





FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN

Universiteit Gent Faculteit Ingenieurswetenschappen

Vakgroep Bouwkundige Constructies Laboratorium Magnel voor betononderzoek Voorzitter: Prof. dr. ir. Luc TAERWE

# Studie naar rekentechnische aspecten van betonnen palenwanden

door Nathan PERSYN

Promotoren: Prof. dr. ir. Stijn MATTHYS dr. ir. Wouter DE CORTE

Scriptie ingediend tot het behalen van de academische graad van burgerlijk bouwkundig ingenieur

Academiejaar 2006-2007







FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN

Universiteit Gent Faculteit Ingenieurswetenschappen

Vakgroep Bouwkundige Constructies Laboratorium Magnel voor betononderzoek Voorzitter: Prof. dr. ir. Luc TAERWE

# Studie naar rekentechnische aspecten van betonnen palenwanden

door Nathan PERSYN

Promotoren: Prof. dr. ir. Stijn MATTHYS dr. ir. Wouter DE CORTE

Scriptie ingediend tot het behalen van de academische graad van burgerlijk bouwkundig ingenieur

Academiejaar 2006-2007

Toelating tot bruikleen

De auteur geeft de toelating deze scriptie voor consultatie beschikbaar te stellen en delen van de scriptie te kopiëren voor persoonlijk gebruik.

Elk ander gebruik valt onder de beperkingen van het auteursrecht, in het bijzonder met betrekking tot de verplichting de bron uitdrukkelijk te vermelden bij het aanhalen van resultaten uit deze scriptie.

10 juni 2007

Nathan Persyn

# Dankwoord

Graag zou ik iedereen willen bedanken die heeft bijgedragen tot de verwezenlijking van deze scriptie, in het bijzonder:

- Prof. dr. ir. Stijn Matthys en dr. ir. Wouter De Corte, voor de begeleiding van mijn thesis in het algemeen.
- Ir. Robby Caspeele, voor de begeleiding en het tot stand komen van de laboproeven.
- Firma 'de Groot Funderingstechnieken nv', voor de medewerking in het tot stand komen van dit werk, in het bijzonder met betrekking tot het voorzien van een in situ proefbelasting op een palenwand. Ten slotte wil ik hierbij ook ir. Tim Decoussemaker bedanken voor de begeleiding en realisatie van de in situ proefbelasting.
- Prof. Dr. Ir. Alain De Wulf, voor het ter beschikking stellen van meetapparatuur voor de in situ proefbelastingen.
- Ten slotte wil ik ook mijn vriendin Lore, ouders en broers bedanken voor de morele steun bij het maken van deze scriptie en daarbuiten.

Studie naar rekentechnische aspecten van betonnen palenwanden

Door

#### Nathan PERSYN

Scriptie ingediend tot het behalen van de academische graad van

burgerlijk bouwkundig ingenieur

Academiejaar 2006-2007

Promotoren: Prof. dr. ir. Stijn MATTHYS en dr. ir. Wouter DE CORTE Faculteit Ingenieurswetenschappen Universiteit Gent

Vakgroep Bouwkundige Constructies Voorzitter: Prof. dr. ir. Luc TAERWE

#### Samenvatting

Palenwanden zijn wanden die gebruikt worden als permanente of tijdelijke grondkerende en/of waterremmende constructies. Deze wanden worden gemaakt uit secanspalen, die 'om en om' geboord worden dat wil zeggen dat men eerst de primaire ongewapende palen boort en daarna boort men de secundaire gewapende palen tussen 2 primaire palen. Deze secundaire palen voorziet men vervolgens van wapening, deze wapening kan bestaan uit korfwapening of uit profielstaal.

Doordat er tussen de primaire en de secundaire palen geen wapening aanwezig is kan enkel gerekend worden op de sterkte van de secundaire gewapende palen. In de bezwijkgrenstoestand kunnen interactiediagrammen opgesteld worden waarmee de wapeningshoeveelheid kan bepaald worden als de normaalkracht en het moment werkend op de doorsnede gekend zijn. Verder moeten de palen ook voorzien zijn van dwarswapening. Er zal een methode voorgesteld worden om de dwarskrachtwapening te bepalen indien gebruik gemaakt wordt van ronde beugels of van spiraalwapening.

Vervolgens moeten de palen ook voldoen in gebruiksgrenstoestand. De doorbuigingen moeten beperkt worden. Ook de spanningen mogen niet al te hoog oplopen, hierbij kunnen analoog aan de bezwijkgrenstoestand interactiediagrammen opgesteld worden waarbij men direct de wapeningshoeveelheid kan aflezen als de snedekrachten gekend zijn. Door vergelijking van beide interactiediagrammen kan ook direct afgelezen worden welke toestand meest bepalend zal zijn, de bezwijkgrenstoestand of de gebruiksgrenstoestand. Ten slotte dienen ook de scheurwijdtes beperkt te worden. Ook hiervoor werd geprobeerd om rekenregels op te stellen.

Om af te sluiten zijn nog een aantal proefbelasting gebeurd. Twee in de grond gevormde palen werden naar het labo gebracht om te onderwerpen aan een driepuntsbuigproef. Ook werden 3 korte wanden geconstrueerd op een werf zodat er gewerkt werd met de werkelijke randvoorwaarden van de wand.

<u>Trefwoorden</u>: palenwanden, korfwapening, profielwapening, bezwijkgrenstoestand, gebruikgrenstoestand.

# Study on the calculation of concrete pile walls

Nathan Persyn

Supervisors: Stijn Matthys, Wouter De Corte

*Abstract*— This article describes the calculation of concrete pile walls equipped with reinforcing steel or structural steel.

*Keywords*— pile walls, reinforcing steel, structural steel, ultimate limit state (ULS), serviceability limit state (SLS)

#### I. INTRODUCTION

In various constructions there is need for ground and/or water retaining structures, therefore more and more pile walls are being build. They take very little construction time and because of the fact that screwed piles don't push away the existing foundations and because they provide the retaining construction of a very large stiffness, they can be build very close to existing constructions. Because of this large stiffness nearby buildings don't encounter many harmful effects - such as settlements, cracking or even collapse - of the construction of the nearby excavation. The pile wall exists of 2 types of piles: the primary piles and the secondary piles. In the first step the primary piles are being bored. Next, between two primary piles the secondary piles are being bored and provided with reinforcing steel or structural steel while the concrete is still fluid. Figure 1 gives a schematic representation of a pile wall, while Picture 1 gives a general view of a pile wall.



Figure 1: Schematic representation of a pile wall



Picture 1: Pile wall

#### II. ULTIMATE LIMIT STATE

#### A. Bending with axial force

A pile wall is mainly subjected to simple bending, but sometimes the wall also serves as a foundation for a building. In that case bending with axial force is at order. Therefore interaction diagrams should be made, such as they were made in [1] for concrete piles with centric reinforcing steel. Because the primary piles and the secondary reinforced piles are not connected to each other with reinforcing steel, one can only trust on the strength of the secondary piles.



Figure 2: Stress-strain relationship for a reinforced pile

Figure 2 gives a schematic view of the calculation method of the interaction diagrams according to Eurocode 2 [2] and 4 [3].  $M_{Sd}$  and  $N_{Sd}$  are the design values of the moment and axial force working on the section. The parameter x – the height of the compressed concrete section - determines the values of  $M_{Sd}$  and  $N_{Sd}$  by solving the rotation and translation equilibrium. When x varies from  $-\infty$  tot  $+\infty$ , the interaction diagram for certain geometries can be made. When x < 0 the strain of the reinforcing steel should be limited to 10‰, when x increases the steel strain is still limited to 10% until the upper concrete vessel reaches a strain of -3.5‰. From that point the concrete stain of -3.5‰ determines the ULS until the strain at the bottom of section reaches a strain equal to 0, from that point the concretestrain at a distance of 3/7·D from the upper vessel should be limited to -2‰. To solve the problem for a section provided of structural steel, there is no need for a relationship between the strain and the stress. According to Eurocode 4 [3] rectangular tension blocks can be used to determine the ULS.

Solving this problem leads to the interaction diagrams given by Figure 3. This diagram is independent of the diameter of the pile, of the number of bars in the section, and of the design value of the strength of the concrete,  $f_{cd}$ . Because of the uncertainty about the correct position of the reinforcement, the eccentricity of the reinforcement is set to 10% of the diameter according to [1]. For piles containing structural steel analogue diagrams can be made, but they can not be made independent of the geometric characteristics according to the large number of parameters.

N. Persyn is with the Department of Structural Engineering, Ghent University (UGent), Gent, Belgium. E-mail: Nathan.Persyn@UGent.be .



Figure 3: Example of interaction diagram in ULS

#### B. Shear

On basis of [4] the design of shear reinforcement can be expanded to the methods given in Eurocode 2 [2]. Substitution of the surface where a uniform shear tension is considered in the eurocode,  $b_w$ ·d, by an equivalent surface,  $A_v$ , and substitution of the reinforcement ratio for shear reinforcement,  $\rho_w$ , by an equivalent ratio should enable us to make an analogue calculation such as given in Eurocode 2 [2]. According to this line of reasoning the calculation can be made for shear reinforcement in the shape of rings and in the shape of spiral reinforcement.

#### III. SERVICEABILITY LIMIT STATE

#### A. Deflection Control

Several software programs exist tot calculate the deflections and the moments in a retaining structure. These programs are based on the displacement method. A big difficulty thereby is the ground-structure interaction; the ground pressure depends on the displacement of the structure. On basis of these programs the deflection can be calculated for pile walls by an iterative calculation. In a first calculation the stiffness of the pile is set to the uncracked stiffness, secondly in the areas where the moment exceeds the cracking moment,  $M_r$ , the stiffness should be set to cracked conditions.

#### B. Stress limitation

The compressive stress in the concrete should be limited in order to avoid longitudinal cracks, micro-cracks or high levels of creep. Under the characteristic combination this compressive stress should be limited to  $0.5 \cdot f_{ck}$ . The tensile stress in the reinforcement should be limited in order to avoid inelastic strain, unacceptable cracking or deformation to a maximum value of 0.8  $f_{vk}$ .

Analogue to the Ultimate Limit State, interaction diagrams can be made tot restrict the stresses. Thereby is considered that both materials react linear elastic and that the concrete is not able to resist to tensile stresses. Figure 4 gives the analogue interaction diagram of Figure 3. The interaction diagram that gives the biggest value of  $\omega$  – the mechanical reinforcing ratio – shall determine the amount of reinforcing steel.



Figure 4: Example of interaction diagram in SLS

#### IV. TEST RESULTS

To test the bending capacity of a single pile, two tests are made to compare the theoretical values with the tested values. The testmodel is seen on Picture 2. To obtain the theoretical values of the force and the deflection in the middle of the pile, stress-strain relationships are used which approach as much as possible the realistic behavior of the materials. Also the mean values of the strengths of the materials are used in stead of characteristic values.



Picture 2: Testmodel



Figure 5: Test results

#### **ACKNOWLEDGEMENTS**

The author would like to acknowledge the suggestions of Prof. dr. ir. S. Matthys, ir. W. De Corte, ir. T. Decoussemaker and R. Caspeele

#### REFERENCES

- [1] Prof. dr. ir. Ph. Van Bogaert and ir. W. De Corte, *Ontwerpdiagrammen* voor palen met centrisch geplaatste buigwapening, cement 1999, 6, p. 76-80.
- [2] Eurocode 2, Design of concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings, CEN, 2004.
- [3] Eurocode 4, Design of composite structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings, CEN, 1992
- [4] Ir. D. G. Schaafsma and I. Feltham, Dwarskrachtwapening in ronde kolommen en funderingspalen, cement 2006, 2, p. 72-76

# Inhoud

1	Inleiding		1
	1.1 Probleemstelling	ç	1
	1.2 Rekenmodellen	voor damwandconstructies [2]	4
	1.3 Doelstellingen		8
2	Langswapening in Be	zwiikgrenstoestand	11
-	2.1 Enkelvoudige bu	iging	11
	2.1.1 Korfwapeni	ng	11
	2.1.2 I-profiel		
	2.2 Samengestelde b	uiging	
	2.2.1 Korfwapeni	ng	27
	2.2.2 I-profiel	<i>C</i>	
	2.3 Besluit		42
3	Dwarskracht		
C	3.1 Algemeen		
	3.2 Nauwkeurige me	ethode	
	3.3 Vereenvoudigde	methode volgens EC2 [6]	
	3.4 Besluit		56
4	Gebruiksgrenstoestan	d	
•	4.1 Doorbuigingen	-	
	4.2 Spanningen		
	4.2.1 Algemeen		
	4.2.2 Interactiedia	agrammen voor korfwapening in GGT	60
	4.3 Scheurwijdte		73
	4.3.1 Korfwapeni	ng	73
	4.3.2 I- profiel		83
	4.4 Besluit		
5	Proeven		85
	5.1 Theoretische ber	ekeningen	
	5.2 Laboproeven	-	
	5.2.1 Theoretisch	e voorbeschouwingen	
	5.2.2 Proefresulta		94
	5.3 In situ testen		
	5.3.1 Algemeen		
	5.3.2 Theoretisch	e voorbeschouwingen	101
	5.3.3 Proefresulta	iten	
	5.4 Besluit		

