane knikbelasting	$N_u = \nu\,N_p = 115.15\,N$
karakteristieke waarde	$N_k = 76.76\,N$
toegestane massa	$m = 7.8\,kg$

De gevonden waarde stemt overeen met de kritische Eulerlast $N_{cr} = \frac{\pi^2\,E_y\,I_x}{l_k^2}$. Dit komt doordat in de berekening de knikkromme van Euler werd aangenomen. Deze kromme leidt voor lagere relatieve slankheden tot een overschatting van de kniklast maar omwille van de grote slankheid van de profielen zal de werkelijke kniklast slechts weinig verschillen van de kniklast volgens Euler. Het materiaal zal bezwijken door knikken en niet door vloeien zodat de waarde van de vloeigrens van ondergeschikt belang is. De berekening toont dat er met betrekking tot knikken voldoende veiligheid is zodat het $P\Delta$-effect, waarbij de vervorming versterkt wordt door de excentriciteit van de drukkracht, niet te vrezen valt.

5.2.3 Toelaatbare spanning

Om de werkelijke eigenfrequenties van het systeem te achterhalen wordt een sweep-signaal aangelegd. Dit is een sinusoïdaal signaal met constante amplitude waarvan de frequentie geleidelijk toeneemt. Telkens een eigenfrequentie bereikt wordt, zal resonantie optreden waardoor de uitwijkingen erg groot worden en het model zwaar belast wordt. Het is belangrijk dat ook bij resonantie de spanningen beperkt blijven zodat de elastische theorie blijft gelden. De laagste eigenfrequentie van het gebouw zal bepalend zijn omdat de vloerplaten zich hierbij in dezelfde richting bewegen. Het systeem heeft een zekere tijd nodig om bij de resonantiefrequentie haar uitwijking te laten toenemen. Door deze tijd te beperken kunnen de spanningen onder de vloeispanning gehouden worden. De normaalkracht in de staven, veroorzaakt door het gewicht van de platen, zorgt voor een uniforme drukspanning $\sigma = \frac{N}{A} = 0.24525\,MPa$. Deze waarde is verwaarloosbaar ten opzichte van de vloeigrens. Buigspanning en moment zijn door volgende betrekking gekoppeld:

$$\sigma = \frac{M_x\,y}{I_x} \tag{5.2}$$

waarin y de afstand in de staaf tot de neutrale lijn voorstelt. De maximale spanning vindt men in de uiterste vezel voor $y = \frac{d}{2} = 1\,mm$. In [10] wordt een vuistregel vermeld ter beperking van de spanningen:

$$\sigma_{max} = 10^{-3}\,E_y = 70\,MPa \tag{5.3}$$

Met deze waarde speelt men inderdaad op veilig. De equivalente statische kracht $f_{S0}(t)$ bepaalt op elk tijdstip de uitwendige kracht die ter hoogte van de vloerplaten moet aangebracht worden om ze een uitwijking gelijk aan $q(t)$ te geven. Ze wordt gedefinieerd door:

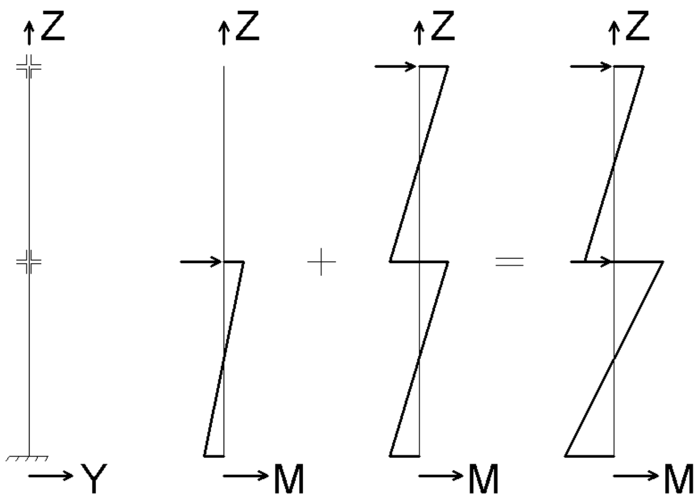
$$f_{S0}(t) = K\,q(t)$$

$$\begin{bmatrix} f_{S0,1} \\ f_{S0,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\,k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

$$f_{S0,1} = 2\,k\,q_1 - k\,q_2 = k\,(2\,q_1 - q_2)$$

$$f_{S0,2} = -k\,q_1 + k\,q_2 = k\,(q_2 - q_1)$$

Het maximale moment zal optreden op halve hoogte, aan de inklemming met de eerste vloerplaat. Dit kan eenvoudig afgeleid worden door middel van superpositie van de momentenlijnen ten gevolge van de individuele krachten (figuur 5.2).



Figuur 5.2: Momentenlijnen

Het moment in deze knoop bedraagt dan:

$$M_x = \frac{k\,(2\,q_1 - q_2)\,h}{2} + k\,(q_2 - q_1)\,h = k\,h\,\frac{q_2}{2} \tag{5.4}$$

Substitutie in (5.2) laat toe de maximale verplaatsing te bepalen waarbij σ_{max} bereikt wordt:

$$q_{2,max} = \frac{h^2\,10^{-3}}{3\,d} = 0,026667\,m \tag{5.5}$$

In [3] wordt voor een ééndimensionaal systeem $m\,\ddot{q}(t) + k\,q(t) = f(t) = m\,x_0\,\omega^2\,\cos(\omega\,t)$ volgende formule aangereikt die de tijd aangeeft waarna de resonantieamplitude $q(t)$ wordt bereikt als

$\omega = \omega_n$:

$$q(t) = \frac{x_0\,\omega_n\,t}{2}\,\sin(\omega_n\,t) \tag{5.6}$$

met ω_n de resonantiefrequentie en x_0 de amplitude van het aangelegde signaal. Deze formule kan niet zonder meer voor het model met 2 vrijheidsgraden worden toegepast. Met de methode van Galerkin kunnen we evenwel het model reduceren tot één vrijheidsgraad. Hierbij wordt opnieuw gesteld dat het systeem trilt in de eerste mode:

$$\begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix} = q = e_1\,P(t) \tag{5.7}$$

De nieuwe coördinaat van het gereduceerde model is P(t). Door (5.7) te substitueren in de basisvergelijkingen voor potentiële en kinetische energie en virtuele arbeid van de niet-conservatieve krachten (zie [8]) vindt men de equivalente karakteristieken van het nieuwe model:

$$m_{eq}\,\ddot{P}(t) + c_{eq}\,\dot{P}(t) + k_{eq}\,P(t) = f_{eq}\,x_0\,\omega^2\,\cos(\omega\,t) \tag{5.8}$$

met $m_{eq} = e_1'\,M\,e_1$, $k_{eq} = e_1'\,K\,e_1$, $c_{eq} = e_1'\,C\,e_1$ en $f_{eq} = M \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e_1$. Zonder de demping te beschouwen herleidt (5.8) zich tot een analoge vorm als de modelvergelijking waarvoor (5.6) geldig is. De maximaal toegelaten resonantieamplitude van dit model is gekend (5.7): $P_{max} = \frac{q_{2,max}}{e_{12}}$ zodat de vergelijking naar de onbekende tijd kan opgelost worden:

$$q_{2,max} = e_{12}\,\frac{f_{eq}\,x_0\,\omega_n\,t}{2}\,\sin(\omega_n\,t) \tag{5.9}$$

Tabel (5.1) toont de toegelaten duur in functie van de amplitude.

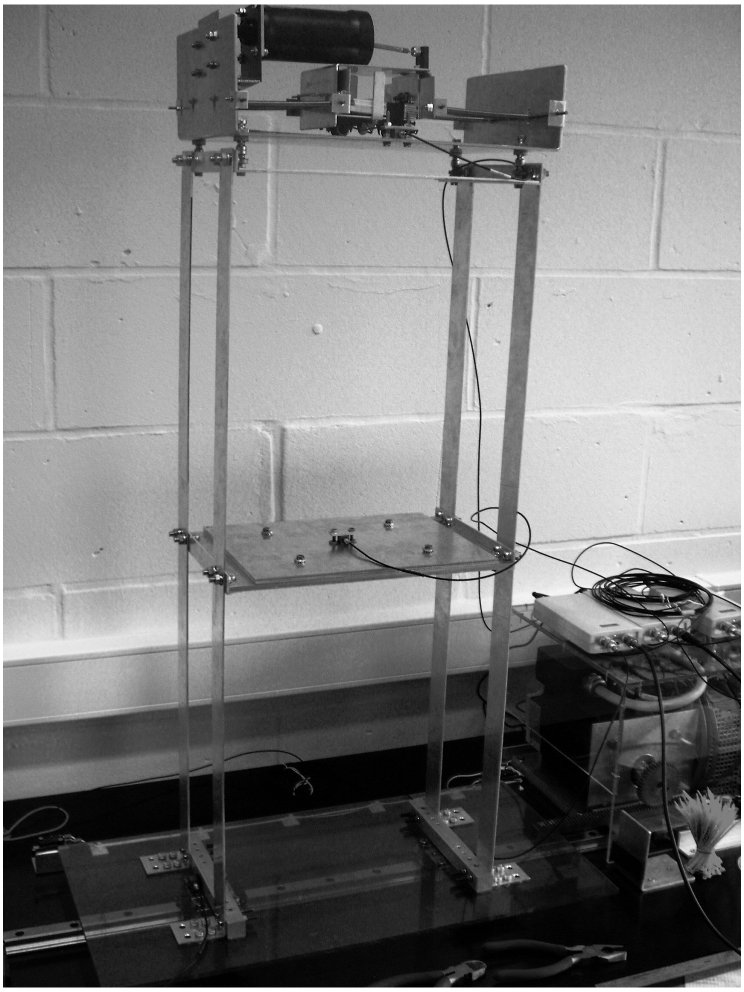
x_0 [m]	0.005	0.010	0.015	0.020	0.025
t [s]	0.737	0.386	0.373	0.367	0.120

Tabel 5.1: Toegelaten resonantieduur

Veronachtzaming van de demping leidt tot een onderschatting van deze tijd.

5.2.4 Constructieschema

Het raamwerk wordt afgebeeld in figuur (5.1). De staven werden onderaan omgeplooid en vastgezet op de bewegende plaat. Om de inklemming te verbeteren, werden ze met bouten bevestigd aan een aluminium balkje aan de binnenzijde. De hoogte van de eerste verdieping neemt hierdoor af met 1,5 cm, zodat de stijfheid er toeneemt. De vloerplaten worden door hoekprofielen verbonden met de staven. Figuur 5.3 toont het gerealiseerde model. De gerealiseerde massa



Figuur 5.3: Proefopstelling

van de vloerplaten, inclusief bouten en hoekprofielen, bedraagt $m_1 = 2.053\,kg$, $m_{2,a} = 0.554\,kg$ (basisplaat en ondersteuning) en $m_{2,b} = 1.346\,kg$ (passieve massa). De passieve massa omvat een gebogen plaat met opstaande uiteinden, de geleiding van de TMD en de demper. Zodus bedraagt de totale massa van het gebouw $m_{gebouw} = 3.953\,kg$.

5.2.5 Theoretische karakteristieken van het hoofdsysteem

Het hoofdsysteem wordt gedefinieerd door volgende matrices:

$$M = \begin{bmatrix} 2.053 & 0 \\ 0 & 1.9 \end{bmatrix} kg; \qquad K = \begin{bmatrix} 2970.1 & -1400 \\ -1400 & 1400 \end{bmatrix} N/m$$

De theoretische eigenfrequenties die hiermee overeenstemmen zijn $\omega_{1,theorie} = 2.7522\,Hz$ en $\omega_{2,theorie} = 6.9091\,Hz$ en de modale matrix is:

$$E = \begin{bmatrix} 0.3667 & 0.5938 \\ 0.6172 & -0.3812 \end{bmatrix}$$

De amplitudeverhouding bedraagt 0.5942 voor de eerste mode en 1.5576 voor de tweede. De modale participatiefactoren (2.12) zijn $\mu_1 = 1.9257$ en $\mu_2 = 0.4947$ en geven aan dat de eerste mode in grotere mate bijdraagt tot de totale responsie.

5.3 Experimentele modellering

Dat theorie en praktijk wel eens van elkaar durven afwijken, hoeft niet meer bewezen te worden. Daarom is het nuttig de karakteristieken van het model op experimentele basis te achterhalen. Om het toeval uit te sluiten, worden telkens enkele metingen uitgevoerd die nadien uitgemiddeld worden.