# Afkortingen en symbolen

$1/r_1$	Kromming in ongescheurde toestand
$1/r_2$	Kromming in gescheurde toestand
A <sub>c</sub>	Oppervlakte van de betondoorsnede
$A_{c.eff}$	Effectief getrokken betonoppervlakte
Act	Oppervlakte van het beton in de trekzone
As	Totale oppervlakte van de wapeningsdoorsnede
A <sub>s.min</sub>	Minimale trekwapening
$A_{s1}$	Wapeningsdoorsnede van 1 staaf
$A_{sl}$	Effectieve oppervlakte van de trekwapening in een doorsnede
A <sub>svh</sub>	Oppervlakte van de doorsnede van de spiraalwapening
$A_{v}$	Betonoppervlakte waarover een uniforme schuifspanningsverdeling wordt aangenomen bij dwarskrachtberekening
h(t)	Breedte van de doorsnede in functie van t
b	Meewerkende breedte van een rechthoekige doorsnede bij dwarskrachtberekening
D	Diameter van een naal
d	Betondekking afstand tussen rand van de naal tot de hartlijn van de langswapening
d dı	Nuttige hoogte van de doorsnede
e	Excentriciteit van de wapening positief gerekend in de richting van de
U	drukspannigen
E	Elasticiteitsmodulus van het beton
E <sub>c</sub>	E-modulus van staal
fcd	Rekenwaarde voor de cilinderdruksterte van beton
f <sub>ck</sub>	Karakteristieke waarde voor de cilinderdruksterkte van beton na 28 dagen
fcm	Gemiddelde cilinderdruksterkte van het beton
f <sub>ct ef</sub>	Effectieve treksterkte van het beton
f <sub>ctm</sub>	Gemiddelde treksterkte van het beton
f <sub>ctm fl</sub>	Buigtreksterkte van het beton
f <sub>vd</sub>	Rekenwaarde voor de onderste vloeigrens van de wapening
$f_{vk}$	Karakteristieke waarde voor de onderste vloeigrens van de wapening
$I_1$	Traagheidsmoment van een ongescheurde doorsnede
$I_2$	Traagheidsmoment van een gescheurde doorsnede
k	Constante die rekening houdt met de hoogte van de doorsnede en het opschorten van de wapening
k'	reductiefactor van de effectieve treksterkte tengevolge van een niet-lineaire
	verdeling van eigenspanningen
$\mathbf{k}_1$	Coëfficiënt voor de invloed van de hechtingseigenschappen van staven
k <sub>2</sub>	Coëfficiënt voor de invloed van de vorm van de rekdistributie
k <sub>b</sub>	Efficientiefactor voor ronde beugels
kc	Coëfficiënt die de invloed van de spanningsverdeling over de doorsnede bij het
	bereiken van f <sub>ct.ef</sub> in rekening brengt
k <sub>s</sub>	Efficiëntiefactor voor spiraalwapening
M <sub>r</sub>	Scheurmoment
$M_{Rd}$	Weerstandbiedend moment in BGT
$M_{Sd}$	Rekenwaarde van het aangrijpend moment
M <sub>ser</sub>	Moment bij dienstvoorwaarden (BGT)
$M_u$	Breukmoment
My	Moment waarbij wapening vloeit
n	Aantal staven in een doorsnede

N <sub>cd</sub>	Rekenwaarde van de resultante van de betonspanningen
n <sub>d</sub>	Theoretisch aantal verticale beugels per scheur
N <sub>Rd</sub>	Weerstandbiedend normaalkracht in BGT
N <sub>sd</sub>	Rekenwaarde van de resultante van de staalspanning in alle staven
N <sub>Sd</sub>	Rekenwaarde van de aangrijpende normaalkracht
N <sub>sdi</sub>	Rekenwaarde van de staalspanning in 1 staaf
N <sub>ser</sub>	Normaalkracht bij dienstvoorwaarden (GGT)
р	Spoed van de spiraalwapening
r	Straal van een ronde paal
r <sub>s</sub>	Straal van de hartlijn van de langswapening
r <sub>sv</sub>	Straal van de ronde beugelwapening
S	Tussenafstand van de ronde beugels
s <sub>rm</sub>	Gemiddelde scheurafstand
$t_1$	Dikte van ring waarvan de oppervlakte even groot is als een korf
V <sub>Rd</sub>	Rekenwaarde voor weestandbiedende dwarskracht in BGT
V <sub>Rd1</sub>	Rekenwaarde van de weerstandbiedende dwarskracht van een doorsnede zonder dwarskrachtwapening
V <sub>Rd2</sub>	Rekenwaarde van de weerstandbiedende dwarskracht die kan gedragen worden zonder verbrijzeling van de denkbeeldige drukseboren
V	Coreduceerde weerd van V als gevolg van aviele krecht
V Rd2.red	Deleuuceelue waalu vali v <sub>Rd2</sub> , als gevoig vali axiale kiacili Deleuuceelue waalu vali v <sub>Rd2</sub> , als gevoig vali axiale kiacili
V Rd3	deer een deersnade voerzien van dwarswanening
V	Bakanwaarda yoor da aangrijnanda dwarskraatt in PCT
V <sub>Sd</sub> V	Rekenwaarde voor de aangrijpende dwarskracht in DOT Bijdrage van de dwarskrachtwapening
• wd	Karakteristieke waarde van de scheuropening
vv <sub>k</sub> v	Hoogte van de gedrukte zone, vanaf meest gedrukte vezel tot de neutrale vezel
x Yc	Afstand van de middenvezel tot het aangrijpingspunt van de resultante van de
	Detondrukspanningen, A fetend von stoof i tot de middenvozel, negitief gerekend in de richting von de
<b>y</b> si	Anstand van staar i tot de middenvezer, positier gerekend in de richting van de
-	urukspanningen
Z	Merkendige herboomsami van een doorsnede
α o	vernouding van de E-modun, $E_c/E_s$
թ Թ	U/D Coëfficiënt die de hechtingesigeneschennen van het steel in rekening brangt
թ <sub>1</sub> Թ	Coëfficiënt une de deur of berbeling van de belesting
p <sub>2</sub> p (t)	Coëfficiënt die invloed van de ouderdom on de starkte invoert
$p_{cc}(t)$	de späffisiänt die de gemiddelde seheurwuidte een de kernekteristieke weerde
$p_s$	termelt
~	Koppen Dartiële veiligheidefector voor druksterkte beton
Yc	Partiële veiligheidsfactor voor vloeigrens steel
γs C	Patonetuik
С <sub>С</sub>	Pak hij mavimala betongnanning
е <sub>с1</sub>	Rek off maximale betonspanning Retonstuik oon de meest gedrukte vezel
с <sub>с2</sub>	Broukstuik beton
e <sub>cu</sub>	Staalrak
Շ <sub>Տ</sub>	Siaalien Gemiddelde steelrek
ե <sub>sm</sub>	Demoularely staallek
Շս 	Dieukiek staal Geredueserd moment
μd	
v	Enterentieracion Gereduceerde pormeellerecht
vd	Ociculatine normalikratin

ξ	x/D
ρ	Geometrische wapeningsverhouding
$\rho_l$	Wapeningspercentage die overeenstemt met Asl
$\rho_r$	Effectieve wapeningspercentage
$\rho_{w}$	Dwarskrachtwapeningsverhouding
$\sigma_{c}$	Betonspanning
$\sigma_{cd}$	Rekenwaarde van de betonspanningen
$\sigma_{cp}$	Gemiddelde spanning in beton als gevolg van axiale kracht
$\sigma_{cp.eff}$	Effectieve gemiddelde spanning in beton als gevolg van axiale kracht
$\sigma_{s}$	Staalspanning
$\sigma_{sd}$	Rekenwaarde van de staalspanningen
$\sigma_{sm}$	Gemiddelde staalrek
$\sigma_{sr}$	spanning in de trekwapening berekend op basis van de gescheurde doorsnede onder
	de belasting die de eerste scheurvorming veroorzaakt
$\tau_{Rd1}$	Rekenwaarde van de weerstandbiedende schuifsterkte van een doorsnede zonder
	dwarskrachtwapening
$\tau_{Sd}$	Aangrijpende uniforme schuifspanning over 0.9 Av
χ	e/D
ω	Mechanische wapeningsverhouding
φ	Staafdiameter

# 1 Inleiding

## 1.1 Probleemstelling

Bij diverse bouwkundige constructies is er nood aan grondkerende en/of waterremmende constructies. Men kan hiervoor beroep doen op bijvoorbeeld gewichtsdammen, damwandconstructies, berlinerwanden, diepwanden of secanspalenwanden. Deze laatste constructie, zoals te zien is op Foto 1-1, zal in dit werk verder besproken worden.



Foto 1-1: secanspalenwand

De palenwand bestaat uit in de grond gevormde, elkaar snijdende schroefpalen, uitgevoerd met een te recupereren mantelbuis. De palen worden 'om en om' geboord, dat wil zeggen dat men eerst de primaire palen boort en daarna de secundaire palen tussen 2 primaire palen boort. Deze secundaire palen voorziet men vervolgens van wapening, zoals te zien op Foto 1-2 en Foto 1-3. Deze wapening kan een wapeningskorf zijn, maar kan evengoed bestaan uit profielstaal. De afgewerkte wand bestaat dus uit weerstandbiedende secundaire palen, waartussen de primaire palen als het ware hangen. Het is dus noodzakelijk om bovenaan de palen een kettingbalk te voorzien, die in staat is om de palen te doen samenwerken en waardoor de wand ook aan wringing onderworpen is. In Appendix A is de technische fiche toegevoegd van de secanspalenwanden die toegepast worden door de firma de Groot Funderingstechnieken.



Figuur 1-1: Schematische voorstelling secanspalenwand



Foto 1-2: Ingeduwde korf



Foto 1-3: Korf in afgewerkte wand

De palenwand wordt frequent toegepast wanneer er een bouwput moet aangelegd worden naast een bestaande constructie of in bebouwde zones, waar het inheien of intrillen van damplanken niet mogelijk is. Inheien of intrillen zorgt namelijk voor trillingen in de grond, die gevaarlijk kunnen zijn voor rondomliggende gebouwen. Deze trillingen worden vermeden als gewerkt wordt met schroefpalen. Schroefpalen hebben ook als voordeel dat het wegpersen van funderingen van dicht gelegen gebouwen vermeden wordt, aangezien zij geen grond verdringen. Door de grotere stijfheid van een palenwand ten opzichte van een damwand of een berlinerwand wordt er ten slotte voor gezorgd dat de horizontale uitbuiging van de wand sterk verminderd wordt. Al te grote horizontale vervormingen zorgen voor horizontale ontspanning van de te keren grond zodat er zettingen kunnen optreden die leiden tot scheuren in de omliggende gebouwen of zelfs tot instorten ervan.

Het doel van de secanspalenwand is in eerste instantie het verzekeren van een beschoeiing langsheen de omtrek van de bouwput en het verzekeren van de stabiliteit en de integriteit van de gronden, gebouwen en andere constructies die zich buiten de bouwput bevinden. Ten tweede vormt de palenwand een praktisch waterdichte wand. Een secanspalenwand mag als waterdicht beschouwd worden wanneer er zich geen zichtbare lekken voordoen en geen waarneembaar debiet vastgesteld wordt. Ten slotte kan deze palenwand deel uit maken van de fundering van de te bouwen constructie.



Foto 1-4: Isomomallen

Om een regelmatige insnijding te bekomen worden de palen geboord in een boormal. Deze is van licht gewapend beton en bestaat uit twee parallelle balken met een breedte van +/-20cm met uitsparingen van de gewenste paaldiameters. Deze uitsparingen kunnen verwezenlijkt worden door isomoblokken, zoals te zien in Foto 1-4, als bekisting te gebruiken. Op die manier ligt de positie van alle palen vast voor de aanvang van het boren. Ter plaatse van deze uitsparingen boort men dan dwars door deze isomoblokken heen. Het aan te wenden paaltype voor secanspalen zijn in de grond gevormde verbuisde palen. Zij worden uitgevoerd met een Archimedes schroef, onderaan uitgerust met een speciale betoneerkop, en over de volledige hoogte voorzien van een mantelbuis. De dubbele boortafel brengt gelijktijdig de schroef en de mantelbuis op diepte. De draairichting van de schroef en de mantelbuis is tegengesteld.

Bij het uitvoeren van de palen wordt de grond opgeboord en doorheen de voerbuis naar boven getransporteerd en uitgeworpen. De mantelbuis is noodzakelijk om grondontspanning en zijdelings wegpersing tijdens het boren en betonneren te vermijden. Het betonneren dient te gebeuren doorheen de as van de Archimedesschroef. Tijdens het betonneren wordt de volledige boorcombinatie opgetrokken, al dan niet met een draaibeweging in dezelfde richting als het inschroeven. Op Foto 1-5 en Foto 1-6 is een boormachine en een boorkop met mantelbuis te zien.



Foto 1-5: boormachine



Foto 1-6: boorkop

De plaatsen waar zich waterinsijpeling voordoet, kunnen gedicht worden d.m.v. injecties met aangepaste producten, die na verharding voldoende elastisch blijven om scheuren te overbruggen en tevens waterdichtheid te waarborgen.

De bovenwand wordt uitgevoerd tot op een hoogte van tenminste 0.55m boven het afkappingspeil. Dit ongezonde beton wordt dan later weggekapt. [1]

Momenteel bestaan er nog weinig specifieke normdocumenten voor de constructieve berekening van dergelijke palenwanden.

## 1.2 Rekenmodellen voor damwandconstructies [2]

Om damwandconstructies uit te rekenen zijn in de loop der tijden klassieke rekenmodellen ontwikkeld op empirische of analytische wijze of door een combinatie van beide. De door Blum ontwikkelde dimensioneringsmethode wordt in de lage landen algemeen toegepast. Ze berust op een analytisch concept, waarin de liggertheorie wordt toegepast. Een aantal 'klassieke' methoden, die in de Belgische ontwerppraktijk weinig toegepast worden, zijn deze van:

-Brinch Hansen (gebruikt in de Deense normen);

-Tschebotarioff;

-Ohde.

Blum schematiseert het statisch onbepaalde systeem, dat gevormd wordt door de damwand en de grond eromheen, zodanig dat een statisch bepaald rekenmodel wordt verkregen. Bij deze berekening wordt uitgegaan van een schematisatie waarbij alleen de sterkte van de grond een rol speelt. Het vervomingsgedrag van de grond en de damwandstijfheid hebben dus geen invloed op de berekening. Er wordt aangenomen dat de verplaatsing van de wand resulteert in actieve of passieve gronddruk aan weerzijden van de damwand afhankelijk van de richting van de verplaatsing. In werkelijkheid is de realisatie van deze gronddruk afhankelijk van de werkelijke relatieve verplaatsing tussen wand en grond. Met de methode van Blum kan men de benodigde inheidiepte bepalen, alsook het maximaal op te nemen moment in bezwijkgrenstoestand. Uit de momentenlijn kan men eveneens de doorbuigingslijn bepalen. Deze doorbuigingslijn is echter weinig realistisch, aangezien de aangenomen gronddrukken niet met de werkelijkheid overeen stemmen.

Om onder andere de doorbuiging beter te bepalen moeten meer verfijnde methoden gebruikt worden. De methode van de 'ligger op verende bedding' is momenteel algemeen aanvaard. Het verschil met de methode van Blum is dat men hier een geleidelijke overgang heeft van de actieve naar de passieve gronddruk. Afhankelijk van de grootte van de verplaatsing zullen in de grond hogere of lagere waarden dan de neutrale gronddruk heersen met als maximum en minimum respectievelijk passieve en actieve gronddruk.

De plastische methode volgens Blum werkt met het gronddruk-verplaatsingsdiagram, zoals weergegeven in Figuur 1-2. Wijkt de wand tegen het grondmassief in, dan is de gronddruk gelijk aan de passieve, wijkt de wand met het grondmassief mee dan is de gronddruk gelijk aan de actieve. Tussen deze 2 toestanden is geen overgangszone aanwezig.



Figuur 1-2: gronddruk-verplaatsingdiagram volgens Blum [2]

Past men een elastoplastische methode toe dan is er tussen actief vloeien en passief vloeien een overgangsgebied aangebracht, zoals aangegeven in Figuur 1-3.



Figuur 1-3: gronddruk-verplaatsingdiagram volgens elastoplastische methode [2]

De tegendruk van de grond op de damwand is recht evenredig met de verplaatsing van de damwand tot het bereiken van de grenswaarde. Dat wil zeggen dat de grond tussen de 2 grenswaarden reageert als elastisch veer met als veerconstante de beddingsconstante van de grond:  $k_h = \Delta \sigma / \Delta w$ . Hierbij stelt w de verplaatsing van de wand voor terwijl  $\sigma$  de gronddruk voorstelt.

De basisvergelijking voor een ligger met een eenheidsbreedte wordt gegeven door vgl. 1-1:

$$EI\frac{d^4w}{dx^4} + k(x,w)w = f(x)$$

#### vgl. 1-1

De eerste term betreft de stijfheid van de ligger, de tweede betreft de verende ondersteuningen en de derde term betreft de uitwendige belastingen. De verende ondersteuningen bestaan uit grondveren en verende ankers. De uitwendige belastingen zijn de uitwendige puntlasten op de wand, de neutrale horizontale korrelspanningen in de initiële toestand, de waterspanningen en de initiële ankerkrachten.

In een eendimensionaal eindig-elementenprogramma, gebaseerd op de verplaatsingenmethode, kan de differentiaalvergelijking voor de elastisch ondersteunde ligger worden opgelost. De rekenprocedure begint met een in eerste instantie onvervormde, spanningsloze damwand, waarop neutrale effectieve gronddrukken en waterdrukken werken. Omdat van tevoren niet te voorspellen is hoe de uitbuigingslijn van de wand eruit zal zien, is ook de verdeling en de grote van de actiekrachten en reactiekrachten van de grond op de wand onzeker. Het berekeningsproces dient daarom iteratief te verlopen. Na elke iteratie wordt gecontroleerd of de aangenomen belastingen in overeenstemming zijn met de berekende verplaatsingen en omgekeerd of die verplaatsingen wel die belastingen kunnen doen ontstaan. Uiteindelijk zal bij een goede dimensionering een evenwichtssituatie worden bereikt.

In het geval van een palenwand is er, ten gevolge van de wrijving van de voet in de grond, ter plaatste van de voet sprake van een extra 'veer'. In principe kan hiermee rekening worden gehouden door de onderste veren een grotere stijfheid toe te kennen.

De berekende belastingsverdeling blijkt beter bij de werkelijkheid aan te sluiten dan de verplaatsingen. Dit komt, ten eerste, omdat het moment evenredig is met de vierde machtswortel uit de beddingsconstante - de beddingsconstante beschrijft de relatie tussen de horizontale korrelspanning en de verplaatsing - terwijl de verplaatsing een directe functie is van de beddingsconstante. Ten tweede bevindt het merendeel van de veren zich in actieve of passieve toestand van de veerkarakteristiek, waardoor het moment voor een deel onafhankelijk geworden is van de veerconstante.

De verhoudingen van de damwandstijfheid ten opzichte van de beddingsconstante en de veerstijfheid van de verankeringen hebben ook een invloed op de optredende snedekrachten en verplaatsingen. Bij een onverankerde damwand heeft de beddingsconstante een te verwaarlozen invloed op het moment, maar wel een zeer grote invloed op de verplaatsingen. De invloed van de buigstijfheid van de damwand is voor beide in absolute zin gering. Figuur 1-4 stelt deze 2 effecten voor:



Figuur 1-4: effecten van stijfheid van de grond en van de wand op de verplaatsingen [2]

Bij een verankerde damwand is deze onderlinge beïnvloeding tussen de damwandparameters, de beddingsconstante en de momenten en vervormingen niet zo vanzelfsprekend en minder eenvoudig.

In sommige palenwandconstructies laat men de ongewapende primaire palen niet doorlopen tot op de inheidiepte. Zij hangen in principe gewoon tussen de secundaire palen, die doorlopen tot op de inheidiepte. Hier geldt de vlakke vervormingstoestand, zoals bij een damwand, niet meer. De secundaire palen staan echter dicht tegen elkaar, met als gevolg dat de schelpvormige passieve gebieden van de palen elkaar overlappen. Dit betekent dat de tweedimensionale situatie meer representatief wordt. Indien gewenst, kan het driedimensionale effect in rekening worden gebracht door een zogenaamde schelpfactor. Deze schelpfactor geeft de verhouding weer tussen de passieve drukfactor voor de paal en de passieve drukfactor geldig voor een wand. Door Weissenbach en Brinch Hansen zijn tevens methoden gepubliceerd die kunnen worden gehanteerd voor de bepaling van de gronddrukfactoren bij een dergelijke schelpwerking.

Tenslotte bestaat er ook software, gebaseerd op de eindige-elementenmethode. Ten opzichte van de andere berekeningsmethoden voor de dimensionering van een damwand, neemt de eindige-elementenmethode de onderlinge schuifkrachtenoverdracht tussen grondlagen impliciet in de berekening mee. Hierdoor wordt onder andere impliciet rekening gehouden met het fenomeen van boogwerking aan de actieve zijde van de damwand. Ook driedimensionale effecten kunnen via de eindige-elementenmethode in beschouwing worden genomen. [2]

Voor verdere details en sofware over de berekening wordt verwezen naar de literatuur: CUR 166 Damwandconstructies [2], Technosoft NV [3].

## 1.3 Doelstellingen

Het doel van deze thesis is om de ontwerpberekening na te gaan van dergelijke palenwanden. In eerste instantie zal de sterkte moeten nagegaan worden in bezwijkgrenstoestand (BGT). Bij de berekening van een palenwand kan men enkel rekenen op de sterkte van de gewapende palen. Soms neemt men aan dat een deel van de primaire paal ook kan worden betrokken in de totale betondrukzone. Dit vereist dat in het contactvlak tussen beide soorten palen, dus via het insnijvlak, een voldoende hoeveelheid aan schuifsterkte kan worden ontwikkeld. Of dit met de werkelijkheid overeenstemt, hangt af van de kwaliteit van de uitvoering.

Indien zij enkel als functie hebben om grond te keren, zijn palenwanden vaak enkel onderworpen aan enkelvoudige buiging. Het kan zijn dat een palenwand tevens dient als fundering, waardoor samengestelde buiging optreedt. De palen worden dan belast door een combinatie van normaalkracht en moment. Als deze wanden ook dienen als fundering dan worden zij in de meeste gevallen niet direct aan een normaalkracht onderworpen, waardoor zij dus ook in hun begintoestand onderworpen worden aan enkelvoudige buiging.

In wat volgt zullen ontwerptabellen opgesteld worden aan de hand van het software programma 'Maple' [4] voor het geval van enkelvoudige buiging. Daarna zal dit verder

uitgebreid worden naar samengestelde buiging, waarbij interactiediagrammen moeten opgesteld worden zoals in [8] is aangegeven voor palen met centrische wapening. Op basis van deze ontwerptabellen of interactiediagrammen kan dan de nodige wapening bepaald worden in bezwijkgrenstoestand.

In de bezwijkgrenstoestand moet ook de benodigde dwarskrachtwapening bepaald worden. In [5] wordt een methode voorgesteld om de dwarskrachtcapaciteit te berekenen voor ronde kolommen, gewapend met beugels of spiraalwapening. De redenering uit [5] zal toegepast worden op de standaardmethode en de variabele schoorhoekmethode, zoals deze voorgesteld zijn in EC2 [6]. Verder zullen deze resultaten vergeleken worden met de nogal grove vereenvoudiging zoals deze gegeven is in EC2 [6].

Vervolgens moeten in de gebruiksgrenstoestand onder andere de doorbuigingen gecontroleerd worden. In 1.2 is al veel gezegd over de problematiek van de doorbuigingen van damwanden. Ten eerste moet opgemerkt worden dat bij de berekening van de ligger op verende bedding de wand een constante buigstijfheid heeft. Bij betonconstructies echter kan nooit gerekend worden met een constante buigstijfheid aangezien de stijfheid verandert naarmate gescheurde doorsneden tot stand komen in functie van de grootte van het moment. Om hiermee rekening te houden bepaalt men het scheurmoment van de doorsnede. Op iteratieve wijze kan de wand dan uitgerekend worden. Bij een eerste berekening geeft men de volledige wand een stijfheid gelijk aan deze van een ongescheurde doorsnede. Uit deze berekening haalt men dan de momentlijn, waaruit men kan afleiden waar de doorsnede gescheurd zal zijn. Op deze plaatsen voert men vervolgens, in een tweede berekening, de stijfheid van een gescheurde doorsnede in. Deze 2<sup>de</sup> berekening zou nauwkeuriger waarden moeten geven voor de uitbuiging.

In het voorgaande werd echter nog geen rekening gehouden met het tension-stiffening effect of ook de bijdrage van het getrokken beton tussen de scheuren. Om hiermee rekening te houden moet men het momentkrommingsdiagramma opstellen voor de doorsnede en daarmee voor elk moment de stijfheid herrekenen, zodat elk gescheurd segmentje in de verplaatsingenmethode een andere stijfheid bezit. Deze berekening moet de doorbuiging nog beter benaderen.

Een tweede aspect met betrekking tot de gebruiksgrenstoestand is de spanningstoestand van de doorsnede. Onder de gebruiksbelasting moeten de spanningen in de doorsnede namelijk beperkt worden. Analoog als bij de BGT kunnen hier interactiediagrammen opgesteld worden.

Door vergelijking van de interactiediagrammen in BGT en GGT kan bekeken worden welke toestand meest bepalend zal zijn.

Een derde en laatste aspect met betrekking tot de gebruiksgrenstoestand is de scheurvorming. Deze scheurwijdte is ook van belang met betrekking tot de waterdichtheid van de palenwand.

In het laatste hoofdstuk zullen de theoretische berekeningen vergeleken worden met de resultaten verkregen uit proefbelastingen. Er zijn namelijk 3 in situ proefbelastingen uitgevoerd op 3 korte palenwanden van telkens 5 palen naast elkaar, waarvan er 3 gewapend zijn. 1 wand was voorzien van profielwapening. De andere twee waren voorzien van korfwapening waarbij er bij 1 wand voor gezorgd was dat de wapening centrisch zat. Bij de derde wand is aan de wapeningskorf een excentriciteit gegeven gelijk aan D/10 in zijn meest nadelig positie. Om deze wapeningsoriëntaties te verwezenlijken is hierbij gebruik gemaakt van afstandhouders zoals te zien op Foto 1-7. Op die manier was de oriëntatie van de wapeningskorf verzekerd, zodat de invloed van excentriciteiten onderzocht kon worden.



Foto 1-7: afstandshouders

# 2 Langswapening in Bezwijkgrenstoestand

(In Appendix B zijn alle maple codes weergegeven)

# 2.1 Enkelvoudige buiging

### 2.1.1 Korfwapening

Om het bezwijkmoment te bepalen van een enkelvoudige paal die aan zuivere buiging onderhevig is, kan de theorie van enkelvoudige buiging worden toegepast, zoals beschreven in [7]. We hebben hier echter niet te maken met een rechthoekige doorsnede met slechts 1 wapeningslaag, maar wel met een cirkelvormige doorsnede waarvan de wapeningen gelijkmatig verdeeld zijn over de omtrek.

Bij het berekenen van het uiterste bezwijkmoment wordt uitgegaan van volgende basishypothesen volgens EC2 [6]:

- Vlakke doorsneden blijven vlak

- De rek in aanhechtende wapening, zowel in trek als in druk, is gelijk aan die in het omgevende beton

- De betontreksterkte wordt verwaarloosd

- Als tekenconventie is aangenomen dat drukspanningen en stuiken negatief zijn en dat trekspanningen en rekken positief zijn.

Voor het beton wordt uitgegaan van een rechthoekig parabolisch rekendiagram, zoals weergegeven in Figuur 2-1, dat beschreven wordt door vgl. 2-1:



Figuur 2-1: Rechthoekig parabolisch rekendiagramma voor beton

$$\sigma_{c} = \begin{cases} \frac{0.85}{4} f_{cd} \varepsilon_{c} (4 + \varepsilon_{c}) & -0.2\% \leq \varepsilon_{c} \leq 0\\ -0.85 f_{cd} & -0.35\% \leq \varepsilon_{c} \leq -0.2\% \end{cases}$$

vgl. 2-1

Voor het staal wordt een bilineair rekendiagramma gebruikt, zoals in Figuur 2-2 en weergegeven door vgl. 2-2:



Figuur 2-2: rekendiagramma wapeningstaal

$$\sigma_{s} = \begin{cases} -f_{yd} & \varepsilon_{s} < -\frac{f_{yd}}{E_{s}} \\ \varepsilon_{s} \cdot E_{s} & -\frac{f_{yd}}{E_{s}} < \varepsilon_{s} < \frac{f_{yd}}{E_{s}} \\ f_{yd} & \frac{f_{yd}}{E_{s}} < \varepsilon_{s} \end{cases}$$



Aan de hand van deze rekendiagrammen kunnen het langsevenwicht en momentenevenwicht van een doorsnede uitgedrukt worden. De benodigde notaties staan weergegeven in Figuur 2-3.