Er bestaan verschillende methodes om uit de meetdata een bodediagram te distilleren. Zonder in detail te gaan, kan dit uitgaande van de opgemeten versnelling van de eerste of de tweede vloerplaat en de geregistreerde snelheid van de motor („bodeA.m" in bijlage A). De eigenfrequenties die hieruit volgen zijn realistisch en per meting komt de amplitudeverhouding tussen beide vloerplaten goed overeen met de theorie. Om meerdere metingen te kunnen uitmiddelen treedt echter het probleem op dat de absolute waarde van de amplitudeversterking dusdanig varieert dat bij het vergelijken van verschillende meetcampagnes de resultaten fout geïnterpreerd worden. Een alternatieve methode bestaat erin met een bijkomende accelerometer de versnelling van de bodemplaat eveneens op te meten. De verhouding van de fouriertransformatie van het ingangssignalen tot het uitgangssignaal bepaalt hun transferfunctie waarvan het bodediagram getekend kan worden („bodeB.m").

Het uitmiddelen van verschillende metingen kan op twee manieren gebeuren. Enerzijds kunnen de tijdsignalen uitgemiddeld worden en wordt het gemiddelde signaal onderworpen aan transformatie. Anderzijds kan men van ieder tijdsignaal het bodediagram bepalen en deze uitmiddelen in de frequentieruimte. Beide technieken worden courrant toegepast. Om tijdsignalen uit te middelen moeten de reeksen dezelfde duur hebben. Hierbij bestaat het risico dat door een ongelukkige keuze van het startpunt de signalen elkaar compenseren of versterken waardoor een vertekend beeld gegeven wordt.

5.3.1 Verificatie van het model

Indien de stijfheid ongewijzigd blijft en de massa van beide vloerplaten met eenzelfde factor toeneemt, uit dit zich in een afname van de eigenfrequenties met de vierkantswortel van deze factor. Op deze manier kan het model gecontroleerd worden, onafhankelijk van de overige parameters. Tabel (5.2) vat deze controle samen. De eigenfrequenties uit meting werden van bodediagramma afgelezen na uitmiddelen van het tijdsverloop van vijf datasets. Hun verhouding komt goed overeen met de theoretische verhouding.

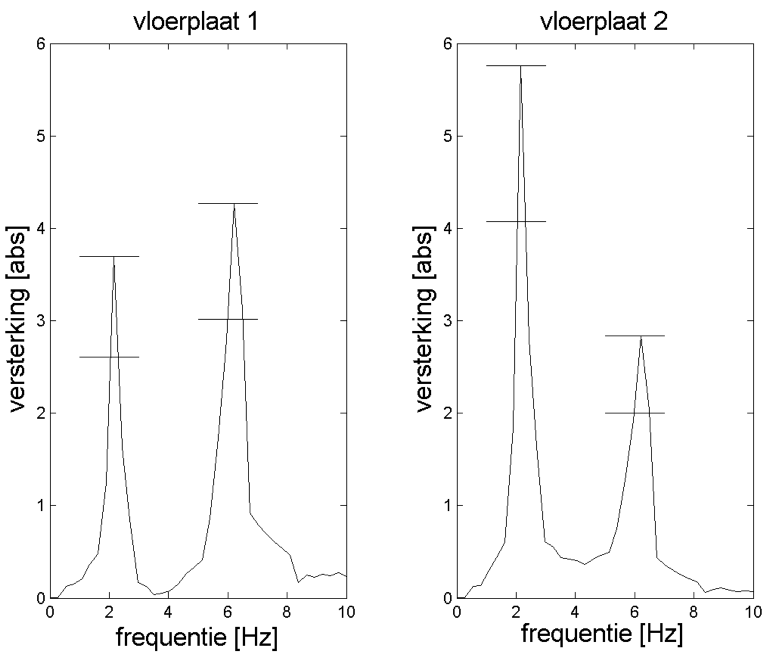
meting	m_1 [kg]	m_2 [kg]	$\omega_{1,meting}$ [Hz]	$\omega_{2,meting}$ [Hz]	$\omega_{1,theorie}$ [Hz]	$\omega_{2,theorie}$ [Hz]
A	2.053	0.554	2.9000	7.613	3.7909	9.2890
B	3.298	0.890	2.2857	6.000	2.9910	7.3288
A/B			1.268	1.268	1.267	1.267

Tabel 5.2: Controle frequentieverhouding

5.3.2 Karakteristieken van het hoofdsysteem

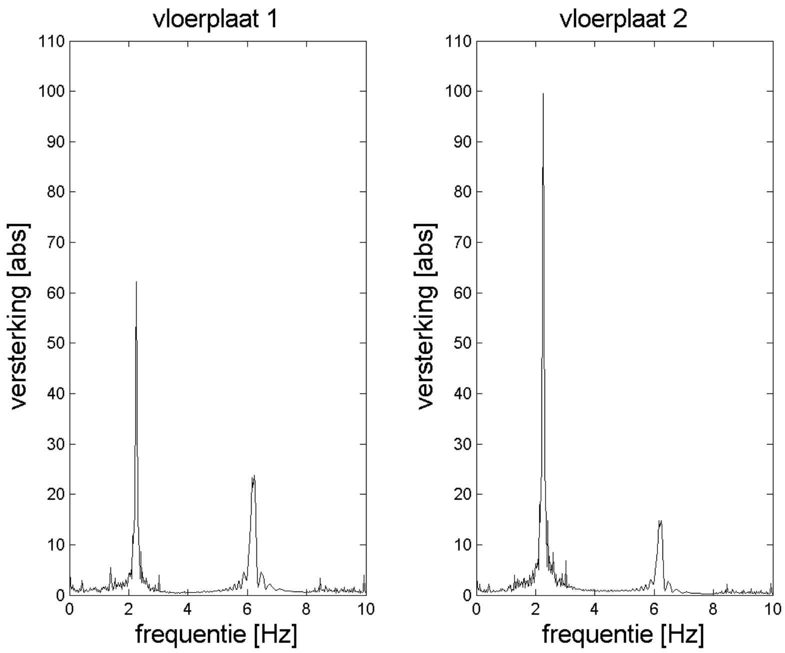
Eigenfrequentie en amplitudeverhouding

De werkelijke eigenfrequenties werden bepaald door het raamwerk met behulp van een sweepsignaal in resonantie te brengen. Er werden tien metingen uitgevoerd waarvan de bodediagramma volgens de twee methoden werden opgesteld en nadien uitgemiddeld (figuur 5.4 en 5.5).



Figuur 5.4: Uitgemiddelde bodediagramma via „bodeA.m”

Tabel 5.3 vergelijkt de gemeten eigenfrequenties en amplitudeverhoudingen met de theoretische. Door de onregelmatige piek in de tweede mode (bodeB.m) is de amplitudeverhouding minder nauwkeurig te bepalen.



Figuur 5.5: Uitgemiddelde bodediagramma via „bodeB.m"

	mode 1		mode 2	
oorsprong	ω_1 [Hz]	amplitudeverhouding [-]	ω_2 [Hz]	amplitudeverhouding [-]
theorie	2.7522	0.5942	6.9091	1.5576
bodeA.m	2.1622	$\frac{3.6924}{5.7567} = 0.6414$	6.2162	$\frac{4.2671}{2.8361} = 1.5046$
bodeB.m	2.2697	$\frac{62.2019}{99.5339} = 0.6249$	6.1875	$\pm\frac{21.44}{13.57} = 1.58$

Tabel 5.3: Natuurlijke frequenties

De theoretische waarden van de natuurlijke frequenties liggen hoger dan deze die uit de meting volgen. Oorzaken hiervoor kunnen zijn:

- fouten bij de meting of bij de manier waarop de software data verwerkt

  Door de meting meermaals uit te voeren is de kans op fouten klein, tenzij het systematische fouten zijn.

- het verwaarlozen van de massa van de staven

  De massa van de staven hebben slechts een klein effect op de eigenfrequenties. In het geval van een éénzijdig ingeklemde balk met een topmassa wordt met een equivalente massa gerekend door bij de topmassa $\frac{33}{140} \approx 0.25$ van de massa van de balk te rekenen. Een indicatieve berekening waarbij aan het model bij elke vloerplaat het gewicht van één halve staaf wordt toegevoegd, toont dat de frequenties slechts met $0.1\,Hz$ dalen.

- de aanname van de waarde voor de elasticiteitsmodulus E_y

  De elasticiteitsmodulus is niet exact gekend. Door het raamwerk te kantelen kan men de statische vervorming ten gevolge van een gekende kracht, namelijk het eigengewicht van de vloerplaten, opmeten. Uit de relatie $f_{S0} = K\,q$ volgt de elasticiteitsmodulus. Hieruit blijkt dat de aanname van 70 GPa van de juiste grootte-orde is. De methode is echter gevoelig voor afwijkingen op de opgemeten doorbuiging. Een fout van 1 mm geeft al gauw 5 GPa tot 10 GPa verschil.

- vormfouten in het raamwerk

- de realisatie van de inklemming en hieraan gekoppeld de aanname van de vervormingslijn van de staven

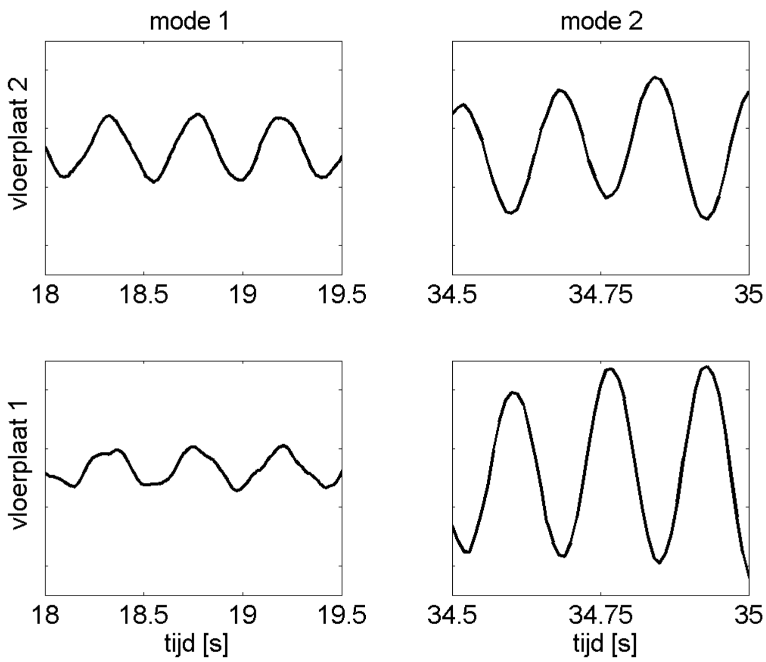
  De theorie gaat uit van een perfecte inklemming aan de basis en ter hoogte van de vloerplaten zodat men mag aannemen dat de staven vervormen volgens een S-vorm. De gerealiseerde inklemmingen zullen nooit perfect zijn, zodat de werkelijke vervormingslijn van de staven verschilt van de theoretische en de stijfheid van het raamwerk overschat wordt.

De modale matrix toont dat beide vrijheidsgraden in de eerste mode in fase bewegen en in de tweede mode in tegenfase. Dit kan geverifieerd worden door het tijdsverloop van de versnelling van beide vloerplaten gedurende eenzelfde meting met elkaar te vergelijken (figuur 5.6). Hiertoe worden tijdvensters beschouwd waarin het raamwerk in resonantie treedt volgens een van beide modes.

Dempingsverhouding

In een SDOF-hoofdsysteem kan de dempingsverhouding eenvoudig bepaald worden door het systeem te onderwerpen aan een stap-functie of een kortstondige schokbelasting. Enkel de demping is dan verantwoordelijk voor de afname van de trillingsamplitude. Uit het logaritmisch decrement van de afname kan de dempingsverhouding afgeleid worden doordat men mag aannemen dat het systeem volgens haar enige mode trilt. Voor meerdere vrijheidsgraden ligt de complexiteit een stuk hoger. Daarom past men „peak-picking" toe op het bodediagram. Voor elke eigenfrequentie ω_i bepaalt men de amplitudeversterking welke men deelt door $\sqrt{2}$. Bij deze gereduceerde versterking horen twee frequenties $\omega_{i,a}$ en $\omega_{i,b}$. Een benadering voor de dempingsverhouding van de overeenkomstige mode vindt men uit:

$$\zeta_i = \frac{|\omega_{i,b} - \omega_{i,a}|}{2\,\omega_i} \tag{5.10}$$



Figuur 5.6: Modale trillingsvorm: fase en tegenfase

Deze methode werd toegepast op figuur 5.4 omwille van de bredere pieken waarbij de horizontale strepen de amplitudereductie vertolken. Doordat voor elke vloerplaat een bodediagram beschikbaar is, kan de methode herhaald worden en de dempingsverhouding uitgemiddeld worden (tabel 5.4). Op deze manier komt men tot volgende gemiddelde waarden: $\zeta_1 = 0.0636$ en $\zeta_2 = 0.0416$.

	vloerplaat 1 (V1)			vloerplaat 2 (V2)		
mode i	$\omega_{i,a}$	$\omega_{i,b}$	ζ_i	$\omega_{i,a}$	$\omega_{i,b}$	ζ_i
1	2.0245	2.3039	0.0646	2.0458	2.3162	0.0626
2	5.9877	6.4997	0.0412	5.9707	6.4912	0.0419

Tabel 5.4: Dempingsverhouding via peak-picking

De precisie van deze hoge waarden valt toch in vraag te stellen aangezien het raamwerk bij proeven lang blijft natrillen.