Figuur 2-3: rek- en spanningsdiagram voor ronde paal met wapeningskorf

De rekendiagrammen van het beton en het staal kunnen uitgedrukt worden in functie van t in plaats van  $\varepsilon$ , door  $\varepsilon$  ( $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ ) te vervangen door  $\varepsilon_{c2}$ .t/x ( $c_2$  stemt overeen met de bovenvezel van de betondoorsnede). De resultante van de betondrukspanning en de staalspanning kunnen dan uitgerekend worden door vgl. 2-3 tot vgl. 2-6, waarbij A<sub>s1</sub> de wapeningsdoorsnede van 1 staaf voorstelt en waarbij n het aantal staven voorstelt:

$$N_{cd} = \int_{0}^{x} \sigma_{cd}(t) \cdot b(t) dt - \sum_{i=1}^{n} A_{s1} \cdot \sigma_{cd}(t_{si}) \qquad N_{sdi} = A_{s1} \cdot \sigma_{sdi}(t_{si}) \qquad N_{sd} = \sum_{i=1}^{n} N_{sdi}$$
vgl. 2-3
vgl. 2-4
vgl. 2-5

$$t_{si} = y_{si} - \frac{D}{2} + x$$

vgl. 2-6

Bij de resultante van de betondrukspanning is de betondrukspanning ter hoogte van het wapeningstaal in de drukzone afgetrokken. Om de betondrukspanningen te kunnen uitrekenen wordt de breedte van de doorsnede in functie van t geschreven in vgl. 2-7:

$$b(t) = 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(\frac{D}{2} - x + t\right)^2}$$

vgl. 2-7

De hefboomsarm van de resultante (afstand van middenvezel tot aangrijpingspunt resultante) van de betondrukspanning kan berekend worden volgens vgl. 2-8:

$$y_{c} = \frac{\int_{0}^{x} (D/2 - x + t) \cdot \sigma_{cd}(t) \cdot b(t) dt - \sum_{i=1}^{n} y_{si} \cdot A_{s1} \cdot \sigma_{cd}(t_{si})}{N_{cd}}$$
vgl. 2-8

De hefboomsarmen van de wapeningen zijn gegeven in de geometrie. Hierbij kan ook nog rekening gehouden worden met het feit dat in de praktijk de wapeningskorf excentrisch zit naar boven of naar onder door vgl. 2-9 toe te passen. Hierbij stelt d de dekking voor (de afstand van de rand van de paal tot de hartlijn van de korf), e de excentriciteit (positief gerekend in de richting van de meest gedrukte vezel) en n het aantal staven in de doorsnede.

$$y_{si} = \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot i\right) \cdot \left(\frac{D}{2} - d\right) + e$$

vgl. 2-9 zorgt ervoor dat de korf telkens in zijn meest nadelige stand staat. Bij een even aantal staven, bijvoorbeeld, zitten er altijd 2 staven in het midden zodat hun hefboomsarm nul is.

Het langs- of translatie-evenwicht en het rotatie-evenwicht leveren respectievelijk vgl. 2-10 en vgl. 2-11:

. .

$$N_{cd} + N_{sd} = 0$$

$$\mathbf{vgl. 2-10}$$

$$N_{cd} \cdot y_c + \sum_{i=1}^{aantal} N_{sdi} \cdot y_{si} = M_{Sd}$$

$$\mathbf{vgl. 2-11}$$

Uit deze 2 vergelijkingen kunnen 2 onbekenden opgelost worden, nl.  $\varepsilon_{c2}$  (de betonstuik aan de bovenkant van de doorsnede) en x (de hoogte van de gedrukte zone). Met deze 2 onbekenden kunnen de rek (en uiteindelijk de spanning) ter hoogte van de wapeningen bepaald worden via vgl. 2-12:

$$\frac{\varepsilon_{si}}{\varepsilon_{c2}} = \frac{y_{si} - \frac{D}{2} + x}{x}$$
vgl. 2-12

Om nu het bezwijkmoment van een doorsnede te kennen, moet het moment gekend zijn

waarop  $\varepsilon_{c2} = -0.0035$  (het beton bezwijkt onder de drukspanningen) of  $\varepsilon_{shart} = 0.01$  (het staal raakt uitgeput). De 2 onbekenden zijn nu  $M_{Rd}$  en x. Eerst kan men bijvoorbeeld  $\epsilon_{c2}$  gelijk stellen aan -0.0035 en zo M<sub>Rd</sub> en x berekenen. Met deze waarden kan de staalrek ter hoogte van de hartlijn van de korf berekend worden volgens vgl. 2-13:

$$\frac{\varepsilon_{shart}}{\varepsilon_{c2}} = \frac{-D + d + x + e}{x}$$
vgl. 2-13

In principe is het mogelijk dat er ter hoogte van het meest getrokken punt van de hartlijn helemaal geen wapening aanwezig is. Door de onzekerheid van de oriëntatie van de wapeningskorf, is het echter wel een veilige aanname om te zeggen dat de doorsnede bezweken is als het "staal" op deze hoogte uitgeput is. Indien deze staalrek groter is dan 0.01, dan is de doorsnede al eerder bezweken en moeten M<sub>Rd</sub> en x opnieuw berekend worden, ditmaal met  $\varepsilon_{shart}$  gelijk aan 0.01. Deze laatste waarde van het bezwijkmoment zal dus voorkomen als het staal uitgeput raakt.

Aan de hand van het rekenkundige softwarepakket Maple [4] kunnen voorgaande formules gebruikt worden om het weerstandbiedende moment van een doorsnede te bepalen. Voor ontwerpdoeleinden is het echter handig om alle parameters dimensieloos te maken. Hiervoor worden alle afmetingen gedeeld door D (diameter van de kolom) en de spanningen gedeeld door  $f_{cd}$ . Dit resulteert in de formules en parameters gegeven in vgl. 2-14 tot vgl. 2-25:

$$v_{cd} = \int_{0}^{\xi} \frac{\sigma_{cd}(\tau) \cdot b(\tau)}{f_{cd}} d\tau - \sum_{i=1}^{n} \frac{\omega}{n \cdot f_{yd}} \cdot \sigma_{cd}(\tau_{si}) \qquad v_{sdi} = \omega \cdot \frac{\sigma_{sdi}(\tau_{si})}{n \cdot f_{yd}} \qquad v_{sd} = \sum_{i=1}^{n} v_{sdi}$$
vgl. 2-14 vgl. 2-15 vgl. 2-16

De rekendiagrammen worden uitgedrukt in functie van  $\tau$  door  $\epsilon = \epsilon_{c2}$ .  $\tau/\xi$ , met:

$$b(\tau) = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - \xi + \tau\right)^2} \qquad \tau = \frac{t}{D} \qquad \tau_{si} = \frac{y_{si}}{D} - \frac{1}{2} + \xi$$
vgl. 2-17 vgl. 2-18 vgl. 2-19

$$\psi_{c} = \frac{\int_{i=1}^{\varsigma} (1/2 - \xi + \tau) \cdot \frac{\sigma_{cd}(\tau)}{f_{cd}} \cdot b(\tau) d\tau - \sum_{i=1}^{n} \frac{y_{si}}{D} \cdot \frac{\omega}{n \cdot f_{yd}} \cdot \sigma_{cd}(\tau_{si})}{V_{cd}}$$

vgl. 2-20

Langs- en rotatie-evenwicht:

٤

$$v_{cd} + v_{sd} = 0$$

vgl. 2-21

$$\mu_d = v_{cd} \cdot \psi_c + \sum_{i=1}^n v_{sdi} \cdot \frac{y_{si}}{D}$$

Met:

$$\beta = \frac{d}{D} \qquad \qquad \chi = \frac{e}{D} \qquad \qquad \omega = \frac{A_{s1} \cdot n \cdot f_{yd}}{D^2 \cdot f_{cd}}$$
vgl. 2-23 vgl. 2-24 vgl. 2-25

De formules dienen opgelost te worden naar de dimensieloze resultaten vgl. 2-26 en vgl. 2-27:

$$\xi = \frac{x}{D} \qquad \qquad \mu_d = \frac{M_{sd}}{D^3 f_{cd}}$$
vgl. 2-26 vgl. 2-27

In vgl. 2-14 tot vgl. 2-27 stelt  $\omega$  de mechanische wapeningsverhouding voor en  $\mu$  het gereduceerd moment.

Met Maple [4] kunnen uit voorgaande formules tabellen opgesteld worden die voor een bepaalde mechanische wapeningsverhouding het gereduceerd moment geven en omgekeerd. Onderstaande tabel is geldig voor een doorsnede met  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_c = 1.5$ ,  $f_{yk} = 500 \text{N/mm}^2$  en  $\gamma_s = 1.15$ ,  $\beta$  gelijk aan 0.1, het aantal staven gelijk aan 10 en  $\chi$  is gelijk aan 0:

ω	$\mu_{\rm d}$	ξ	ε <sub>c2</sub>	€ <sub>s1</sub>	
0,0150	-0,0067	0,0938	-0,0012	0,0100	
0,0300	-0,0128	0,1223	-0,0016	0,0100	
0,0450	-0,0185	0,1427	-0,0019	0,0100	
0,0600	-0,0241	0,1590	-0,0021	0,0100	
0,0750	-0,0295	0,1728	-0,0024	0,0100	
0,0900	-0,0347	0,1847	-0,0026	0,0100	
0,1050	-0,0399	0,1952	-0,0028	0,0100	
0,1200	-0,0449	0,2045	-0,0029	0,0100	
0,1350	-0,0499	0,2129	-0,0031	0,0100	
0,1500	-0,0549	0,2205	-0,0032	0,0100	
0,1650	-0,0598	0,2274	-0,0034	0,0100	
0,1800	-0,0647	0,2337	-0,0035	0,0100	
0,1950	-0,0694	0,2413	-0,0035	0,0096	
0,2100	-0,0740	0,2486	-0,0035	0,0092	
0,2250	-0,0787	0,2555	-0,0035	0,0088	
0,2400	-0,0833	0,2622	-0,0035	0,0085	

Tabel 2-1: Enkelvoudige buiging, BGT, d/D = 0.1, e/D=0,  $f_{yk}=500$  N/mm<sup>2</sup>, n=10

ω	$\mu_{\mathrm{d}}$	ξ	E <sub>c2</sub>	€ <sub>s1</sub>
0,2550	-0,0879	0,2686	-0,0035	0,0082
0,2700	-0,0925	0,2750	-0,0035	0,0080
0,2850	-0,0971	0,2811	-0,0035	0,0077
0,3000	-0,1017	0,2870	-0,0035	0,0075
0,3150	-0,1063	0,2927	-0,0035	0,0073
0,3300	-0,1108	0,2983	-0,0035	0,0071
0,3450	-0,1153	0,3037	-0,0035	0,0069
0,3600	-0,1198	0,3088	-0,0035	0,0067
0,3750	-0,1237	0,3121	-0,0035	0,0066
0,3900	-0,1277	0,3152	-0,0035	0,0065
0,4050	-0,1316	0,3184	-0,0035	0,0064
0,4200	-0,1354	0,3216	-0,0035	0,0063
0,4350	-0,1392	0,3247	-0,0035	0,0062
0,4500	-0,1430	0,3276	-0,0035	0,0061
0,4650	-0,1468	0,3305	-0,0035	0,0060
0,4800	-0,1506	0,3333	-0,0035	0,0060
0,4950	-0,1543	0,3360	-0,0035	0,0059
0,5100	-0,1581	0,3387	-0,0035	0,0058
0,5250	-0,1619	0,3412	-0,0035	0,0057
0,5400	-0,1656	0,3437	-0,0035	0,0057
0,5550	-0,1693	0,3461	-0,0035	0,0056
0,5700	-0,1731	0,3485	-0,0035	0,0055
0,5850	-0,1768	0,3508	-0,0035	0,0055
0,6000	-0,1805	0,3530	-0,0035	0,0054

Als één van de basisgrootheden  $\omega$ ,  $\mu_d$  of  $\xi$  gekend is kunnen de andere 2 waarden afgelezen worden in Tabel 2-1. In een volgende paragraaf over samengestelde buiging zal de invloed besproken worden van  $f_{cd}/f_{yd}$ ,  $\beta$ ,  $\chi$  en n.

#### • Optimaal materiaalverbruik

Bij een ontwerpberekening van een palenwand moeten de afmetingen D, d (of  $\beta$ ) en A<sub>s</sub> bepaald worden. Naast deze geometrische eigenschappen moet ook de vervormingstoestand, gekarakteriseerd door  $\xi$ , als onbekende opgevat worden. Er zijn met andere woorden in totaal 4 onbekenden terwijl men slechts 2 evenwichtsvergelijkingen heeft. Er moeten dus 2 onbekenden gekozen worden. Om de hefboomsarmen zo groot mogelijk te houden doet men er goed aan  $\beta$  zo klein mogelijk te kiezen.

De vervomingstoestand kan gekozen worden in functie van optimaal materiaalgebruik. Dit criterium stemt overeen met  $\varepsilon_{c2} = 3.5\%$  en  $\varepsilon_s = 10\%$ , zodat  $\xi = \xi_3 = 0.0035 (1-\beta-\chi)/0.0135$ . Voor verschillende waarden van  $\beta$  kunnen  $\omega$  en  $\mu_d$  bepaald worden voor  $f_{yk}=500$  N/mm<sup>2</sup> en  $f_{yk}=400$  N/mm<sup>2</sup>:

β	ω	$\mu_{d}$
0,1	0,179	-0,0654
0,2	0,099	-0,0360
0,3	0,061	-0,0252
0,4	0,049	-0,0207
0,5	0,038	-0,0164

Tabel 2-2: optimaal materiaalgebruik fvk=500 N/mm<sup>2</sup>

Tabel 2-3: optimaal materiaalgebruik  $f_{yk}\!\!=\!\!400~N\!/mm^2$ 

β	ω	$\mu_{d}$
0,1	0,197	-0,0714
0,2	0,096	-0,0353
0,3	0,061	-0,0252
0,4	0,049	-0,0207
0,5	0,038	-0,0164

De formules voor  $\omega$  en  $\mu_d$  zijn gegeven door vgl. 2-25 en vgl. 2-27, hieruit kunnen de diameter, D, en de wapeningshoeveelheid, A<sub>s</sub>, bepaald worden:

$$D = \sqrt[3]{\frac{M_{sd}}{\mu \cdot f_{cd}}} = \delta_{u}\sqrt[3]{M_{sd}} \qquad A_{s} = \omega \cdot \frac{D^{2} \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{\omega}{\mu^{2/3}} \cdot \frac{f_{cd}^{1/3}}{f_{yd}} \cdot M_{sd}^{2/3} = \lambda_{u} \cdot M_{sd}^{2/3}$$
vgl. 2-28
vgl. 2-29

Aan de hand van vgl. 2-28 en vgl. 2-29 kunnen de waarden van  $\delta_u$  en  $\lambda_u$  getabelleerd worden:

Tabel 2-4: Waarden van  $\delta_u$  voor  $\chi = 0$  en  $f_{yk}$ =500 N/mm<sup>2</sup>

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β <b>=0</b> ,1	1,128	1,047	0,972	0,914	0,869	0,831	0,799	0,771
0,2	1,376	1,278	1,186	1,116	1,060	1,014	0,975	0,941

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
0,3	1,550	1,439	1,336	1,257	1,194	1,142	1,098	1,060
0,4	1,654	1,535	1,425	1,341	1,274	1,218	1,171	1,131
0,5	1,789	1,661	1,542	1,451	1,378	1,318	1,267	1,224

Tabel 2-5: Waarden van  $\delta_u$  voor  $\chi$  = 0 en  $f_{yk}{=}400~N/mm^2$ 

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β <b>=0</b> ,1	1,095	1,016	0,944	0,888	0,843	0,807	0,776	0,749
0,2	1,385	1,286	1,194	1,124	1,067	1,021	0,982	0,948
0,3	1,550	1,439	1,336	1,257	1,194	1,142	1,098	1,060
0,4	1,654	1,535	1,425	1,341	1,274	1,218	1,171	1,131
0,5	1,789	1,661	1,542	1,451	1,378	1,318	1,267	1,224

Tabel 2-6: Waarden van  $\lambda_u$  voor  $\chi$  =0 en  $f_{yk}{=}500N/mm^2$ 

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β <b>=0,1</b>	0,00559	0,00602	0,00649	0,00689	0,00726	0,00759	0,00789	0,00817
0,2	0,00461	0,00496	0,00535	0,00568	0,00598	0,00626	0,00651	0,00674
0,3	0,00362	0,00390	0,00421	0,00447	0,00470	0,00492	0,00512	0,00530
0,4	0,00329	0,00355	0,00382	0,00406	0,00428	0,00447	0,00465	0,00482
0,5	0,00296	0,00318	0,00343	0,00364	0,00384	0,00401	0,00417	0,00432

Tabel 2-7: Waarden van  $\lambda_u$  voor  $\chi = 0$  en  $f_{yk}=400N/mm^2$ 

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β <b>=</b> 0,1	0,00723	0,00779	0,00839	0,00892	0,00939	0,00981	0,01021	0,01057
0,2	0,00568	0,00612	0,00659	0,00700	0,00737	0,00771	0,00801	0,00830
0,3	0,00453	0,00488	0,00526	0,00559	0,00588	0,00615	0,00639	0,00662
0,4	0,00412	0,00444	0,00478	0,00508	0,00535	0,00559	0,00581	0,00602
0,5	0,00369	0,00398	0,00429	0,00456	0,00480	0,00501	0,00521	0,00540

Aan de hand van bovenstaande tabellen kan de diameter en de wapeningshoeveelheid bepaald worden op basis van optimaal materiaalgebruik. Voor een moment  $M_{Sd}$ =100 kNm, met  $\beta$  = 0.1,  $f_{ck}$  = 25 N/mm<sup>2</sup> en  $f_{yk}$  = 500N/mm<sup>2</sup>, krijgt men D = 0.972  $\sqrt[3]{100000000}$  = 451mm en  $A_s$  = 0.00649 10000000<sup>2/3</sup> = 1398mm<sup>2</sup>.

Bij Tabel 2-4 tot Tabel 2-7 is echter geen rekening gehouden met eventuele excentriciteiten. Het achteraf induwen van de wapening gaat gepaard met een zeer grote onzekerheid wat betreft de precieze positie van de wapening in de doorsnede. Uit een onderzoek in [8] vond men dat de 95%-waarde van de afwijking een tiende van de paaldiameter bedroeg. Daarom werden Tabel 2-8 tot Tabel 2-13 opgesteld voor een excentriciteit gelijk aan D/10 in de meest nadelige zin:

f <sub>yk</sub> =500						
β	ω	$\mu_{d}$				
0,1	0,217	-0,0713				
0,2	0,111	-0,0320				
0,3	0,054	-0,0166				
0,4	0,038	-0,0126				
0,5	0,027	-0,0094				

Tabel 2-8: optimaal materiaalverbruik voor  $\gamma = 0.1$ 

f <sub>yk</sub> =400						
β	ω	μ <sub>d</sub>				
0,1	0,215	-0,0707				
0,2	0,118	-0,0336				
0,3	0,050	-0,0161				
0,4	0,038	-0,0126				
0,5	0,027	-0,0094				

Tabel 2-9: optimaal materiaalverbruik voor  $\chi = -0.1$ 

f <sub>ył</sub>		
β	ω	$\mu_{d}$
0,1	0,156	-0,0670
0,2	0,097	-0,0449
0,3	0,075	-0,0370
0,4	0,061	-0,0313
0,5	0,049	-0,0256

	I <sub>yk</sub> =400					
β	ω	$\mu_{d}$				
0,1	0,157	-0,0672				
0,2	0,091	-0,0433				
0,3	0,075	-0,0370				
0,4	0,061	-0,0313				
0,5	0,049	-0,0256				

100

Het is niet a-priori duidelijk welke de meest ongunstige zin zal zijn. Voor  $\beta = 0.1$  krijgt men bijvoorbeeld een lager gereduceerd moment bij  $\chi$  = -0.1 dan bij  $\chi$  = 0.1, het gereduceerd moment voor  $\chi = 0$  is op zijn beurt lager dan het gereduceerd moment bij  $\chi = -0.1$ . Voor hogere β- waarden krijgt men dan het omgekeerde hiervan. D en As worden door de onzekerheid omtrent de oriëntatie van de korf bepaald als het maximum van de waarden die de drie gevallen geven voor D en As en dit onafhankelijk van elkaar. Het criterium van 'optimaal materiaalgebruik' verwatert dan in principe gedeeltelijk door de onzekerheid van plaatsing van de korf, toch kunnen onderstaande waarden een goede richtlijn vormen om de gewapende palen zo efficiënt mogelijk toe te passen:

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β=0,1	1,128	1,047	0,972	0,914	0,869	0,831	0,799	0,771
0,2	1,431	1,328	1,233	1,160	1,102	1,054	1,014	0,979
0,3	1,779	1,652	1,533	1,443	1,371	1,311	1,261	1,217
0,4	1,952	1,812	1,682	1,583	1,504	1,438	1,383	1,335
0,5	2,150	1,996	1,853	1,743	1,656	1,584	1,523	1,470

Tabel 2-10: Waarden van  $\delta_u$  voor  $\chi$  =+ of- 0.1 of 0 en  $f_{yk}$ =500 N/mm<sup>2</sup>

Tabel 2-11: Waarden van  $\delta_u$  voor  $\chi$  = + of - 0.1 of 0 en  $f_{yk}$ =400 N/mm<sup>2</sup>

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β=0,1	1,117	1,037	0,963	0,906	0,861	0,823	0,791	0,764
0,2	1,408	1,307	1,213	1,142	1,085	1,037	0,997	0,963
0,3	1,801	1,672	1,552	1,460	1,387	1,327	1,276	1,232
0,4	1,952	1,812	1,682	1,583	1,504	1,438	1,383	1,335
0,5	2,150	1,996	1,853	1,743	1,656	1,584	1,523	1,470

Tabel 2-12: Waarden van  $\lambda_u$  voor  $\chi$  =+ of -0.1 of 0 en  $f_{yk}{=}500N/mm^2$ 

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β=0,1	0,00638	0,00687	0,00740	0,00786	0,00828	0,00865	0,00900	0,00932
0,2	0,00560	0,00603	0,00650	0,00690	0,00727	0,00760	0,00790	0,00818
0,3	0,00418	0,00450	0,00485	0,00516	0,00543	0,00568	0,00590	0,00611
0,4	0,00352	0,00379	0,00408	0,00434	0,00457	0,00477	0,00496	0,00514
0,5	0,00307	0,00331	0,00357	0,00379	0,00399	0,00417	0,00434	0,00450

Tabel 2-13: Waarden van  $\lambda_u$  voor  $\chi$  =+ of - 0.1 of 0 en  $f_{yk}{=}400N/mm^2$ 

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β=0,1	0,00723	0,00779	0,00839	0,00892	0,00939	0,00981	0,01021	0,01057
0,2	0,00572	0,00616	0,00663	0,00705	0,00742	0,00776	0,00807	0,00836
0,3	0,00453	0,00488	0,00526	0,00559	0,00588	0,00615	0,00639	0,00662
0,4	0,00412	0,00444	0,00478	0,00508	0,00535	0,00559	0,00581	0,00602
0,5	0,00369	0,00398	0,00429	0,00456	0,00480	0,00501	0,00521	0,00540

Voor een moment  $M_{Sd}$  = 100 kNm, met  $\beta$  = 0.1,  $f_{ck}$  = 25 N/mm<sup>2</sup> en  $f_{yk}$  = 500N/mm<sup>2</sup>, krijgen we D = 0.972  $\sqrt[3]{10000000}$  =451mm en  $A_s$  = 0.0074 10000000<sup>2/3</sup> = 1594mm<sup>2</sup>. Vrijwel altijd zal

de wapeningshoeveelheid stijgen door rekening te houden met excentriciteiten (de positieve zin zal bij de wapeningshoeveelheid vrijwel altijd bepalend zijn).

### 2.1.2 I-profiel

Dezelfde berekeningen zoals hierboven kunnen gemaakt worden voor een paal met een stalen I-profiel, mits een aantal aanpassingen. Een bijkomend probleem hierbij is dat niet met zekerheid geweten is of het stalen profiel uiteindelijk langs zijn sterke as dan wel langs zijn zwakke as zal verbogen worden, omdat dit profiel kan verdraaien bij het uitschroeven. Een ander bijkomend probleem is het grote aantal parameters; elk profiel is anders, zodat het onmogelijk is om ontwerptabellen op te stellen zoals hierboven.

EC4 [9] biedt 2 mogelijkheden om de doorsnedecapaciteit te berekenen, enerzijds door een elastoplastisch rekenmodel zoals bij de korfwapening en anderzijds een volplastisch rekenmodel.

#### • Elastoplastisch rekenmodel

Dezelfde rekendiagrammen als in de vorige paragraaf worden gebruikt. De notaties worden ditmaal weergegeven door Figuur 2-4. De resultanten van de betondrukspanningen en de staalspanningen worden berekend volgens vgl. 2-30 resp. vgl. 2-31.



Figuur 2-4: Spanning- en rek diagram voor ronde paal met stalen profiel volgens elastoplastische methode

$$N_{cd} = \int_{0}^{x} \sigma_{cd}(t) \cdot b(t) dt - \int_{0}^{x} \sigma_{cd}(t) \cdot b_{sterk}(t) dt$$

vgl. 2-30

$$N_{sd} = \int_{x-D}^{x} \sigma_s(t) \cdot b_{sterk}(t) dt$$

vgl. 2-31

Hierbij is (met  $t_f$  = dikte van de flens,  $t_w$  = dikte van het lijf,  $b_f$  =breedte van de flens en  $h_w$  = de hoogte van het lijf):

$$b_{sterk}(t) = \begin{cases} 0 & x - t < \frac{1}{2} D - \frac{1}{2} h_w - t_f - e \\ b_f & x - t < \frac{1}{2} D - \frac{1}{2} h_w - e \\ t_w & x - t < \frac{1}{2} D + \frac{1}{2} h_w - e \\ b_f & x - t < \frac{1}{2} D + \frac{1}{2} h_w + t_f - e \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

vgl. 2-32

De hefboomsarm van de betondrukspanning kan berekend worden volgens vgl. 2-33:

$$y_{c} = \frac{\int_{0}^{x} (D/2 - x + t) \cdot \sigma_{cd}(t) \cdot (b(t) - b_{sterk}(t)) dt}{N_{cd}}$$

vgl. 2-33

Opnieuw het langs en rotatie-evenwicht toepassen, levert vgl. 2-34 en vgl. 2-35:

 $N_{cd} + N_{sd} = 0$ 

vgl. 2-34

$$N_{cd} \cdot y_c + \int_{x-D}^x \left(\frac{D}{2} - x + t\right) \cdot \sigma_s(t) \cdot b_{sterk}(t) dt = M_{Sd} \quad (M_{Sd} \le 0)$$
vgl. 2-35

Om het bezwijkmoment te kennen, wordt de betonstuik opnieuw beperkt tot -3.5‰ en de staalrek tot 10‰. Op die manier worden de bezwijkmomenten voor een paaldiameter van 420 mm gegeven in Tabel 2-14, gebruik maken van verschillende IPE-profielen:

	M <sub>Rd</sub>	х	
	(kNm)	(mm)	E <sub>c2</sub>
IPE80	-27,795	69,71	-0,0035
IPE100	-35,465	85,04	-0,0035
IPE120	-43,567	101,60	-0,0035
IPE140	-50,918	114,99	-0,0035
IPE160	-57,050	118,29	-0,0035
IPE180	-64,927	120,12	-0,0035
IPE200	-74,353	120,36	-0,0035
IPE220	-87,068	119,41	-0,0035
IPE240	-102,651	117,37	-0,0035
IPE270	-128,112	111,20	-0,0035
IPE270A	-109,737	106,82	-0,0035

Tabel 2-14: Enkelvoudige buiging, BGT, elastisch-plastische berekening sterke as, D=420, e=0,  $f_{ck}$ =50N/mm<sup>2</sup>,  $f_{yk}$ =235N/mm<sup>2</sup>

Indien het profiel langs zijn zwakke as gebogen wordt dan moet vgl. 2-32 vervangen worden door vgl. 2-36:

$$b_{zwak}(t) = \begin{cases} 0 & x - t < \frac{1}{2} D - \frac{1}{2} b_f - e \\ 2 t_f & x - t < \frac{1}{2} D - \frac{1}{2} t_w - e \\ 2 t_f + h_w & x - t < \frac{1}{2} D + \frac{1}{2} t_w - e \\ 2 t_f & x - t < \frac{1}{2} D + \frac{1}{2} b_f - e \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

vgl. 2-36

In dit geval dient Tabel 2-14 vervangen te worden door Tabel 2-15:

Tabel 2-15: Enkelvoudige buiging, I	BGT, elastisch-plastische berekening
zwakke as, D=420, e=0, f <sub>ck</sub>	<sub>k</sub> =25N/mm <sup>2</sup> , f <sub>yk</sub> =235 N/mm <sup>2</sup>

	$M_{Rd}$	Х	
	(kNm)	(mm)	$\epsilon_{c2}$
IPE80	-27,795	69,71	-0,0035
IPE100	-35,453	85,02	-0,0035
IPE120	-43,567	101,59	-0,0035
IPE140	-51,630	118,95	-0,0035
	$M_{Rd}$	Х	
---------	----------	--------	--------------------
	(kNm)	(mm)	$\mathcal{E}_{c2}$
IPE160	-59,081	136,35	-0,0035
IPE180	-66,305	155,34	-0,0035
IPE200	-71,622	165,52	-0,0035
IPE220	-77,052	170,56	-0,0035
IPE240	-82,561	175,13	-0,0035
IPE270	-90,133	180,69	-0,0035
IPE270A	-83,120	172,30	-0,0035

Men ziet dat de sterkte van de kleine profielen niet beïnvloed wordt door de oriëntatie van het profiel. Dit komt doordat het profiel volledig in de getrokken zone ligt. Bij de grotere profielen ligt een deel van het stalen profiel in de gedrukte zone, zodat de profielen verbogen rond de sterke as een groter weerstandbiedend moment hebben dan de profielen verbogen rond de zwakke as.