Met deze waarden kan een dempingsmatrix gevonden worden door te stellen dat hij een lineaire combinatie is van de massamatrix en de stijfheidsmatrix zodat de proportionele demping behouden blijft (analoge bewijsvoering als voor (2.11)).

$$C = a_1\, M + a_2\, K \tag{5.11}$$

$$C_p = E'\, C\, E = 2 \begin{bmatrix} \zeta_1 & 0 \\ 0 & \zeta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 \\ 0 & \omega_2 \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

Uit de identificatie van de diagonaalelementen in (5.12) volgt:

$$a_1 = 1.933673426$$
$$a_2 = 0.8905185511\,10^{-3}$$

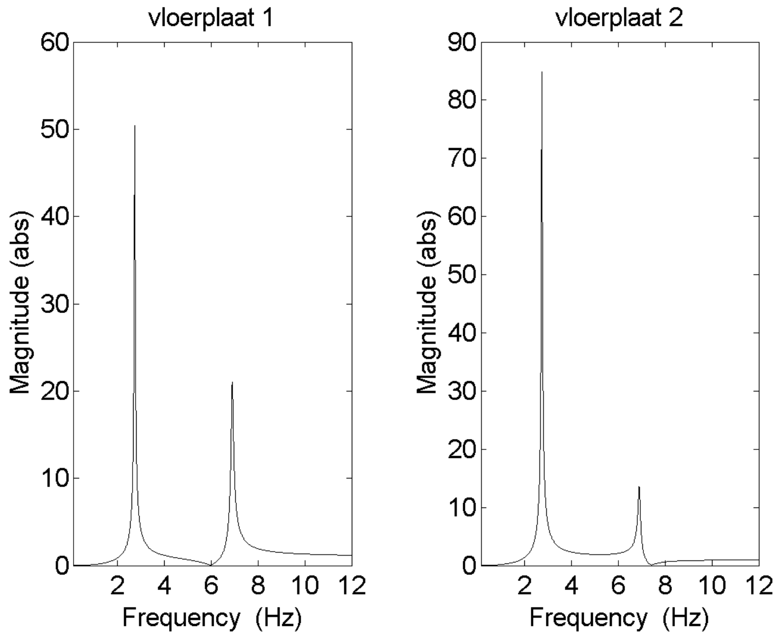
In het Matlab-model werd een simulatie uitgevoerd met als excitatie de opgemeten grondversnelling van de bodemplaat van het raamwerk. Hieruit blijkt dat de dempingsverhoudingen inderdaad veel te hoog zijn. De gesimuleerde trillingsamplitude bedraagt slechts enkele millimeters en de trilling dooft na het beëindingen van de excitatie quasi onmiddelijk uit. Dit strookt niet met de werkelijkheid. Als alternatieve methode werd het raamwerk onderworpen aan een harmonisch signaal met een discrete frequentie waarvan ondersteld wordt dat het een van de natuurlijke frequenties is. Op deze manier trilt het raamwerk volgens één van de twee modes zodat na beëinigen van de excitatie de afname van de trilling een maat is voor de de modale dempingsverhouding. Opnieuw zal dit een benadering zijn. Uit het logartimisch decrement Λ_i van de afnemende trilling volgt de dempingsverhouding [2]:

$$\Lambda_i = \frac{2\,\pi\,\zeta_i}{\sqrt{1-\zeta_i^2}} \tag{5.13}$$

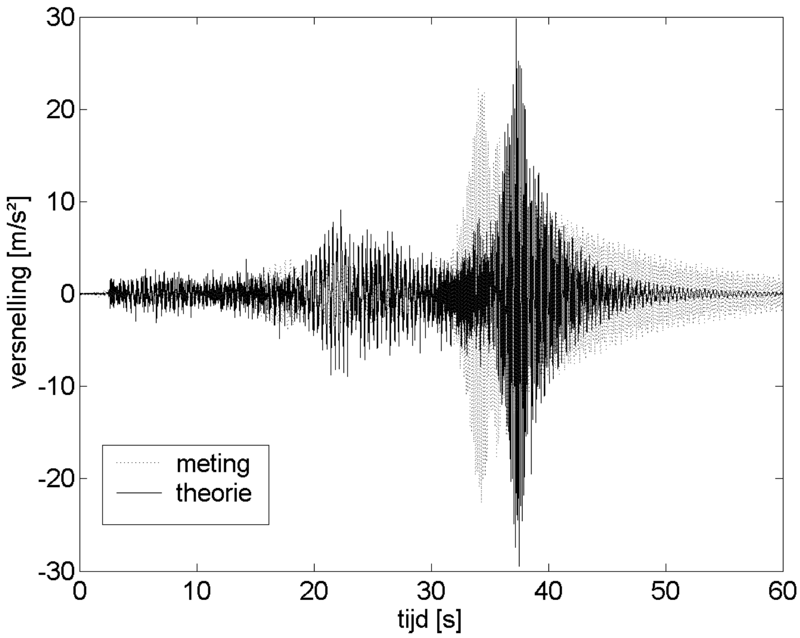
Op deze manier werd voor de dempingsverhouding $\zeta_1 = 0.0018$ en $\zeta_2 = 0.00247$ gevonden. De simulatie toont nu aan dat deze waarden te laag zijn doordat de gesimuleerde versnelling dubbel zo groot is als de geregistreerde. Daarom wordt een compromis gezocht tussen beide situaties en worden beide verhoudigen $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.007$ gesteld. Hierbij volgt uit het model een aanvaardbare versnelling en trilt het systeem langer na. De overeenkomstige factoren in (5.11) om de dempingsmatrix C op te stellen zijn $a_1 = 0.1731752859$ en $a_2 = 0.2306111344\,10^{-3}$. Figuur 5.7 toont het theoretische bodediagram dat bij deze dempingsmatrix hoort. Hierbij bemerkt men goede overeenkomsten met het experimenteel bepaald bodediagram (figuur 5.5). In figuur 5.8 wordt de geregistreerde versnelling van de eerste vloerplaat (volle lijn) vergeleken met de theoretische versnelling (grijze streeplijn). Hierop is goed te zien hoe de theoretische frequenties een overschatting zijn, daar de resonantiepieken later optreden dan in het gemeten signaal. De aangenomen demping is aanvaardbaar, doch de versnelling wordt iets overschat.

5.4 Ontwerp van het hulpsysteem

De TMD (figuur 5.9) bestaat uit een karretje met het onderstel van een speelgoedtreintje dat over een rail heen en weer kan bewegen. De veren langs beide zijden zorgen voor de terugroepende kracht. De beschikbare veerconstanten zijn $10\,N/m$ en $30\,N/m$, met een foutenmarge van $10\,\%$. Het karretje wordt verbonden met een zuiger die binnenin de demper kan bewegen. De demper



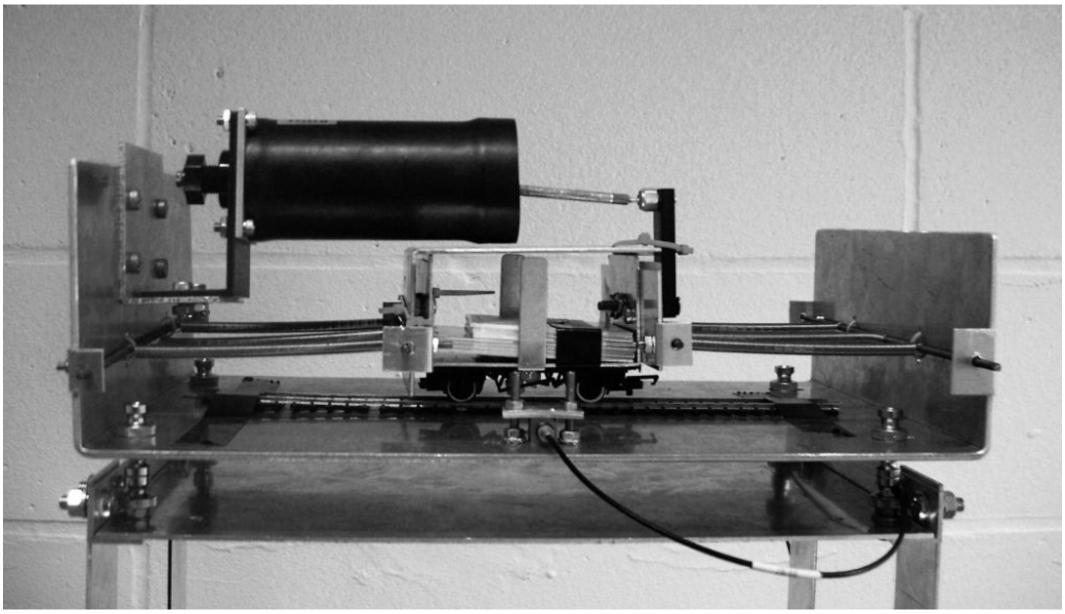
Figuur 5.7: Theoretisch bodediagram



Figuur 5.8: Vergelijking van het versnellingssignaal

is van het type „Airpot 2KS444" en heeft een regelbaar bereik tussen 0 en 7000 $N\,s/m$ door middel van een schroef (bijlage B).

Aangezien aardbevingen de grootste frequentie-inhoud bezitten bij lage eigenfrequenties en de



Figuur 5.9: Gerealiseerde TMD

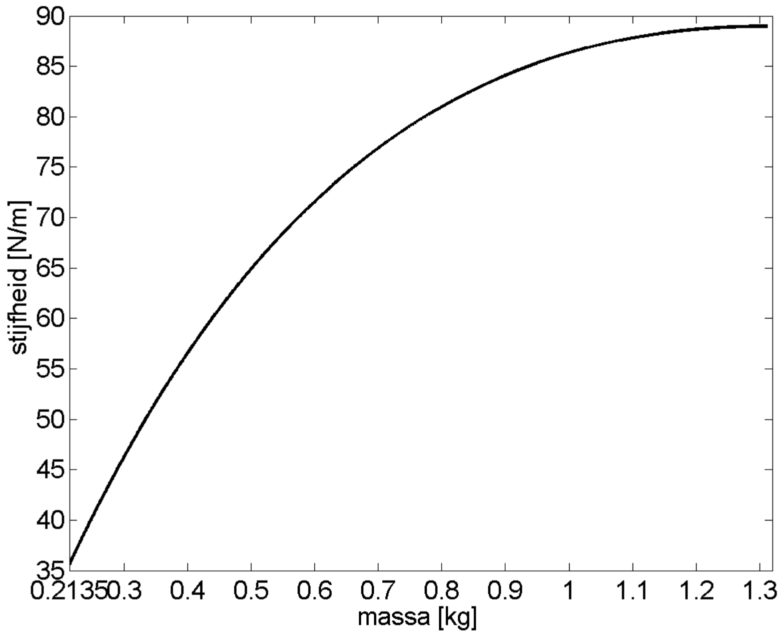
modale participatiefactor van de eerste mode duidelijk groter is dan deze van de tweede mode, lijkt het aangewezen om de TMD te ontwerpen voor de eerste mode ($\omega_1 = 2.2697\,Hz$). De basisformules hiervoor zijn (3.16). Om te voorkomen dat de TMD reeds bij aanvang foutief wordt afgesteld, wordt meteen met de opgemeten eigenfrequentie gewerkt. De TMD wordt op de tweede vloerplaat geplaatst zodat de vormvector e_1 genormeerd wordt naar zijn tweede element, zoals beschreven in sectie 3.3. Zo vindt men voor de modale massa voor de eerste mode:

$$e_{1,norm} = \begin{bmatrix} 0.5942 \\ 1.0000 \end{bmatrix} \tag{5.14}$$

$$M_p(1) = e'_{1,norm}\, M\, e_{1,norm} = 2.6248\,kg \tag{5.15}$$

De massa van de TMD, dit is alle actieve of bewegende massa, wordt uitgedrukt in verhouding tot de modale massa door $\mu = \frac{m_a}{2.6248}$. In de demper zit een zuiger die heen en weer beweegt en dus tot de actieve massa behoort. Doordat deze zuiger niet uit de demper kan, wordt hij bij het bepalen van de amplitudes van het ongedempte raamwerk vastgezet, waardoor hij bij de passieve massa moet gerekend worden. Daarom wordt er bij verdere metingen mét de TMD een plaatje aan de bovenbouw toegevoegd, met dezelfde massa als die van de zuiger, zodat de passieve massa ongewijzigd blijft. Samen met het karretje vormt de zuiger de minimale massa van de TMD. Deze minimale massa bedraagt $m_{a,min} = 0.2135\,kg$. Er kan nog massa worden toegevoegd door middel van plaatjes.