Tabel 2-15 houdt geen rekening met de eventuele excentriciteit van het profiel. In paragraaf 2.2 zal hier dieper op ingegaan worden.

### • Star-plastisch rekenmodel

EC4 [9] biedt anderzijds een eenvoudiger manier om het weerstandbiedend moment te berekenen. Volgens EC4 [9] mag het weerstandbiedend moment volgens een volplastisch rekenmodel berekend worden. Hierbij wordt voor het beton vanaf de neutrale lijn een rechthoekig spanningsblok aangenomen. De notaties worden weergegeven door Figuur 2-5:



Figuur 2-5: Spanning- en rekdiagram voor ronde paal met stalen profiel volgens starplastische methode

Dit heeft voor gevolg dat de spanningen  $\sigma_c(t)$  en  $\sigma_s(t)$  constante waarden aannemen en niet meer afhankelijk zijn van  $\varepsilon_{c2}$ . Uit het langsevenwicht kan bijgevolg eenvoudig x (de hoogte van de gedrukte zone) berekend worden. Aan de hand van het rotatie-evenwicht bepaalt men tenslotte het weerstandbiedend moment volgens vgl. 2-35.

	M <sub>Rd</sub>	Х
	(kNm)	(mm)
IPE80	-27,742	59,19
IPE100	-35,364	72,19
IPE120	-43,424	86,27
IPE140	-51,413	101,01
IPE160	-58,768	115,80
IPE180	-66,184	121,43
IPE200	-75,210	114,24
IPE220	-87,899	106,50
IPE240	-103,657	99,28
IPE270	-128,874	99,04
IPE270A	-110,552	91,13

Tabel 2-16: Enkelvoudige buiging, BGT, star-plastische berekening sterke as, D=420, e=0, f<sub>ck</sub>=25N/mm<sup>2</sup>, f<sub>yk</sub>=235 N/mm<sup>2</sup>

Tabel 2-17: Enkelvoudige buiging,BGT, star-plastische berekenir	ıg
zwakke as, D=420, e=0, f <sub>ck</sub> =25N/mm <sup>2</sup> , f <sub>yk</sub> =235 N/mm <sup>2</sup>	

	M <sub>Rd</sub>	X
	(KINM)	(mm)
IPE80	-27,742	59,19
IPE100	-35,364	72,19
IPE120	-43,424	86,27
IPE140	-51,413	101,01
IPE160	-58,768	115,80
IPE180	-65,860	131,93
IPE200	-71,831	148,11
IPE220	-77,526	160,16
IPE240	-83,066	164,94
IPE270	-90,645	170,51
IPE270A	-83,943	161,80

Ten eerste kan dezelfde opmerking gemaakt worden als hierboven betreffende de oriëntatie van het profiel. Ten tweede ziet men dat de weerstandbiedende momenten bij de starplastische methode altijd iets hoger liggen dan bij de elastoplastisch methode. Dit komt doordat de hoogte van de gedrukte zone altijd kleiner zal zijn bij de plastische methode dan bij de elastoplasische methode. Hierdoor vergroot de hefboomsarm van de betondrukspanning. De stijging van het maximale moment is in dit geval maximaal 5%, hetgeen een benadering lans onveilige kant is.

# 2.2 Samengestelde buiging

### 2.2.1 Korfwapening

• Theoretisch

Als een palenwand tegelijkertijd onderworpen wordt aan een normaalkracht en een buigend moment, heeft men te maken met samengestelde buiging. Om het bezwijkmoment in dit geval te bepalen kunnen interactiediagrammen worden opgesteld. Deze geven aan hoe groot het bijkomende moment maximaal mag zijn als een bepaalde doorsnede onderworpen is aan een bepaalde normaalkracht. Om deze interactiediagrammen op te stellen wordt een iets andere methodiek gevolgd als hierboven. Er wordt hier vanaf het begin uitgegaan van een bezweken toestand. Daarom worden alle vervormingsdiagrammen waarmee een bezwijkgrenstoestand overeenstemt doorlopen, zoals in EC2 [6]:



Figuur 2-6: Vervormingsdiagrammen bij bezwijken

Een bezwijkgrenstoestand wordt bereikt als 1 van beide materialen (staal of beton) zijn grensvervorming bereikt heeft. Dit wil zeggen dat het beton zich in een bezwijkgrenstoestand bevindt als het een stuik ondervindt gelijk aan 3.5‰ (toestandspunt P2) in het geval van

buiging, al dan niet in combinatie met een langkracht, of gelijk aan 2‰ in het geval van enkelvoudige druk (toestandspunt P3). Voor het getrokken staal geldt een conventionele begrenzing van 10‰ (toestandspunt P1) om in een bezwijkgrenstoestand te verkeren.

Hierna worden alle vervormingstoestanden, waarmee een bezwijkgrenstoestand correspondeert, doorlopen:

-Draaipunt P1: Men start bij een volledig getrokken doorsnede; alle staal is onderworpen aan de conventionele rek van 10‰. Vervolgens wordt het vervomingsdiagram gewenteld rond P1, ter hoogte van de betondekking (afstand rand paal tot hartlijn korf), en gaat men over naar het diagram ( $\varepsilon_s = 10\%$ ,  $\varepsilon_{c2} = -3.5\%$ ). Deze toestand stemt overeen met enkelvoudige of samengestelde buiging (gebied 1).

-Draaipunt P2: De vervormingsdiagrammen worden nu gewenteld rond het punt P2 om zo over te gaan naar het diagram ( $\varepsilon_{c1} = 0$ ,  $\varepsilon_{c2} = -3.5\%$ ). Het gaat hier dus over bezwijkgrenstoestanden van samengestelde (of enkelvoudige) buiging met uitputting van het beton (gebied 2).

- Draaipunt P3: Om nu een gelijkmatige overgang te verkrijgen van excentrische druk naar centrische druk laat men de vervormingsdiagrammen wentelen rond het punt P3, zodat men uiteindelijk komt tot het diagram met een constante stuik van -2 ‰. Dit is de bezwijktoestand van een paal belast op centrische druk. Het punt P3 ligt op een afstand 3D/7 van de meest gedrukte vezel (volgens EC2 [2]) (opm: Bij hogere sterkte beton is deze afstand gelijk aan (1- $\epsilon_{c2}/\epsilon_{cu2}$ )D). Als f<sub>ck</sub> kleiner is dan 55 N/mm<sup>2</sup> dan is  $\epsilon_{c2} = 2$  ‰ en  $\epsilon_{cu2} = 3.5$ ‰, zodat deze afstand gelijk is aan 3/7D) (gebied 3).

Bij een bepaalde doorsnede kunnen al deze vervormingsdiagrammen weergegeven worden door 1 parameter, namelijk x. Dit is de hoogte van de gedrukte zone, als men te maken heeft met enkelvoudige of samengestelde buiging. Indien x negatief is dan heeft men te maken met excentrische trek en als x naar - $\infty$  gaat, ontstaat uiteindelijk uniforme trek. Is x>D dan heeft men te maken met excentrisch druk en als x uiteindelijk naar + $\infty$  gaat, spreekt men van uniforme druk. Deze x-waarde legt met andere woorden ook de waarde van  $\varepsilon_{c2}$  vast. De waarde van  $\varepsilon_{c2}$  in functie van x wordt gegeven door vgl. 2-37:

$$\varepsilon_{c2} = \begin{cases} -.002 \frac{x}{x - \frac{3}{7}D} & D \le x \\ -.0035 & x_3 < x \\ -.01 \frac{x}{D - d - e - x} & otherwise \end{cases}$$
vgl. 2-37

Hierbij is  $x_3$  de hoogte van de gedrukte zone bij de vervormingstoestand ( $\varepsilon_s = 10\%$ ,  $\varepsilon_{c2} = -3.5\%$ ). Deze waarde wordt gegeven door vgl. 2-38:

$$x_3 = (D - d - e)\frac{0.0035}{0.0135}$$

vgl. 2-38

Uit deze vervormingsdiagrammen kan men aan de hand van de rekendiagrammen gegeven bij enkelvoudige buiging de spanningen bepalen over de hoogte van de doorsnede. De 2 onbekenden bij een gegeven x- waarde zijn nu  $M_{Rd}$  en  $N_{Rd}$ . Langs- en rotatie-evenwicht leveren bij een bepaalde geometrie en bij een bepaalde x,  $N_{Rd}$  en  $M_{Rd}$  zoals aangegeven in vgl. 2-39 en vgl. 2-40 (waarbij  $N_{cd}$ ,  $N_{sd}$ ,  $N_{sdi}$ , y<sub>c</sub> en y<sub>si</sub> gegeven worden door vgl. 2-3 tot vgl. 2-9):

$$N_{Rd} = N_{cd} + N_{sd}$$

vgl. 2-39

$$M_{Rd} = N_{cd} \cdot y_c + \sum_{i=1}^{aantal} N_{sdi} \cdot y_{si} \quad (M_{Rd} \le 0)$$

vgl. 2-40

Laat men x nu variëren van  $-\infty$  tot  $+\infty$  dan kan men voor een bepaalde doorsnede het interactiediagram bepalen. Voor ontwerpdoeleinden is het handig om alles opnieuw dimensieloos te maken zodat ontwerpgrafieken kunnen gemaakt worden, dit doet men door dezelfde substituties uit te voeren als bij enkelvoudige buiging aan de hand van vgl. 2-23 tot vgl. 2-27 en:

$$v = \frac{N_{Sd}}{D^2 f_{cd}}$$
vgl. 2-41

In Figuur 2-7 zijn een aantal interactiediagrammen weergegeven voor  $\beta = 1$ ,  $\chi = 0$  en 6 staven:



Figuur 2-7: interactiediagrammen voor  $\beta = 0.1$ ,  $\chi = 0$ , n = 6 en f<sub>yk</sub> = 500N/mm<sup>2</sup>

Bij een bepaalde vervormingstoestand van een doorsnede, hoort een welbepaalde numerieke waarde voor  $N_{cd}$  en  $y_c$ , maar ook voor de staalspanningen  $\sigma_{si}$ . Uit het langs- en rotatieevenwicht (vgl. 2-39 en vgl. 2-40) volgt dan dat  $N_{Rd}$  en  $M_{Rd}$  lineaire functies zijn van  $A_{s1}$ , eliminatie van  $A_{s1}$  uit beide vergelijkingen leidt tot een lineair verband tussen  $N_{Rd}$  en  $M_{Rd}$ , of  $v_d$ en  $\mu_d$ . In het interactiediagram liggen alle toestandspunten, van de verschillende wapeningsverhoudingen, die met hetzelfde vervormingsdiagram overeenstemmen op een rechte.

In Figuur 2-7 zijn 3 dergelijke rechten weergegeven. De rechte waarvoor  $\xi$  gelijk is aan 1 komt overeen met een vervormingstoestand ( $\varepsilon_{c2} = -3.5\%$  en  $\varepsilon_{c1} = 0$ ). De rechte met  $\xi$  gelijk aan 0 geeft de vervormingstoestand ( $\varepsilon_{c2} = 0$ ,  $\varepsilon_{s1} = 10\%$ ). Tussen deze 2 rechten spreekt men van samengestelde buiging, links van de rechte  $\xi = 1$  spreekt men van excentrische druk en rechts van de rechte  $\xi = 0$  spreekt men van excentrische trek. Deze laatste zone is vrij beperkt aangezien het hier enkel het staal is die een bijdrage levert tot de sterkte. Een derde rechte is gegeven bij  $\xi = \xi_3$  (=0.0035 (1- $\beta$ - $\chi$ )/0.0135), deze toestand stemt overeen met ( $\varepsilon_{c2} = -3.5\%$ ,  $\varepsilon_{s1}$ = 10‰). Links van deze rechte bereikt men de bezwijkfase door het verbrijzelen van het beton, rechts daarvan zal het staal uitgeput geraken.

De onderste kromme, behorend bij  $\omega = 0$ , stelt een ongewapende doorsnede voor. Deze moet door de oorsprong gaan, aangezien het beton geen trek kan opnemen als de doorsnede bijvoorbeeld onderworpen wordt aan uniforme trek. Is deze doorsnede onderworpen aan uniforme druk dan moet v gelijk zijn aan -0.667.

#### • parametersstudie

(in Appendix B zijn alle grafieken in het groot afgebeeld)

#### Verhouding fcd/fyd

De verhouding  $f_{cd}/f_{yd}$  heeft enkel invloed op de formules waar  $f_{cd}/f_{yd}.\omega$  in voorkomt (bij gelijkblijvende  $\omega$ ), meer bepaald de 2<sup>de</sup> term van  $v_{cd}$  en  $\psi_c$  in vgl. 2-14 en vgl. 2-20. Deze termen geven de betondrukspanningen ter hoogte van de wapeningsstaven die te veel gerekend zijn met de integraal in de 1<sup>ste</sup> term. Als zij verwaarloosd worden dan wordt gerekend met een iets te grote betondrukzone. Bij grotere betonsterktes zal deze factor dus belangrijker worden. In Figuur 2-8 is de invloed van de betonsterkte weergegeven:



Figuur 2-8: invloed van f<sub>ck</sub>

Figuur 2-8 geeft de interactiediagrammen voor  $\beta = 0.1$ ,  $\chi = 0$ , aantal = 6,  $\omega = 0.2$  bij verschillende waarden van f<sub>ck</sub>. In de bovenste curve is de invloed van betondrukspanningen ter hoogte van de wapeningen verwaarloosd, in de middelste is f<sub>ck</sub> = 15 N/mm<sup>2</sup> en in de onderste is f<sub>ck</sub> = 50 N/mm<sup>2</sup>. Men merkt op dat de invloed hiervan vrij gering is, bij grotere betonsterktes en bij hogere mechanische wapeningsverhoudingen zal deze invloed lichtjes stijgen. Aangezien bij palenwanden meestal geen al te grote wapeningsverhoudingen en betonsterktes worden gebruikt, zou men met goede benadering deze termen kunnen verwaarlozen. Alle andere

termen zijn onafhankelijk van de waarde van  $f_{ck}$ , omdat deze waarden weggedeeld zijn bij het dimensieloos maken van de formules.

De waarde  $f_{yd}$  zal uiteraard ook een invloed hebben op de termen waar  $f_{cd}/f_{yd}.\omega$  in voorkomt (alle andere termen zijn onafhankelijk gemaakt van  $f_{yd}$ ).  $f_{yd}$  heeft echter ook nog invloed op het rekendiagramma van het staal. In bovenstaande grafieken is  $f_{yk}$  gelijk gesteld aan 500 N/mm<sup>2</sup>. Als  $f_{yk}$  gelijk is aan 400N/mm<sup>2</sup>, dan heeft dit niet alleen invloed op de termen waar  $f_{cd}/f_{yd}.\omega$  in voorkomt (bij een gelijkblijvende  $\omega$ ), maar heeft dit ook voor gevolg dat de stijgende tak van het rekendiagramma korter wordt. Bij de meeste liggingen van de neutrale vezel zullen de staven uit FeB500 niet allemaal op hun volledige sterkte worden benut aangezien zij zich nog in de stijgende tak van de spanning-rek-kromme liggen bij het bezwijken van het beton. Voor FeB 400 zullen de weerstandbiedende momenten - relatief gezien – enkele percenten hoger liggen:



Figuur 2-9: Invloed van f<sub>yk</sub>

Het nadeligste geval is dus wanneer  $f_{yk}$  gelijk is aan 500N/mm<sup>2</sup>. Gebruikt men betonstaal met  $f_{yk}$  gelijk aan 400 N/mm<sup>2</sup>, dan rekent men veilig als de doorsnede gedimensioneerd wordt aan de hand van interactiekrommen met  $f_{yk} = 500$  N/mm<sup>2</sup>.

In het vervolg zijn alle interactiediagrammen berekend met  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$  en  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ , waarbij  $\gamma_c = 1.5$  en  $\gamma_s = 1.15$ . Dit wil niet zeggen dat deze enkel kunnen gebruikt

worden voor deze specifieke materialen, voorgaande redeneringen tonen echter aan dat deze diagrammen ook voor andere materiaaleigenschappen kunnen gebruikt worden.

#### Aantal staven

Men kan zich afvragen wat de invloed is van het aantal staven, bij een bepaalde mechanische wapeningsverhouding, op de diagrammen. In Figuur 2-10 zijn voor eenzelfde wapeningsverhouding ( $\omega = 0.2$  en  $\beta = 0.1$ ,  $\chi = 0$ ) krommen getekend met een verschillend aantal staven:



Figuur 2-10: invloed van n

Op Figuur 2-10 ziet men dat de krommen nog weinig van elkaar verschillen voor 5 of meer staven. Voor 2, 3 of 4 staven zijn de afwijkingen te verklaren door de manier van berekenen. Indien 2 staven gebruikt worden dan bevinden die zich allebei op de middellijn van de doorsnede, waardoor hun hefboomsarm altijd klein is. Bij 3 of 4 staven verkrijgt men eenzelfde fenomeen. Vanaf 5 staven zou deze doorsnede dus ook kunnen berekend worden door de wapeningskorf te bekijken als een ring met dezelfde wapeningsverhouding.

#### Betondekking

Als  $\beta$  varieert van 0.1 naar 0.5 dan verkrijgen we volgende grafieken:



Figuur 2-11: Invloed betondekking

Hoe groter de betondekking is hoe meer alle staven naar het centrum liggen, dit heeft voor gevolg dan hun hefboomsarm ( $y_{si}$ ) zeer klein wordt en bij  $\beta = 0.5$  zelfs naar nul gaat. Uit vgl. 2-40 haalt men dan dat voor een bepaalde vervormingstoestand M<sub>Rd</sub> of  $\mu_d$  constant is, aangezien N<sub>c</sub> en y<sub>c</sub> een constante waarde hebben en de y<sub>si</sub> 's gelijk zijn aan nul. In de grafiek met  $\beta$  gelijk aan 0.5 (centrische wapening) ziet men dan ook dat de rechten  $\xi = 1$  en  $\xi = 0.26$  horizontaal liggen.

Indien een paal onderworpen wordt aan excentrische druk of excentrische trek dan heeft de betondekking slechts een zeer kleine invloed op de sterkte van de doorsnede (bij uniforme druk of trek heeft de betondekking logisch gezien geen invloed). Bij samengestelde buiging is deze invloed veel groter en dit vooral voor de bezwijktoestanden waar het beton bezwijkt (stuk tussen de rechten  $\xi = 1$  en  $\xi = 0.26$ ). Bij de centrische wapening vindt men bijgevolg dat bij v<sub>d</sub>

= -0.33 de sterkte van de doorsnede niet toeneemt bij toenemende mechanische wapeningsverhouding, de sterkte is immers slechts zo groot als de sterkte bij een ongewapende doorsnede. Het vergroten van de mechanische wapeningsverhouding heeft bijgevolg veel meer invloed op de sterkte bij doorsneden met kleine betondekking dan bij doorsneden met grote betondekking.

Palenwanden worden meestal onderworpen aan enkelvoudige buiging. Samengestelde buiging is slechts aan de orde als er een belangrijke normaalkracht komt in de palen, bijvoorbeeld als de palenwand tegelijk moet dienen als wand van een tunnel of ondergrondse parkeergarage. In de beginfase zijn deze echter niet onmiddellijk onderworpen aan deze normaalkracht, waardoor zij moeten berekend worden op enkelvoudige buiging (het punt in de grafieken die de as  $\mu_d$  snijdt). Indien er achteraf nog een normaalkracht bijkomt dan werkt deze positief op de sterkte van de doorsnede op voorwaarde dat deze normaalkracht klein genoeg is zodat men nog in de stijgende tak van de kromme zit, in dit geval heeft men dus nog een bepaalde buigingsreserve. Deze buigingsreserve wordt echter kleiner naarmate de mechanische wapeningsverhouding groter wordt. Hierbij komt ook nog dat bijvoorbeeld bij het plaatsen van een dak op 2 tegenover elkaar staande rijen secanspalen de randvoorwaarden veranderen. De 2 rijen secanspalen worden dan op elkaar afgestempeld zodat het aangrijpende moment in de palen kleiner wordt. Indien deze normaalkracht echter zeer groot is, dan kan men zich bevinden in de dalende tak van het interactiediagram. In dit geval moet het moment voldoende gereduceerd zijn door de ranvoorwaarden opdat de doorsnede nog zou voldoen.

#### **Excentriciteit**

De wapening kan ook excentrisch in de doorsnede zitten. Het achteraf induwen van de wapening gaat gepaard met een zeer grote onzekerheid wat betreft de precieze positie van de wapening in de doorsnede. Uit onderzoek [8] vond men dat de 95%- waarde van de afwijking een tiende van de paaldiameter bedroeg. In het volgende wordt de invloed onderzocht van een excentriciteit gelijk aan D/10 op het weerstandbiedend moment.



Figuur 2-12: Invloed excentriciteit

In eerste instantie is het niet zeker of de wapening een positieve of een negatieve excentriciteit zal hebben, met andere woorden of de wapening meer naar de gedrukte betonvezel of naar de getrokken vezels zal liggen. Om deze reden zijn in bovenstaande grafieken de volledige interactiediagrammen gegeven, voor elke combinatie van normaalkracht en moment (positief of negatief) kan een mechanische wapeningverhouding afgelezen worden. Dit kan ook anders geïnterpreteerd worden: bij een bepaalde normaalkracht en bij een bepaalde geometrie komen 2 weerstandbiedende momenten overeen, de hoogste waarde (meest positieve) komt overeen met een negatieve excentriciteit en de laagste met een positieve excentriciteit. De laagste absolute waarde van beide momenten geeft dan de rekenwaarde van het weerstandbiedend moment van die doorsnede rekening houdend met een excentriciteit van 1/10 van de paaldiameter.

Zoals uit Figuur 2-12 blijkt zal bij kleine normaalkrachten de meest ongunstige zin van de excentriciteit de positieve zin zijn. Men ziet ook dat bij centrische wapening ( $\beta = 0.5$ ) de stijgende tak van  $\mu_{Rd}$  door  $v_{Rd}$  langer wordt, dit wil zeggen dat de buigingsreserve groter wordt dan bij de interactiediagrammen zonder excentriciteit. Het langer worden van de stijgende tak is minder van belang naarmate de betondekking daalt. Over het algemeen ziet men dat de invloed van de excentriciteit kleiner wordt naarmate de betondekking kleiner wordt.

Als men bij de berekening van het weerstandbiedend moment inderdaad rekening houdt met de onzekerheid van de plaatsing van de wapening en dus de wapening in de meest ongunstige zin plaatst, dan bekomt men altijd lagere waarden dan bij samengestelde buiging zonder excentriciteit. Vergelijken van bovenstaande grafieken met de grafieken van samengestelde buiging zonder excentriciteit, doet vermoeden dat het weerstandbiedend moment meer afwijkt voor grote wapeningsverhoudingen dan voor kleine wapeningsverhoudingen. Procentueel gezien echter wijkt het weerstandbiedend moment meer af voor kleine wapeningsverhoudingen dan voor grote wapeningsverhoudingen. Dit kan men ook zien bij enkelvoudige buiging (met  $\beta = 0.1$ ), zoals aangegeven in Tabel 2-18:

	$\mu_{d}$	$\mu_{d}$	daling
ω	(χ=0)	(χ=0,1)	(%)
0,0150	-0,0067	-0,0054	-19,62%
0,1500	-0,0549	-0,0483	-12,05%
0,2700	-0,0925	-0,0833	-10,00%

Tabel 2-18: Afwijking weerstandbiedend moment tgv excentriciteit

(1)	$\mu_{d}$	$\mu_{d}$	daling
ω	(χ=0)	(χ=0,1)	(%)
0,3900	-0,1277	-0,1151	-9,87%
0,6000	-0,1805	-0,1674	-7,24%

Om de invloed van de excentriciteiten zo klein mogelijk te houden moet dus gewerkt worden met een grote mechanische wapeningsverhouding en een kleine betondekking. Zit de wapening centrisch ( $\beta = 0.5$ ) dan kan de daling van het weerstandbiedend moment bij kleine normaalkracht tot 30% bedragen.

## 2.2.2 I-profiel

Dezelfde soort interactiediagrammen kunnen opgesteld worden voor palen voorzien van een Iprofiel aan de hand van analoge berekeningen. Ook hier gelden vgl. 2-41 en vgl. 2-27 voor de waarden van v<sub>d</sub> en  $\mu_d$ . De partiële veiligheidsfactoren zijn gelijk aan:  $\gamma_s = 1.1$  en  $\gamma_c = 1.5$ .

Aangezien EC4 [9] toelaat om de doorsnedecapaciteit met de starplastische methode te bepalen, wordt in wat volgt dan ook enkel van deze methode gebruik gemaakt. Doordat hier gerekend wordt met rechthoekige spanningsblokken voor de spanning-rek relaties, moeten hier niet de verschillende vervormingsdiagrammen bekeken worden om van daaruit de spanningen te kennen.

Door x te laten variëren van 0 tot D kunnen opnieuw de interactiediagrammen opgesteld worden voor de sterke en de zwakke oriëntatie van het profiel.

### • Sterke of zwakke as

Onderstaande grafieken geven de interactiediagrammen voor een aantal IPE profielen in palen met diameter 420mm. Profielen groter dan IPE270 kunnen niet meer in dergelijke palen geplaatst worden. Voor de materiaalsterktes,  $f_{ck} = 25N/mm^2$  en  $f_{yk} = 235 N/mm^2$ , zijn in overeenstemming met EC4 [9] veiligheidsfactoren gebruikt gelijk aan  $\gamma_c = 1.5$  en  $\gamma_s = 1.1$ .



Figuur 2-13: IPE-profiel om sterke as in paal met D=420mm



Figuur 2-14:IPE-profiel om zwakke as in paal met D=420mm

Men ziet opnieuw dat de oriëntatie van het profiel een grotere invloed zal hebben op de sterkte bij grote profielen dan bij kleine profielen. Als de neutrale as in het profiel ligt dan is het vooral het weerstandsmoment van het profiel die de sterkte bepaalt, ligt de neutrale as buiten het profiel dan is het de staalhoeveelheid die de sterkte bepaalt.

#### • Excentriciteiten

Net zoals bij de wapeningskorven kan men hier uitgaan van een excentriciteit gelijk aan D/10. Men ziet dat de excentriciteit een gelijkaardig effect heeft als bij korfwapening. Bij een bepaalde geometrie (en bij een bepaalde excentriciteit) krijgt men in sommige belastingsgevallen gunstiger waarden en in andere belastingsgevallen ongunstiger waarden.







Figuur 2-16: Invloed excentriciteit op IPE-profiel volgens zijn zwakke as

Om nu het weerstandbiedend moment te kennen rekening houdend met een excentriciteit in meest ongunstige zin, kan analoog te werk gegaan worden als bij de korfwapening. Zo bekomt men een weerstandbiedend moment bij een bepaalde normaalkracht voor de sterke as en voor de zwakke as van het profiel. De oriëntatie van het profiel is sterk afhankelijk van de manier waarop de secanspaal is gemaakt. Als het profiel wordt ingebracht voor het uitschroeven en betonneren, draait het profiel nogal gemakkelijk mee bij het uitschroeven. Als echter het profiel wordt ingebracht na het uitschroeven en betonneren, dan is men vrij zeker over de oriëntatie van het profiel. In dit geval mag het weerstandbiedend moment gebruikt worden van de paal waarin het profiel volgens zijn sterke as wordt verbogen. In het andere geval moet men de laagste van beide waarden hanteren.

Er is gezegd dat voor kleine profielen de oriëntatie van het profiel weinig invloed heeft. De invloed van de excentriciteiten wordt echter wel belangrijk voor kleine profielen. Voor grote profielen wordt invloed van de excentriciteiten –relatief gezien- kleiner dan voor kleine profielen, doch niet verwaarloosbaar.