Door (3.14) in functie van m_a voor te stellen, ziet men welke configuraties mogelijk zijn om de TMD te ontwerpen (figuur 5.10) Hieruit volgt dat de veerconstante ten hoogste 89 N/m



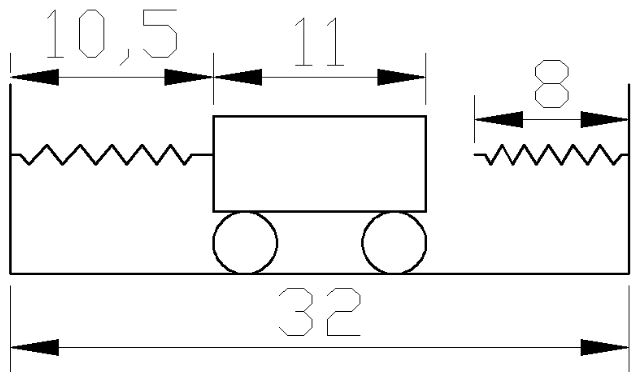
Figuur 5.10: Verband tussen m_a en k_a

mag bedragen om binnen het optimaal ontwerp te blijven. Omwille van de stabiliteit van het karretje is het wenselijk om minstens vier veren te voorzien, die symmetrisch ten opzichte van de bewegingsrichting worden geplaatst. Rekening houdend met de beschikbare veren zijn de mogelijke configuraties vier veren of zes veren van 10 N/m. De overeenstemmende massa is 0.247 kg respectievelijk 0.438 kg. Tabel 5.5 geeft een overzicht van de configuraties en de toe te voegen massa.

configuratie	k_a [N/m]	m_a [kg]	ω_a [Hz]	$m_a - m_{a,min}$ [kg]	$\gamma_m = \frac{m_a}{m_{gebouw}}$ [-]
K40	40	0.247	2.025	0.033	0.0625
K60	60	0.438	1.863	0.224	0.1108

Tabel 5.5: Mogelijke configuraties

Om deze veerkracht te kunnen handhaven is het noodzakelijk dat de veren constant onder spanning blijven. Het karretje mag dus niet te veel bewegen, anders zou het tegen volledig ingedrukte veren botsen en een extra kracht uitoefenen op de constructie. De beschikbare lengte tussen de opstaande wanden van de bovenbouw bedraagt 0.32 m. Het karretje is 0.11 m lang, zodat langs elke zijde 0.105 m ingenomen wordt door de uitgerokken veren. Hierbij wordt uitgegaan van identieke veren. In rust hebben de veren een lengte van 0.08 m. Dit betekent dat het karretje heen en weer mag bewegen met een maximale amplitude van $0.025\,m$. Figuur 5.11 illustreert deze redenering.



Figuur 5.11: Toegestane beweging van de TMD

Via (3.15) vindt men de optimale dempingsparameter van de TMD. Tabel 5.6 toont de berekening voor de twee weerhouden configuraties. De optimale waarden zijn erg laag in verhouding

configuratie	μ [-]	α_{opt} [-]	$\zeta_{a,opt}$ [-]	c_a [N s/m]
K40	0.09410	0.89223	0.18397	1.15639
K60	0.16687	0.82046	0.24189	2.47927

Tabel 5.6: Optimale dempingsconstante

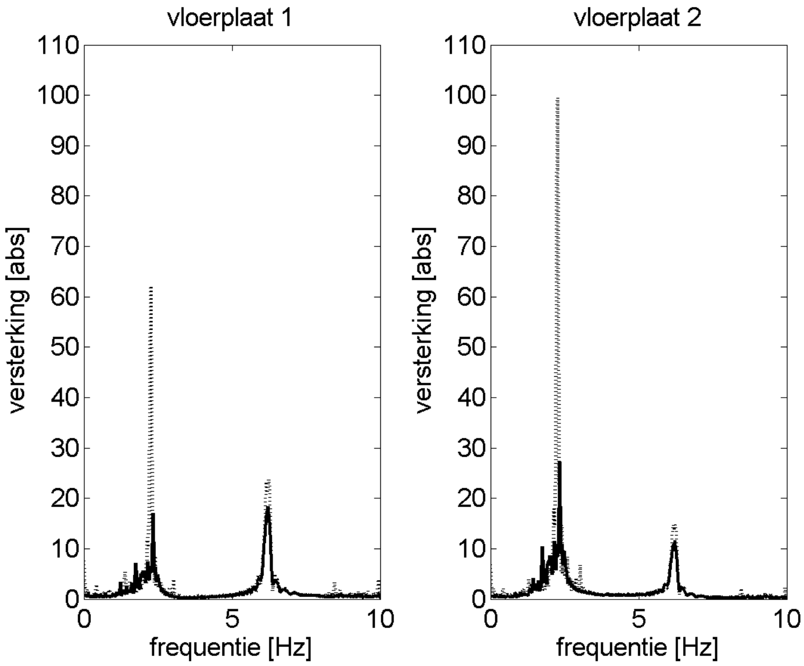
tot het bereik van de demper. Daarom wordt de schroef volledig uit het toestel gedraaid, zodat een minimale demping door de luchtweerstand gerealiseerd wordt.

5.5 Implementatie van de TMD

Met een sweep-signaal kan de efficiëntie van de TMD het best geverifieerd worden doordat het raamwerk geleidelijk over een brede frequentieband wordt geëxciteerd. Nadien wordt het systeem onderworpen aan twee signalen die representatief zijn voor geregistreerde aardbevingen: El Centro en Big Bear.

5.5.1 Sweep

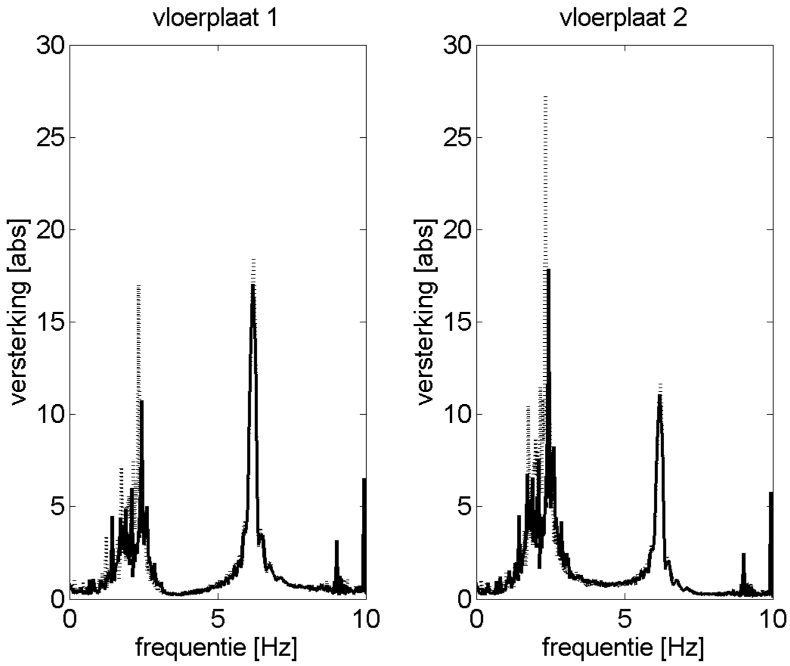
Uit de efficiëntiestudie is gebleken dat de TMD beter presteert naarmate zijn massa wordt opgevoerd. Van beide configuraties valt dus te verwachten dat K60 de beste is. Figuur 5.12 laat zien hoe configuratie K40 (volle lijn) het bodediagram van de ongedempte situatie (puntlijn)



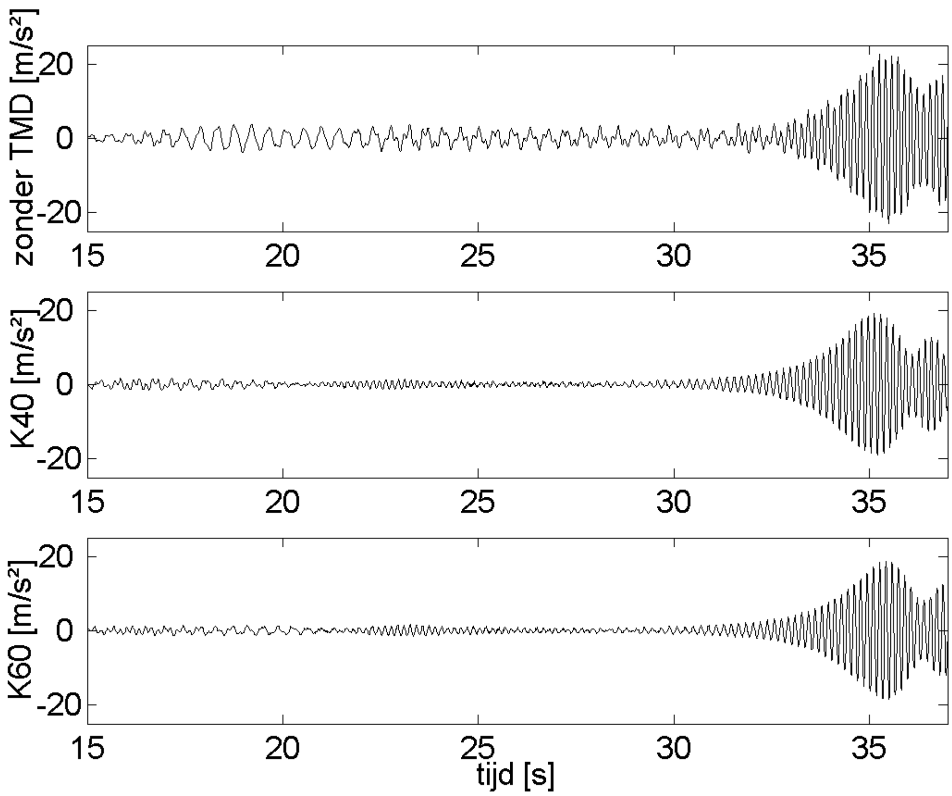
Figuur 5.12: Efficiëntie configuratie K40

beïnvloedt. Wegens de methode waarmee de bodediagramma worden opgesteld, is het moeilijk om de twee theoretische pieken, één ten gevolge van de TMD en één bij de gewijzigde eerste eigenfrequentie, duidelijk te herkennen. Toch blijft het effect niet onopgemerkt. De piek van de eerste mode wordt sterk gereduceerd en die van de tweede mode in mindere mate, wat logisch is doordat de TMD op de eerste mode is afgesteld. In figuur 5.13 worden beide configuraties met elkaar vergeleken (K60 in volle lijn, K40 in puntlijn). Zoals verwacht presteert K60 nog beter dan K40.

Een tweede controle gebeurt door de geregistreerde versnellingssignalen met elkaar te vergelijken, zodat men meer zekerheid heeft over de juistheid van de meetdata en de kans op foute interpretatie verkleint. Zo blijkt uit figuur 5.14 dat de versnelling inderdaad afneemt. Hierin wordt telkens de absolute versnelling van de eerste vloerplaat getoond. Doordat het resultaten uit verschillende metingen betreft, kunnen de signalen maximaal één seconde ten opzichte van elkaar verschoven zijn. Dit belemmert de interpretatie van de figuur niet. Om een beter beeld te krijgen, werd voor de tien metingen van iedere configuratie (ongedempt-K40-K60) de maximale versnelling in beide modes bepaald en nadien uitgemiddeld, zoals in tabel 5.7 wordt getoond. Aangezien de excitatiefrequentie geleidelijk toeneemt zijn beide modes duidelijk te onderscheiden in het versnellingssignaal. De resultaten volgen dezelfde trend. De eerste mode wordt sterker beïnvloed dan de tweede en configuratie K60 scoort beter dan K40.



Figuur 5.13: Vergelijking K40-K60



Figuur 5.14: Vergelijking absolute versnelling van vloerplaat 1

	mode 1		mode 2	
configuratie	V1	V2	V1	V2
zonder TMD	4.2	5.8	22.9	15.1
K40	1.8	2.2	19.0	12.1
K60	1.7	1.9	18.8	12.0

Tabel 5.7: Maximale absolute versnelling $[m/s^2]$

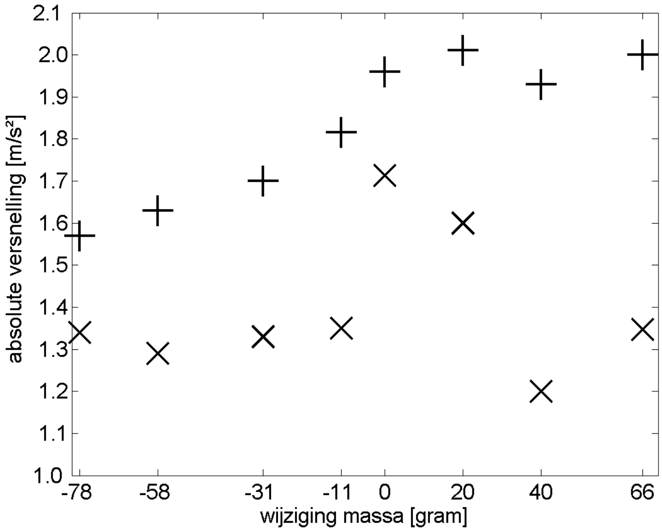
Optimalisatie

Doordat het raamwerk inherente demping bezit, is een optimalisatie van de ontwerpparameters vereist. Numeriek kan dit gedetailleerd gebeuren, maar voor de praktische opstelling is men gebonden aan enkele beperkingen. De theoretisch optimale demping is in verhouding tot het bereik van de demper dermate laag, dat het aandraaien van de schroef onmiddellijk tot een sterk overgedempte TMD leidt, zodat zijn prestaties afnemen. Enkele proeven bevestigden deze stelling. De afstelfrequentie van de TMD kan wel aangepast worden, zowel door in te spelen op de massa als op de stijfheid. Om de prestatie van een TMD objectief te kunnen vergelijken, is het wenselijk om zijn massa constant te houden. Uit de theorie en uit simulaties is immers gebleken dat de TMD voor dezelfde afstelfrequentie efficiënter werkt naarmate zijn massa toeneemt. Zodus rest enkel nog de stijfheid, die op haar beurt beperkt wordt door de beschikbare veren. Er worden twee nieuwe configuraties beschouwd, waarvan de gemiddelde maximale absolute versnelling werderom bepaald wordt (tabel 5.8). Hieruit blijkt dat configuratie S40, waarbij

	parameters				mode 1		mode 2	
configuratie	k_a [N/m]	m_a [kg]	ω_a [Hz]	c_a [N s/m]	V1	V2	V1	V2
S40	40	0.438	1.521	2.479	1.7	2.7	19.1	12.1
S120	120	0.438	2.634	2.479	1.4	2.0	18.2	11.8

Tabel 5.8: Maximale absolute versnelling bij gewijzigde stijfheid $[m/s^2]$

de eigenfrequentie van de TMD daalt, geen verbetering oplevert. Configuratie S120 werkt daarentegen wel gunstig. Door verdubbeling van de veerconstante, neemt de eigenfrequentie van de TMD met factor $\sqrt{2}$ toe. Tot slot wordt het effect van een variabele massa beschouwd, waarbij aan de configuratie K60 massa wordt toegevoegd of ontnomen. Het effect op de absolute versnelling tijdens de eerste mode wordt in figuur 5.15 geïllustreerd voor beide vloerplaten (x voor de eerste, + voor de tweede). De tweede mode blijft nagenoeg gelijk en wordt daarom niet getoond. Uit de figuur volgt geen eenduidig verband. Toch blijkt de efficiëntie te verbeteren



Figuur 5.15: Maximale absolute versnelling bij variabele massa

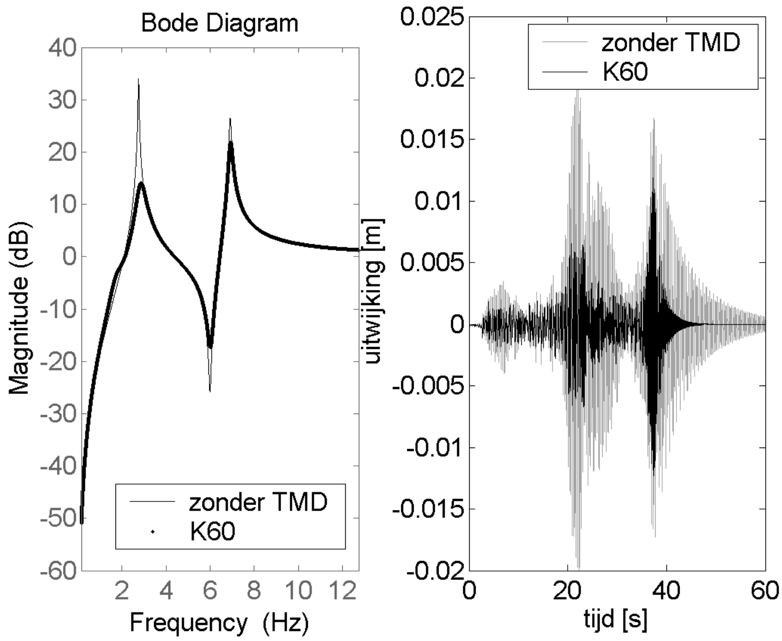
naarmate de massa afneemt, waardoor de natuurlijke frequentie van de TMD dus toeneemt.

In tabel 5.9 wordt weergegeven hoe de verschillende configuraties presteren volgens het theoretisch model. Door de aanname van de dempingsconstanten zijn de versnellingen groter. Afgezien van dit gegeven is de reductie ten gevolge van de verschillende configuraties onmiskenbaar. Aangezien de theoretische eigenfrequentie hoger ligt dan de afstelfrequentie van de TMD is deze reductie nog niet optimaal. Dit blijkt uit figuur 5.16 waarin het effect van configuratie

	mode 1		mode 2	
configuratie	V1	V2	V1	V2
zonder TMD	9.11	13.30	29.82	18.37
K40	6.22	7.87	26.87	17.18
K60	5.57	7.33	24.96	16.06
S40	5.72	7.20	25.36	16.07
S120	5.89	7.75	24.48	16.12

Tabel 5.9: Theoretische maximale absolute versnelling $[m/s^2]$

K60 op het bodediagram en het verplaatsingsprofiel van de eerste vloerplaat wordt getoond. In het bodediagram is het verschil tussen de piek van de TMD en de gereduceerde piek van de eerste mode te groot. Toch wordt de theoretische verplaatsing reeds goed beheerst.



Figuur 5.16: Theoretisch effect van K60 op de eerste vloerplaat

5.5.2 El Centro en Big Bear

Het tijdsverloop van de grondversnelling ten gevolge van El Centro werd reeds in figuur 2.3 getoond. De motor wordt via software (Workbench) door de driver (Mintdrive) gestuurd door middel van de opgelegde verplaatsing die verkregen werd na tweevoudige integratie van het versnellingssignaal. Een representatief ingangssignaal betekent nog niet dat de bodemplaat effectief dit signaal correct ondergaat. Dit hangt namelijk af van de regelkring die continu de fout tussen de gevraagde positie en de werkelijke positie tracht bij te sturen. De finetuning van de verschillende parameters van de regelkring is een omslachtig karwei. Er werd naar een compromis gezocht tussen twee belangrijke aspecten. Enderzijds moet de motor voldoende snel kunnen reageren om het grillige karakter van de aardbeving te kunnen simuleren, anderzijds moet hij voldoende weerstand bieden tegen het koppel dat door het trillend raamwerk wordt overgebracht. De instelparameters, alsook het verplaatsingsprofiel van El Centro en Big Bear, worden ter info in bijlage C gegeven. Omwille van de complexiteit van de regelkring zal geen enkel signaal exact hetzelfde zijn, zoals twee aardbevingen in werkelijkheid ook nooit dezelfde zullen zijn. Deze onregelmatigheid bemoeilijkt het vergelijkingsproces. Toch zal het gemiddelde resultaat een globale indruk geven.

Voor beide aardbevingen werden de meest gunstige configuraties van de TMD voor het sweep-signaal getest. Anders dan voor dit sweep-signaal kunnen de twee modes niet meer duidelijk onderscheiden worden in het versnellingssignaal. Vandaar dat de maximale versnelling van het gehele signaal vergeleken wordt. In tabel 5.10 wordt de stijfheid van de TMD theoretisch numeriek geoptimaliseerd voor het opgemeten ingangssignaal van EL Centro voor de massa uit configuratie K60: $m_a = 0.438$. Voor $\gamma_{alpha} = 1.42$ wordt zowel de maximale uitwijking van de eerste vloerplaat als de maximale versnelling van de tweede geminimaliseerd. De stijfheidsconstante die hiermee overeenstemt is $k_a = 120.91\,N/s$. Configuratie S120 zou dus het best moeten presteren.

tuning		verplaatsing [cm]		versnelling [m/s^2]	
γ_α	α	V1	V2	V1	V2
zonder	TMD	1.2034	0.9945	10.4772	10.6549
1.0000	0.8205	0.7037	0.6596	8.2552	9.4035
1.1000	0.9025	0.6487	0.6043	8.0618	9.1934
1.2000	0.9846	0.6023	0.5527	7.9062	8.9291
1.3000	1.0666	0.5639	0.5104	7.7910	8.6314
1.4000	1.1486	0.5269	0.4916	7.7492	8.3318
1.4100	1.1569	0.5234	0.4910	7.7480	8.3030
1.4200	1.1651	0.5223	0.4906	7.7466	8.2966
1.4300	1.1733	0.5268	0.4905	7.7449	8.3122
1.4500	1.1897	0.5349	0.4907	7.7405	8.3412
1.5000	1.2307	0.5522	0.4947	7.7229	8.3989

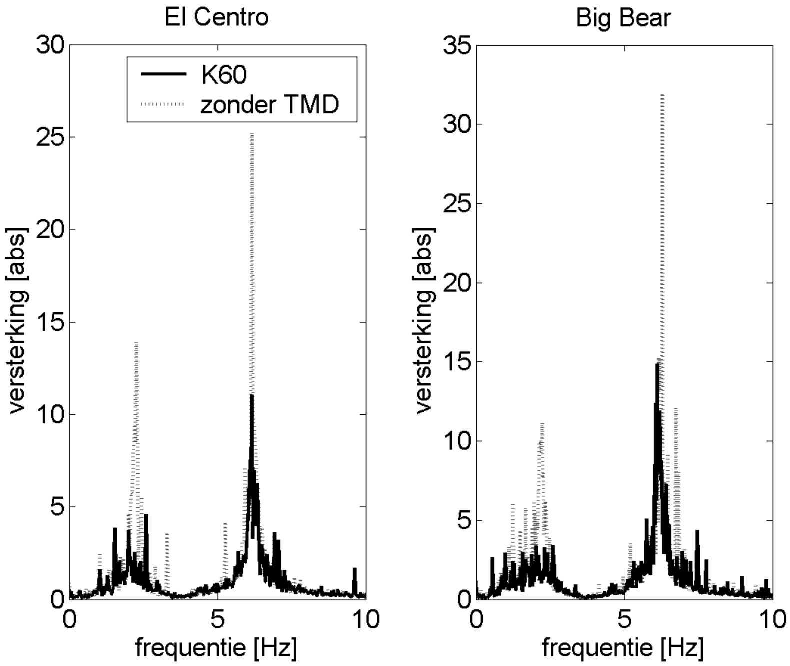
Tabel 5.10: Theoretische optimalisatie van de TMD

De frequentie-inhoud van de responsie op de excitatie (figuur 5.17) bij configuratie K60 is sterk afgenomen. Tabel 5.11 geeft een overzicht.

	El Centro				Big Bear			
	meting		theorie		meting		theorie	
configuratie	V1	V2	V1	V2	V1	V2	V1	V2
zonder TMD	2.99	3.24	10.82	11.26	5.07	5.01	10.30	13.04
K60	2.44	2.14	8.42	9.44	4.43	3.69	9.33	9.50
S120	2.19	1.89	7.79	8.44	3.75	3.74	9.43	9.99

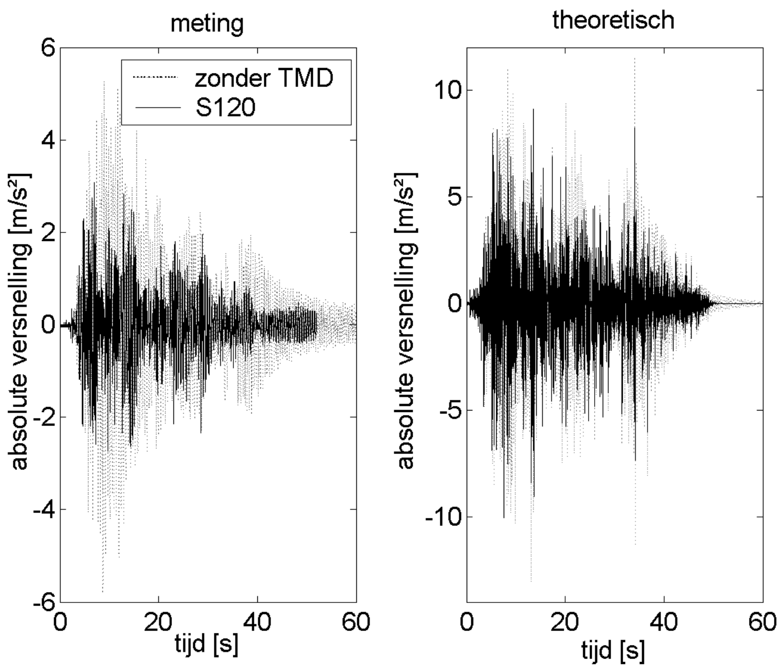
Tabel 5.11: Maximale absolute versnelling [m/s^2]

Voor Big Bear werd configuratie S120 met 78 gram verminderd omdat de uitwijking van het karretje te groot was. Zowel praktijk als theorie tonen aan dat de configuraties voor beide



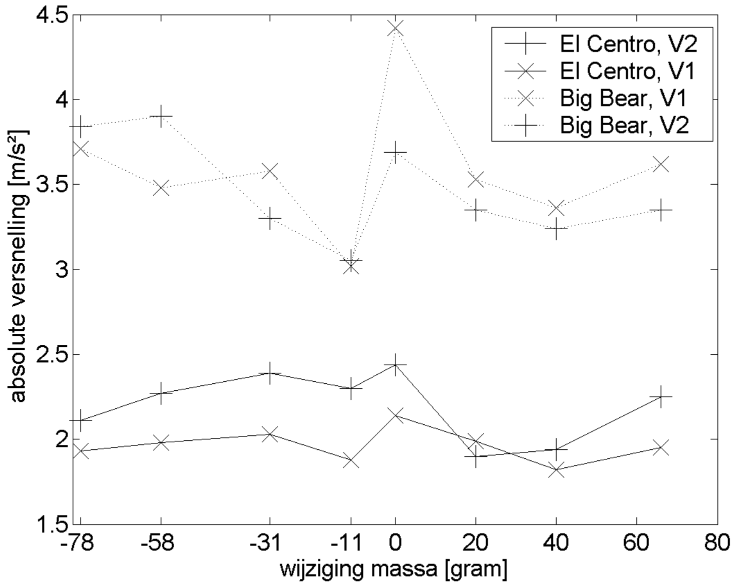
Figuur 5.17: Frequentie-inhoud van de responsie van de eerste vloerplaat bij K60

aardbevingen tot een reductie van de maximale versnelling leiden. In figuur 5.18 wordt dit voor Big Bear geïllustreerd. Tot slot werd opnieuw het effect van een gewijzigde massa in configuratie



Figuur 5.18: Efficiëntie van S120 op de tweede vloerplaat

K60 beproefd (figuur 5.19). Voor El Centro wordt de TMD efficiënter als zijn massa toeneemt met 20 of 40 gram. Bij Big Bear is een afname van de massa met 11 gram dan weer gunstig.



Figuur 5.19: Maximale absolute versnelling bij variabele massa

5.6 Besluit en perspectieven

Uit experimenten is gebleken dat de theoretische eigenfrequenties een overschatting zijn van de werkelijkheid. Dit kan verholpen worden door een betere benadering van de trillingsvorm van het raamwerk, bijvoorbeeld met rekstrookjes, zodat de fout in de stijfheidsmatrix beperkt wordt. Hiermee kent men ook onmiddelijk de verplaatsing van de vrijheidsgraden. De parameter die de grootste hindernis vormt, is de dempingsconstante. Deze valt theoretisch moeilijk in te schatten en de praktijk biedt geen bevredigende methodes. Ook de dempingsconstante van de TMD is niet exact gekend. Hierdoor is het moeilijk om aan de hand van het theoretisch model een goede optimalisatie van de TMD uit te voeren. De experimentele optimalisatie kon daarentegen wel met succes worden uitgevoerd. De aangereikte ontwerpformules leiden meteen tot een behoorlijke trillingscontrole, zowel voor het sweep-signaal als voor beide aardbevingen. Met de beschikbare middelen kon het ontwerp telkens verder verbeterd worden tot de theoretisch voorspelde configuratie. Niettegenstaande het theoretisch model niet exact is, volgt het voor de experimenteel bepaalde ontwerpen wel dezelfde trend wat de reductie van de versnellingsamplitude en de frequentie-inhoud van de responsie betreft. In een volgende stap kan de demper in meer duurzame materialen worden uitgevoerd, en ligt het pad geëffend voor een actieve controle.

Bijlage A

Matlabcode

earthquake.m

Het versnellingssignaal wordt opgebouwd en de frequentie-inhoud geplot. De data wordt uit een datamatrix „ELCENTRO"gelezen in „ELCENTROCHOPRA.m".

```
simtijd=60; %duur van de simulatie [s]
sampletijd=0.02; %[s]
eqtijd=0:sampletijd:31.18; %tijdvector signaal
ELCENTROCHOPRA; %datamatrix (195x8)
elcentro=[0]; %datareeks start op 0.02, op t=0 is versnelling 0
%matrix omzetten naar vector
for k=1:194
    elcentro=[elcentro,ELCENTRO(k,1:8)];
end;
eq=[elcentro,ELCENTRO(195,1:7)]'*9.81; %versnelling in [m/s^2]
ingang_eq=[eqtijd' eq]; %ingang van toestandsmodel

%frequentie-inhoud (volgens practicum)
DT=sampletijd;
y=fft(eq); m=abs(y);
p=unwrap(angle(y));
f=(0:length(y)-1)/DT/length(y);
figure(1)
plot(f,m)
```

Analoog wordt in „earthquakesweep.m", „earthquakeec.m" en „earthquakebb.m" het ingangssignaal opgebouwd met de opgemeten versnelling van de bodemplaat $[m/s^2]$ in „metingSWEEP.m", „metingEC.m" of „metingBB.m".

```
simtijd=60; %[s]
sampletijd=0.01; %[s]
eqtijd=0:sampletijd:39;
metingSWEEP;
eq=SWEEPmeting(:,2);
ingang_eq=[eqtijd' eq];
```

gegevensgebouw.m

Hierin worden M, K en C opgesteld, de modale matrix, eigenfrequenties, dempingsverhoudingen berekend en de bodeplots gemaakt.

```
%_______________
%%8 verdiepingen
%verdiepingen=8;
%massas=[345.6 345.6 345.6 345.6 345.6 345.6 345.6 345.6]*1000; %[kg]
%stijfheden=[340 326 285 269 243 207 16.9 137]*10^6; %[N/m]
%propdemp=0.0014; %evenredigheidsfactor voor proportionele demping
%________________
%% 6 verdiepingen
verdiepingen=6;
massas=[8 8 8 8 8 8]*10^6;
stijfheden=[10 9 8 7.5 5.5 4.5]*10^9;
propdemp=0.0014; %evenredigheidsfactor voor proportionele demping
%___________
%%proefstand
%verdiepingen=2;
%massas=[2.053 1.9]; %[kg]
%h1=0.385; %[m]
%h2=0.4; %[m]
%Emod=70*10^9; %[N/m^2]
%I=0.04*0.002^3/12 %[m^4]
%k1=48*Emod*I/h1^3
%k2=48*Emod*I/h2^3
%stijfheden=[k1 k2];
%propdemp=0.0015; %evenredigheidsfactor voor proportionele demping
%_________________________________________________________________

%matrices opstellen
for i=1:verdiepingen
    Massa(i,i)=massas(i);
end
Stijfheid(1,1)=stijfheden(1)+stijfheden(2);
Stijfheid(1,2)=-stijfheden(2);
for i=2:(verdiepingen-1)
    Stijfheid(i,i)=stijfheden(i)+stijfheden(i+1);
    Stijfheid(i,i-1)=-stijfheden(i);
    Stijfheid(i,i+1)=-stijfheden(i+1);
end
Stijfheid(verdiepingen,verdiepingen)=stijfheden(verdiepingen);
Stijfheid(verdiepingen,verdiepingen-1)=-stijfheden(verdiepingen);

%Demping=.1731752859*Massa+.2306111344e-3*Stijfheid %PROEFSTAND
Demping=propdemp*Stijfheid %andere gevallen
```

```
%modale analyse
[E W]=eig(Stijfheid,Massa);
E
eigenfreqHZ=sqrt(sum(W))/(2*pi)

Cp=E'*Demping*E;
Z=1/2*Cp*inv(sqrt(W));
zeta=diag(Z)'

%bodeplot
rang=rank(Massa);
syms s
vectC=eye(rang);
vectB=ones(rang,1);
Hc=vectC*inv(Massa*s^2+Demping*s+Stijfheid)*(-Massa)*vectB*s^2;
for ii=1:rang
    [n(ii,1),d(ii,1)]=numden(Hc(ii,1));
    a(ii,:)=sym2poly(n(ii,1));
    b(ii,:)=sym2poly(d(ii,1));
    G(ii,1)=tf(a(ii,:),b(ii,:));
end
vectW=1:0.001:80; %let op eigenfrequenties
figure(2)
for ii=1:rang
    subplot(ceil(rang/2),2,ii); bodemag(G(ii,1),'k',vectW);
end

%opmerking: MAGDB = 20*log10(MAG)

%kopie matrix voor ontwerp TMD
MASSA=Massa;
STIJFHEID=Stijfheid;
DEMPING=Demping;
```

zonderTMD.m

Het toestandsmodel wordt opgesteld, de simulatie uitgevoerd via „model.mdl”, het resultaat geplot en de absolute versnellingen bepaald via „versnel.mdl” (zie figuur).

```
%toestandsmodel
rang=rank(Massa);
Nul=zeros(rang,rang);
Mh=[-Stijfheid Nul;Nul Massa];
Kh=[Nul Stijfheid;Stijfheid Demping];

A=-1*inv(Mh)*Kh;
B0=zeros(1,rang); B1=ones(1,rang);
```

```
B=-[B0 B1]';
C=eye(2*rang);
D=zeros(2*rang,1);

%simulatie
sim('model')
uitgang_zonder=uitgang_eq;

%interfloor displacement
relverplzonder(:,1)=uitgang_zonder(:,1);
for ii=2:rang
    relverplzonder(:,ii)=uitgang_zonder(:,ii)-uitgang_zonder(:,ii-1);
end

%output
maxima_zonder=max(abs(relverplzonder))*100 %[cm]

vensters=ceil(rang/2);
figure(3)
for ii=1:(rang-2)
    subplot(vensters,2,ii); plot(0:sampletijd:simtijd,relverplzonder(:,ii),'k')
    title(ii)
    ylabel('uitwijking [m]')
end
for ii=(rang-1):rang
    subplot(vensters,2,ii); plot(0:sampletijd:simtijd,relverplzonder(:,ii),'k')
    title(ii)
    xlabel('tijd [s]')
    ylabel('uitwijking [m]')
end

%absolute versnellingen
for ii=1:rang
    relsnel(:,ii)=uitgang_zonder(:,rang+ii);
    ingangversnel=[[0:sampletijd:simtijd]' relsnel(:,ii)];
    sim('versnel');
    relversnel(:,ii)=uitgangversnel;
end
dimeq=[size(eq)];lengteeq=dimeq(1);
dimrelversnel=[size(relversnel)];lengterelversnel=dimrelversnel(1);
for ii=1:rang
    absversnel(1:lengteeq,ii)=eq+relversnel(1:lengteeq,ii);
    absversnel(lengteeq+1:lengterelversnel,ii)
     =relversnel(lengteeq+1:lengterelversnel,ii);
end
figure(4)
for ii=1:(rang-2)
```

```
    subplot(vensters,2,ii); plot(0:sampletijd:simtijd,absversnel(:,ii),'k')
    hold on
    plot(eqtijd,eq,'Color',[.65 .65 .65])
    hold off
    title(ii)
    ylabel('absolute versnelling [m/s^2]')
end
for ii=(rang-1):rang
    subplot(vensters,2,ii); plot(0:sampletijd:simtijd,absversnel(:,ii),'k')
    title(ii)
    hold on
    plot(eqtijd,eq,'Color',[.65 .65 .65])
    hold off
    xlabel('tijd [s]')
    ylabel('absolute versnelling [m/s^2]')
end
absversnelmax=max(abs(absversnel))
```

optimal.m

Een matrix wordt gegenereerd die toelaat het effect van de massa van de TMD op de responsie efficiënt te vergelijken.

```
mode=2; %te beheersen MODE
positie=6; %afhankelijk van mode
mlijst=[0.01 0.025 0.05 0.075 0.1 0.11 0.12 0.13 0.14 0.15 0.2];
%mlijst=[0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09 0.10 0.15];
factorf=1.00; %TUNING
factorz=1.00; %TUNING

V8M2P6(1,5:rang+4)=maxima_zonder;
for i=1:11
    factorm=mlijst(i);
    TMD; %instelparameters hier eerst UITSCHAKELEN
    geg=[];
    geg=[factorm mu fopt zdopt maxima_met];
    V8M2P6(i+1,:)=geg;
end
```

TMD.m

Hierin worden de parameters van de TMD bepaald

```
mode=1; %% te beheersen MODE
positie=6; %% afhankelijk van mode
factorm=0.05;%% KEUZE
factorf=1.02;%% TUNING
```

```
factorz=0.67;%% TUNING
%______________________

Emode=E(:,mode);%% vormvector van de mode
Emodenorm=Emode/Emode(positie);
Mmode=Emodenorm'*MASSA*Emodenorm; %% Modale massa
massa_gebouw=sum(sum(MASSA));
massa_TMD=factorm*massa_gebouw;
mu=massa_TMD/Mmode;

%% optimale parameters
fopt=1/(1+mu)*sqrt((2-mu)/2)*factorf;
zdopt=sqrt(3*mu/(8*(1+mu)))*sqrt(2/(2-mu))*factorz;

kopt=fopt^2*W(mode,mode)*massa_TMD;
copt=2*zdopt*fopt*sqrt(W(mode,mode))*massa_TMD;

md=massa_TMD;
kd=kopt;
cd=copt;

metTMD;
%% output naar optimal of voor verder optimalisatie:
%geg=[];
%geg=[factorm mu fopt zdopt relverpldmax]
%geg=[factorf fopt relverpldmax]
%geg=[factorz zdopt relverpldmax]
```

metTMD.m

Het model wordt uitgebreid, de eigenschappen van dit model berekend, een nieuwe simulatie uitgevoerd en de absolute versnelling bepaald

```
%oorspronkelijke matrices uitbreiden
Massa(rang+1,rang+1)=0;
Stijfheid(rang+1,rang+1)=0;
Demping(rang+1,rang+1)=0;

%matrices effect demper
Massad(rang+1,rang+1)=md;
Stijfheidd=zeros(rang+1,rang+1);
Stijfheidd(positie,positie)=kd;
Stijfheidd(positie,rang+1)=-kd;
Stijfheidd(rang+1,positie)=-kd;
Stijfheidd(rang+1,rang+1)=kd;
Dempingd=zeros(rang+1,rang+1);
Dempingd(positie,positie)=cd;
```

```
Dempingd(positie,rang+1)=-cd;
Dempingd(rang+1,positie)=-cd;
Dempingd(rang+1,rang+1)=cd;

%beide samentellen
Md=Massa+Massad;
Kd=Stijfheid+Stijfheidd;
Cd=Demping+Dempingd;

rangd=rank(Md);

%modale analyse
[Ed Wd]=eig(Kd,Md);
Ed;
eigenfreqHZd=sqrt(sum(Wd))/(2*pi);

%toestandsmodel
Nul=zeros(rangd,rangd);
Mh=[-Kd Nul;Nul Md];
Kh=[Nul Kd;Kd Cd];
A=-1*inv(Mh)*Kh;
B0=zeros(1,rangd); B1=ones(1,rangd);
B=-[B0 B1]';
C=eye(2*rangd);
D=zeros(2*rangd,1);

%simulatie
sim('model')
uitgang_met=uitgang_eq;

%interfloor displacement
relverplmet=[];
relverplmet(:,1)=uitgang_met(:,1);
for ii=2:rang
    relverplmet(:,ii)=uitgang_met(:,ii)-uitgang_met(:,ii-1);
end
relverpldmax=max(abs(relverplmet))*100 %[cm]

%absolute versnellingen
for ii=1:rang
    relsneld(:,ii)=uitgang_met(:,rangd+ii);
    ingangversnel=[[0:sampletijd:simtijd]' relsneld(:,ii)];
    sim('versnel');
    relversneld(:,ii)=uitgangversnel;
end
dimrelversneld=[size(relversneld)];lengterelversneld=dimrelversneld(1);
for ii=1:rang
```

```
    absversneld(1:lengteeq,ii)=eq+relversneld(1:lengteeq,ii);
    absversneld(lengteeq+1:lengterelversneld,ii)
     =relversneld(lengteeq+1:lengterelversneld,ii);
end
absversneldmax=max(abs(absversneld))
```

plotmetTMD.m

Plotten van de resultaten uit vorige code (bode en verplaatsingen).

```
%bodeplot
syms s
vectC=eye(rangd);
vectB=ones(rangd,1);
Hc=vectC*inv(Md*s^2+Cd*s+Kd)*(-Md)*vectB*s^2;
for ii=1:rangd
    [n(ii,1),d(ii,1)]=numden(Hc(ii,1));
    ad(ii,:)=sym2poly(n(ii,1));
    bd(ii,:)=sym2poly(d(ii,1));
    Gd(ii,1)=tf(ad(ii,:),bd(ii,:));
end
figure(5)
for ii=1:rang
    subplot(ceil(rang/2),2,ii);
    bodemag(G(ii,1),'k',vectW);
    hold on
    bodemag(Gd(ii,1),'k.',vectW)
    hold off
end

%% relatieve verplaatsingen
figure(6)
for ii=1:(rang-2)
    subplot(vensters,2,ii);
    plot(0:sampletijd:simtijd,relverplzonder(1:simtijd/sampletijd+1,ii),
     'Color',[.65 .65 .65]);
    hold on
    plot(0:sampletijd:simtijd,relverplmet(1:simtijd/sampletijd+1,ii),'k');
    hold off
    title(ii)
    ylabel('uitwijking [m]')
end
for ii=(rang-1):rang
    subplot(vensters,2,ii);
    plot(0:sampletijd:simtijd,relverplzonder(1:simtijd/sampletijd+1,ii),
     'Color',[.65 .65 .65]);
    hold on
```

```
    plot(0:sampletijd:simtijd,relverplmet(1:simtijd/sampletijd+1,ii),'k');
    hold off
    title(ii)
    xlabel('tijd [s]')
    ylabel('uitwijking [m]')
end

%% absolute versnellingen
figure(7)
for ii=1:(rang-2)
    subplot(vensters,2,ii); plot(0:sampletijd:simtijd,absversneld(:,ii),'k')
    hold on
    plot(eqtijd,eq','Color',[.65 .65 .65])
    hold off
    title(ii)
    ylabel('absolute versnelling [m/s^2]')
end
for ii=(rang-1):rang
    subplot(vensters,2,ii); plot(0:sampletijd:simtijd,absversneld(:,ii),'k')
    title(ii)
    hold on
    plot(eqtijd,eq','Color',[.65 .65 .65])
    hold off
    xlabel('tijd [s]')
    ylabel('absolute versnelling [m/s^2]')
end
```

metMTMD.m

Hiermee werd het effect van meerdere dempers bestudeerd. Enkel het opstellen van de parameters wordt meegegeven.

```
zetamd=0.01; %dempingsverhouding

% aantal dempers
aantald=11;
mmd=md/aantald;

%omegad=sqrt(kd/md);
omegad=sqrt(W(1,1));
Deltalpha=4.7; %TUNING
deltalpha=Deltalpha/(aantald-1);

kd1=(omegad-5*deltalpha)^2*mmd;
kd2=(omegad-4*deltalpha)^2*mmd;
kd3=(omegad-3*deltalpha)^2*mmd;
kd4=(omegad-2*deltalpha)^2*mmd;
```

```
kd5=(omegad-1*deltalpha)^2*mmd;
kd6=(omegad+0*deltalpha)^2*mmd;
kd7=(omegad+1*deltalpha)^2*mmd;
kd8=(omegad+2*deltalpha)^2*mmd;
kd9=(omegad+3*deltalpha)^2*mmd;
kd10=(omegad+4*deltalpha)^2*mmd;
kd11=(omegad+5*deltalpha)^2*mmd;
cd1=zetamd*2*mmd*sqrt(kd1/mmd);
cd2=zetamd*2*mmd*sqrt(kd2/mmd);
cd3=zetamd*2*mmd*sqrt(kd3/mmd);
cd4=zetamd*2*mmd*sqrt(kd4/mmd);
cd5=zetamd*2*mmd*sqrt(kd5/mmd);
cd6=zetamd*2*mmd*sqrt(kd6/mmd);
cd7=zetamd*2*mmd*sqrt(kd7/mmd);
cd8=zetamd*2*mmd*sqrt(kd8/mmd);
cd9=zetamd*2*mmd*sqrt(kd9/mmd);
cd10=zetamd*2*mmd*sqrt(kd10/mmd);
cd11=zetamd*2*mmd*sqrt(kd11/mmd);
```

Met deze parameters wordt het model op dezelfde manier uitgebreid als voor één TMD.

bodeA.m

```
Ts=0.01;
%kolom1=tijd,kolom2=motor,kolom3=vloerplaat0,kolom4=vloerplaat1
%kolom5=vloerplaat2

y3=detrend(data(:,4)); y2=detrend(data(:,5)); u=data(:,2);

[N,P]=size(u); p=10;
L=floor(N/p);
w=hamming(L);
U1=(1/L)*w'*w;
Suu=0;
Suy3=0;
Suy2=0;
for i=1:p
U=fft(u((i-1)*L+1:i*L).*w);
Y3=fft(y3((i-1)*L+1:i*L).*w);
Y2=fft(y2((i-1)*L+1:i*L).*w);
Suu=conj(U).*U/(L*U1)+Suu;
Suy3=conj(U).*Y3/(L*U1)+Suy3; %encoder 3
Suy2=conj(U).*Y2/(L*U1)+Suy2; %dus ook encoder 3
%Suy2=conj(U).*Y2/(L/U1)+Suy2; %encoder 2
end

Suu=(1/p)*Suu;
```

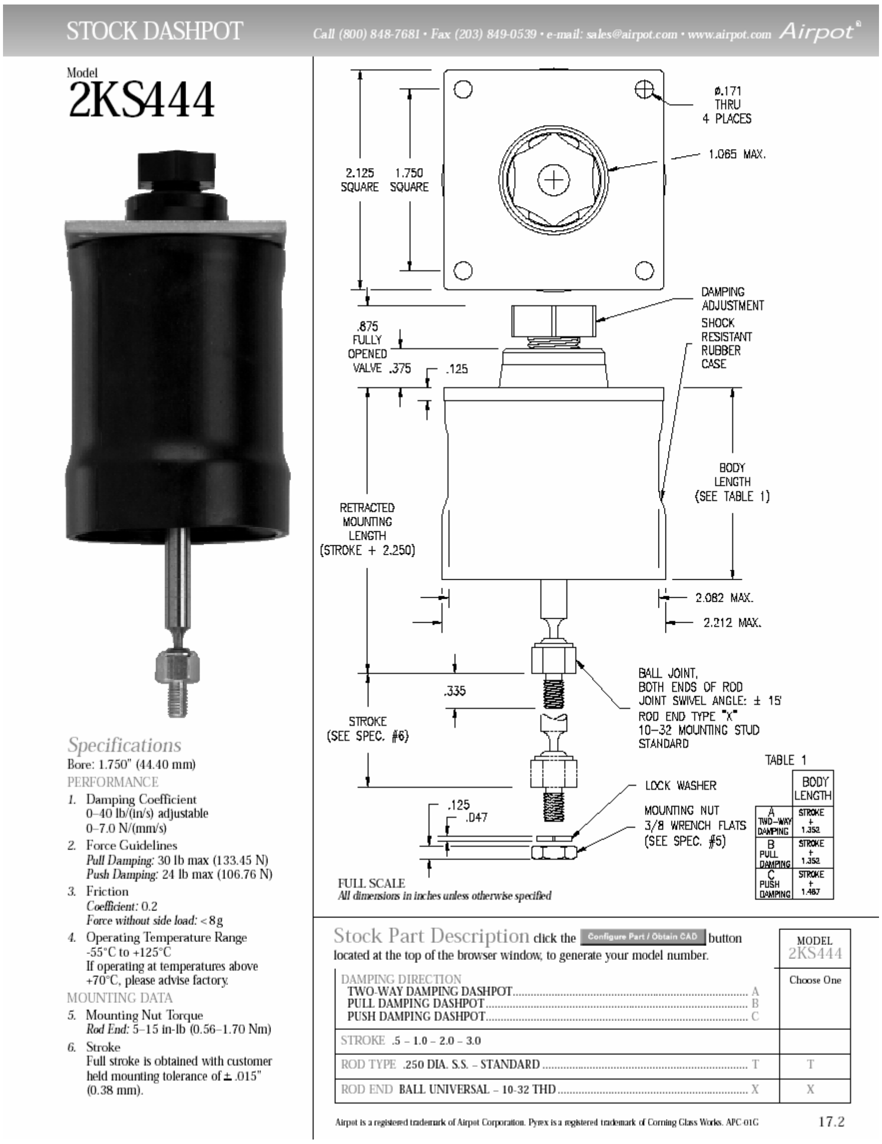
```
Suy3=(1/p)*Suy3;
Suy2=(1/p)*Suy2;

% Bode Diagram
figure(11);
tau=0:L/2-1;  % abs(w)<pi (Shannon theorem)
w=tau/(L*Ts);
ampl3=abs(Suy3./Suu);
    subplot(2,1,1); plot(w,ampl3(1:L/2)); grid;
    title('Bode Diagram by using periodogram (encoder3)');
    ylabel('Magnitude');
angl3=unwrap(angle(Suy3))*180/pi;
    subplot(2,1,2); plot(w,angl3(1:L/2));
    xlabel('Frequency (Hz)'); ylabel('Phase (deg)'); grid;
figure(12);
ampl2=abs(Suy2./Suu);
    subplot(2,1,1); plot(w,ampl2(1:L/2)); grid;
    title('Bode Diagram by using periodogram (encoder2)');
    ylabel('Magnitude');
angl2=unwrap(angle(Suy2))*180/pi;
    subplot(2,1,2); plot(w,angl2(1:L/2));
    xlabel('Frequency (Hz)'); ylabel('Phase (deg)'); grid;
```

bodeB.m

```
DT= 0.01; %Dit is de sample tijd van de meting;
data
uitgang2=detrend(data(:,5));
uitgang1=detrend(data(:,4));
ingang=detrend(data(:,3));

y2=fft(uitgang2);
my2=abs(y2);
p=unwrap(angle(y2));
y1=fft(uitgang1);
my1=abs(y1);
f=(0:length(y2)-1)/DT/length(y2);
u=fft(ingang);
mu=abs(u);

tfu_y2=my2./mu;
tfu_y1=my1./mu;

figure(3)
plot(f,tfu_y1)
figure(4)
plot(f,tfu_y2)
```

Bijlage B

Specificaties van de demper



STOCK DASHPOT — Call (800) 848-7681 • Fax (203) 849-0539 • e-mail: sales@airpot.com • www.airpot.com Airpot®

Model
2KS444

TABLE 1

	BODY LENGTH
A TWO-WAY DAMPING	STROKE + 1.352
B PULL DAMPING	STROKE + 1.352
C PUSH DAMPING	STROKE + 1.487

FULL SCALE
All dimensions in inches unless otherwise specified

Specifications
Bore: 1.750" (44.40 mm)

PERFORMANCE

1. Damping Coefficient
   0–40 lb/(in/s) adjustable
   0–7.0 N/(mm/s)
2. Force Guidelines
   Pull Damping: 30 lb max (133.45 N)
   Push Damping: 24 lb max (106.76 N)
3. Friction
   Coefficient: 0.2
   Force without side load: < 8 g
4. Operating Temperature Range
   -55°C to +125°C
   If operating at temperatures above +70°C, please advise factory.

MOUNTING DATA

5. Mounting Nut Torque
   Rod End: 5–15 in-lb (0.56–1.70 Nm)
6. Stroke
   Full stroke is obtained with customer held mounting tolerance of ± .015" (0.38 mm).

Stock Part Description click the Configure Part / Obtain CAD button located at the top of the browser window, to generate your model number.

	MODEL 2KS444
DAMPING DIRECTION TWO-WAY DAMPING DASHPOT .... A PULL DAMPING DASHPOT .... B PUSH DAMPING DASHPOT C	Choose One
STROKE .5 – 1.0 – 2.0 – 3.0	
ROD TYPE .250 DIA. S.S. – STANDARD .... T	T
ROD END BALL UNIVERSAL – 10-32 THD X	X

Airpot is a registered trademark of Airpot Corporation. Pyrex is a registered trademark of Corning Glass Works. APC-01G 17.2

Figuur B.1: Specificaties van de demper [1]

Bijlage C

Finetuning van de motor

Instelparameters

Position Control Terms

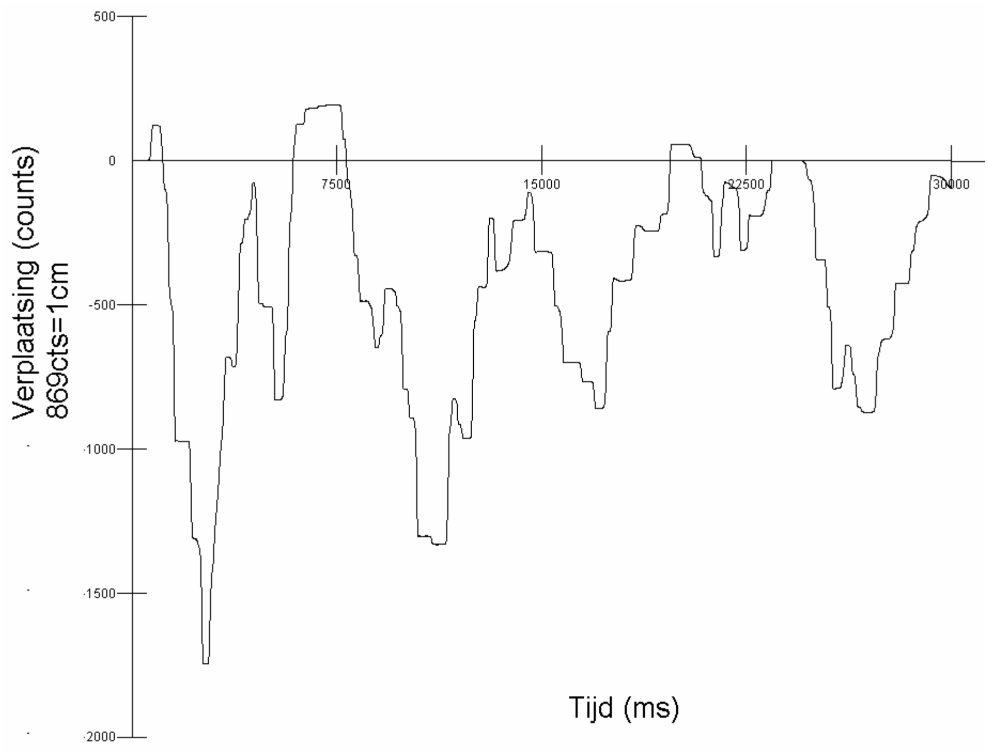
KPROP	1.85
KINTMODE	smart
KINT	0
KINTLIMIT	100
KDERIV	0.75
KVELFF	6.25
KACCEL	0

Speed Control Terms

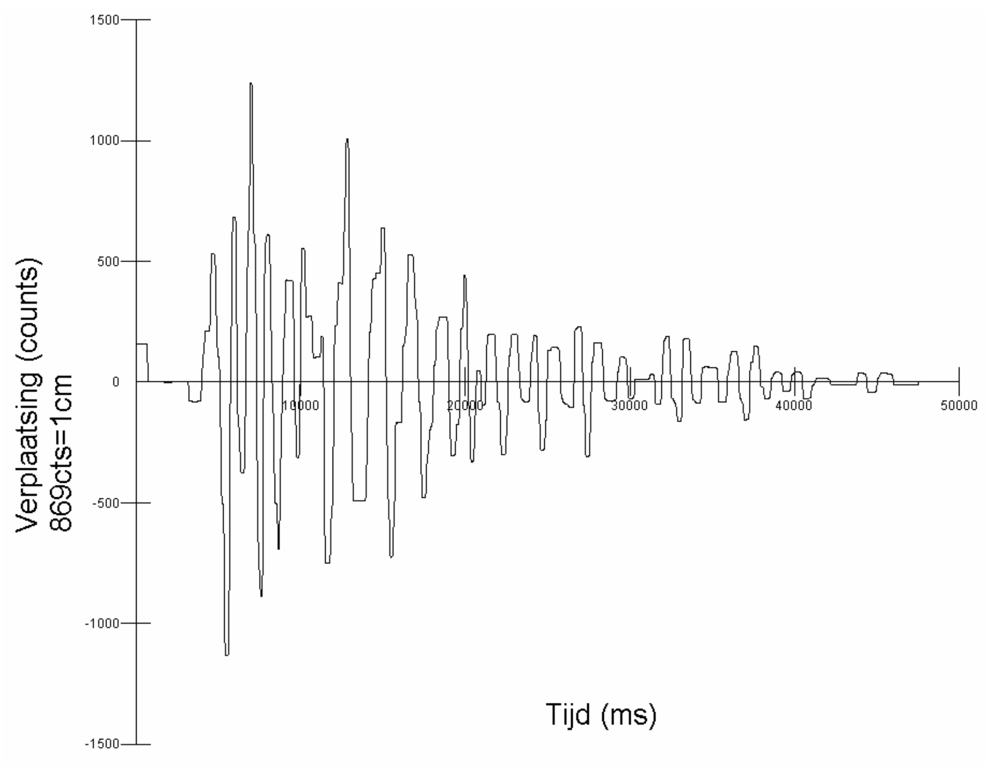
KVPROP	2.20
KVINT	64.79

Opgelegde verplaatsing van de motor

Figuren C.1 en C.2 tonen de verplaatsingssignalen die met deze instelparameters gerealiseerd werden.



Figuur C.1: Verplaatsingssignaal El Centro



Figuur C.2: Verplaatsingssignaal Big Bear

Bibliografie

[1] Airpot (2007). `http://www.airpot.com`.

[2] A. K. Chopra (2001). *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall, 2nd edition.

[3] A. D. Dimarogonas & S. Haddad (1996). *Vibration for Engineers*. Prentice-Hall International Editions.

[4] L.-S. Fur, T. Yang & S. Ankireddi (1996). Vibration control of tall buildings under seismic and wind loads. *Journal of Structural Engineering*, p. 952.

[5] A. Kareem & S. Kline (1995). Performance of multiple mass dampers under random loading. *Journal of Structural Engineering*, 121(2):348–361.

[6] C.-L. Lee, Y.-T. Chen, L.-L. Chung & Y.-P. Wang (2006). Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 28:43–53.

[7] C. Li & B. Zhu (2006). Estimating double tuned mass dampers for structures under ground acceleration using a novel optimum criterion. *Journal of Sound and Vibration*, 298:280–297.

[8] M. Loccufier (2006). *Dynamica van Constructies*. Syllabus, UGent.

[9] NISEE (2005). University of california at berkeley, national information service for earthquake engineering. `http://nisee.berkeley.edu/data/strong_motion/a.k.chopra/index.html`.

[10] F. Petit (2005). *Bouw van een Schaalmodel voor Trillingsanalyses bij Aardbevingen*. Afstudeerwerk, UGent.

[11] R. Rana & T. T. Soong (1998). Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 20(3):193–204.

[12] F. E. Reed (2002). *Harris' Shock and Vibration Handbook*, chapter 6. Dynamic Vibration Absorbers and Auxiliary Mass Dampers. McGraw-Hill, 5th edition.

[13] F. Sadek & B. Mohraz (1997). A method of estimating the parameters of tunde mass dampers for seismic applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26:617–635.

[14] D. Vandepitte (1979). *Berekening van Constructies - Bouwkunde en Civiele Techniek*. J. Story - Scientia, Academia Press, Gent.

[15] P. Warnitchai & N. Hoang (2006). Optimal placement and tuning of multiple tuned mass dampers for suppressing multi-mode structural response. *Smart Structures and Systems*, 2(1):1–24.

[16] weblink (2007). `http://travel.webshots.com/photo/1428484837075163509IUygNM`.