### • Vergelijking met korfwapening

Men zou zich kunnen afvragen wat er gebeurt als deze IPE profielen zouden vervangen worden door een korf met dezelfde hoeveelheid staal. In onderstaande tabel zijn voor een aantal profielen de overeenkomstige mechanische wapeningsverhoudingen gegeven indien een korf zou gebruikt worden in een paal met diameter 420mm:

	А	
	(mm²)	ω
IPE80	742,88	0,11
IPE200	2724,8	0,40
IPE270	4401,4	0,65

Tabel 2-19: overeenkomstige  $\omega\text{-}$  waarden bij IPE-profielen

Met deze  $\omega$ -waarden kunnen de interactiediagrammen opgesteld worden voor de gelijkwaardige korfwapeningen. Hierbij is ervan uitgegaan dat  $\beta$  gelijk is aan 0.2 en  $\chi$  gelijk is aan 0. De rode lijnen stellen de korfwapening voor en de zwarte de overeenkomstige IPE-profielen in Figuur 2-17:



Figuur 2-17: korf vs IPE

Men ziet dat in alledrie de gevallen de korfwapening gunstiger waarden oplevert dan de profielen. Dat komt enerzijds door het feit dat het betonstaal ( $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ ) een hogere vloeigrens heeft dan het profielstaal ( $f_{yk} = 235 \text{ N/mm}^2$ ) en anderzijds door het feit dat de hefboomsarmen van de korfwapening veel groter zijn dan bij de IPE-profielen. Als  $\beta$  zou afnemen, dan zouden nog gunstiger waarden bekomen worden, omdat de hefboomsarmen nog zouden toenemen. Als daarentegen alle wapening centrisch ( $\beta = 0.5$ ) zou zitten, dan zijn de hefboomsarmen kleiner dan bij het profielstaal en dan zouden bij samengestelde buiging de profielen gunstiger waarden opleveren. Bij centrische druk of trek blijft de korfwapening uiteraard gunstiger dan de profielen als gevolg van de hogere vloeigrens van het staal.

### 2.3 Besluit

In het voorgaande is aangegeven hoe ontwerptabellen voor ronde palen met de korfwapening gelijkmatig verdeeld langs hun omtrek kunnen opgesteld worden wanneer zij onderworpen worden aan enkelvoudige buiging. In de tekst is één ontwerptabel voor  $\beta = 0.1$  (= betondekking/ diameter paal) en  $\chi = 0$  (= excentriciteit/diameter paal) opgenomen; als 1 van de basisgrootheden  $\omega$ ,  $\mu_d$  of  $\xi$  gekend is dan kunnen de andere twee uit de tabel worden afgelezen. Deze grootheden stemmen respectievelijk overeen met de mechanische wapeningsverhouding, het gereduceerd moment en de vervomingstoestand. Als bijvoorbeeld de geometrie van een doorsnede vastligt dan is  $\omega$  gekend en kan het maximum opneembaar moment afgelezen worden uit de tabel. Analoog, als het op te nemen moment gekend is dan kan  $\mu_d$  bepaald worden (bij gegeven diameter en materiaaleigenschappen) en kan de mechanische wapeningsverhouding afgelezen worden.

In het geval van enkelvoudige buiging werden ook ontwerptabellen opgesteld om het materiaal zo optimaal mogelijk te gebruiken. Dit wil zeggen dat als het beton onderworpen is aan een stuik gelijk aan 3.5‰, ook het staal onderworpen is aan zijn maximale rek, nl. 10‰. Aan de hand van deze tabellen kan bij gegeven materiaaleigenschappen de diameter en de wapening van de doorsnede bepaald worden. We zeggen hier wel dat het materiaal 'zo optimaal mogelijk' gebruikt wordt: aangezien de wapening verdeeld zit langs de omtrek staat echter a-priori vast dat het materiaal niet optimaal benut wordt. Wegens praktische overwegingen is het echter niet mogelijk om, zoals bij balken, de wapening zo laag mogelijk in de trekzone te concentreren om een optimale benutting van de wapening en het beton te verkrijgen.

Verder werd de theorie van enkelvoudige buiging uitgebreid naar samengestelde buiging zodat ook de wapening kan bepaald worden wanneer de doorsnede bijkomend onderworpen is aan een normaalkracht. Om deze wapening te bepalen is aangegeven hoe interactiediagrammen kunnen opgesteld worden. Indien de snedekrachten, de diameter en de materiaaleigenschappen gekend zijn kunnen het gereduceerde moment en de gereduceerde normaalkracht uitgezet worden op de ontwerpgrafiek. Hieruit kan vervolgens de mechanische wapeningsverhouding afgelezen worden. Er is aangetoond dat de grafieken onafhankelijk zijn van de betonsterkte en dat men veilig rekent als men de hoeveelheid wapening met kwaliteit FeB 400 bepaalt op basis van ontwerpgrafieken gemaakt voor FeB500 wapeningsstaal. Er is ook aangetoond dat de wapening kan vervangen worden door een ring die dezelfde wapeningsverhouding heeft als de staven, wanneer het aantal staven groter is dan of gelijk aan 6 staven. Dit wil ook zeggen dat de oriëntatie van de korf in de paal een te verwaarlozen invloed heeft op de sterkte van de paal. Om met dezelfde hoeveelheid materiaal een zo sterk mogelijke doorsnede te maken is het belangrijk om de betondekking zo klein mogelijk te houden. Op die manier zorgt men ervoor dat de hefboomsarmen van de wapeningen zo groot mogelijk blijven, wat de momentcapaciteit van de paal ten goede komt. Om de invloed van de excentriciteit zo klein mogelijk te houden, moet men enerzijds de betondekking zo klein mogelijk houden en anderzijds een grote wapeningsverhouding gebruiken. Bij een betondekking gelijk aan 1/10 van de paaldiameter en een mechanische wapeningsverhouding groter dan 0.27 veroorzaakt een excentriciteit gelijk aan een tiende van de paaldiameter een daling van het weerstandbiedend moment van maximaal 10%. In dit geval is de wapening in zijn slechtst mogelijke positie geplaatst, een grotere excentriciteit is hier niet mogelijk wegens geometrische overwegingen, zodat men hier dus met goede benadering de invloed van de excentriciteit zou kunnen achterwege laten. Als

dit niet het geval is moeten de aangepaste grafieken gebruikt worden die rekening houden met een excentriciteit gelijk aan D/10.

Ten slotte zijn er ook een aantal ontwerptabellen voor enkelvoudige buiging en ontwerpgrafieken voor samengestelde buiging opgesteld voor palen voorzien van profielwapening. Het grote probleem bij het opstellen van ontwerpgrafieken bij gebruik van profielstaal is het grote aantal parameters. Het is onmogelijk om de eigenschappen van een profiel uit te drukken door 1 parameter, elk profiel is verschillend. Dit heeft voor gevolg dat voor elke configuratie een ander interactiediagram moet opgesteld worden. Een bijkomend probleem bij het gebruik van profielstaal is de oriëntatie van het profiel. Als men het profiel erin duwt na het uitschroeven is men echter vrij zeker van de oriëntatie van het profiel. Wordt het profiel echter geplaatst voor het uitschroeven dan kan het gemakkelijk zijn dat het profiel meedraait, zodat het profiel langs zijn zwakke as wordt verbogen. Maakt men echter gebruik van kleine profielen in een grote paaldiameter dan heeft de oriëntatie van dit profiel weinig invloed op de sterkte aangezien zij volledig in de trekzone liggen. Gebruikt men echter grotere profielen dan kan het zijn dat een gedeelte van het profiel in de drukzone ligt, zodat het eerder het weerstandbiedend moment van het profiel is die de sterkte bepaalt. Daartegenover staat wel dat bij gebruik van kleine profielen een eventuele excentriciteit een veel grotere invloed zal hebben op de sterkte dan bij gebruik van grote profielen, waar deze invloed, analoog als bij korfwapening met grote  $\omega$ , verwaarloosbaar wordt.

Om af te sluiten is nog een kleine vergelijking gemaakt tussen het gebruik van korfwapening en het gebruik van profielstaal. Hieruit vonden we dat bij een gelijkblijvende hoeveelheid staal de wapeningskorven altijd gunstiger waarden opleverden dan de profielen. Dit komt enerzijds doordat de hefboomsarmen bij korfwapening altijd veel groter zijn dan bij het gebruik van profielstaal en anderzijds door het feit dat de vloeigrens van het wapeningstaal veel hoger ligt dan de vloeigrens van het profielstaal.

# 3 Dwarskracht

### 3.1 Algemeen

Ook bij de dwarskracht wordt ervan uit gegaan dat alle dwarskracht door de gewapende palen wordt opgenomen. De rekenmethode in EC2 [6] is gebaseerd op drie rekenwaarden van de weerstand op dwarskracht:

- V<sub>Rd1</sub>: rekenwaarde van de weerstandbiedende dwarskracht van een doorsnede zonder dwarskrachtwapening
- V<sub>Rd2</sub>: rekenwaarde van de weerstandbiedende dwarskracht die kan gedragen worden zonder verbrijzeling van de denkbeeldige drukschoren
- V<sub>Rd3</sub>: rekenwaarde van de weerstandbiedende dwarskracht die kan opgenomen worden door een doorsnede voorzien van dwarswapening

Steeds moet gelden dat:

# $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$

Deze voorwaarde is meestal enkel bepalend voor dunwandige liggers en zal dus bij palenwanden meestal niet van belang zijn. Als niet aan deze voorwaarde wordt voldaan dan moeten de afmetingen van de dwarsdoorsnede aangepast worden. In gevallen waarin de doorsnede nog onderworpen is aan een bijkomende langskracht dan moet  $V_{Rd2}$  worden verkleind volgens vgl. 3-1:

$$V_{Rd2.red} = 1.67 \cdot V_{Rd2} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cp.eff}}{\nu \cdot f_{cd}}\right) \le V_{Rd2}$$

vgl. 3-1

 $\sigma_{cp,eff}$  is de effectieve gemiddelde drukspanning in het beton ten gevolge van de langskracht en wordt berekend door vgl. 3-2:

$$\sigma_{cp.eff} = \frac{\left(N_{Sd} - f_{yd} \cdot A_{s2}\right)}{A_c}$$

vgl. 3-2

 $N_{Sd}$  is de rekenwaarde van de langskracht (positief als drukkracht).

A<sub>s2</sub> is de wapeningsdoorsnede in de gedrukte zone in de bezwijkgrenstoestand.

 $f_{yd}$  is de rekenwaarde van de vloeigrens van het staal en mag niet groter zijn dan 400 N/mm<sup>2</sup>. A<sub>c</sub> is de totale oppervlakte van de betondoorsnede.  $\nu = 0.7 \text{-} f_{ck}/200 \text{>} 0.5 \text{ (} f_{ck} \text{ in N/mm^2)}$ 

Als  $V_{Sd} \leq V_{Rd1}$  dan wordt er minimum dwarskrachtwapening geplaatst. Wanneer  $V_{Sd} \geq V_{Rd1}$  moet dwarswapening worden geplaatst, zodanig dat  $V_{Sd} \leq V_{Rd3}$ . In EC2 [6] zijn 2 methoden aangegeven om de dwarswapening te bepalen:

- de standaardmethode
- de variabele schoorhoekmethode

In EC2 [6] is ook nog een vereenvoudiging aangegeven om de dwarswapening te bepalen in een cirkelvormige doorsnede waarin de wapening gelijkmatig verdeeld is langs de omtrek. Er wordt namelijk voorgesteld om de cirkelvormige doorsnede te vervangen door een rechthoek die kan ingeschreven worden in de cirkel, zodat de breedte  $b_w = D/2$  en de hoogte  $h = D/2*\sqrt{3}$ . De langswapening zit dan geconcentreerd ter hoogte van het zwaartepunt van de trekwapening.

In [5] is echter een meer nauwkeurige methode aangegeven. In wat volgt zullen beide methoden uiteen gezet worden en toegepast worden op de standaardmethode en de variabele schoorhoekmethode.

### 3.2 Nauwkeurige methode

• Berekening V<sub>Rd1</sub> en V<sub>Rd2</sub>

De rekenwaarde van de schuifspanning wordt berekend door een uniforme spanningsverdeling te berekenen over een doorsnede  $0.9*A_v$ ,  $A_v$  is het segment van het beton boven de lijn a-a volgens Figuur 3-1, waarin de verschillende notaties aangegeven zijn. Deze lijn wordt bepaald door de nuttige hoogte d<sub>1</sub>, die gelijk wordt genomen aan de afstand vanaf het zwaartepunt van de staaldoorsnede van de kolomwapening beneden de middenvezel tot de bovenkant van de doorsnede. De berekening van  $A_v$  kan gebeuren via vgl. 3-3, waarin  $\alpha$  berekend wordt volgens vgl. 3-5:

$$A_{v} = r^{2} \cdot (\pi/2 + \alpha + \sin \alpha \cos \alpha)$$

#### vgl. 3-3

De positie van dit zwaartepunt is afhankelijk van de oriëntatie van de kolomwapening. Volgens lid 5.4.1.2 van EC2 moet het aantal staven in een cirkelvormige doorsnede minimaal gelijk zijn

aan 6. Afhankelijk van de configuratie van de zes staven ten opzichte van de middenvezel varieert de afstand van dit zwaartepunt tot de neutrale lijn tussen 0.577  $r_s$  en 0.667  $r_s$  ( $r_s$  is gelijk aan de afstand van de hartlijn van de wapening tot het zwaartepunt van de betondoorsnede). Indien het aantal staven naar oneindig gaat dan convergeert deze afstand naar 0.637  $r_s$ . Omdat de oriëntatie van de wapening meestal onbekend is, lijkt het redelijk om deze laatste waarde voor alle doorsneden te gebruiken [5]. De onnauwkeurigheid in d<sub>1</sub> zal bij toepassing van meer dan zes staven meestal kleiner zijn dan 4% en kan bijgevolg berekend worden volgens vgl. 3-4:

$$d_1 = D/2 \cdot (1 + \sin \alpha)$$

vgl. 3-4

Met  $\alpha$  berekend volgens vgl. 3-5:

$$\sin \alpha = \frac{4 \cdot r_s}{\pi \cdot D} \quad (0 < \alpha < \pi/2)$$





Figuur 3-1: notaties dwarkrachtwapening

De rekenwaarde voor de weerstandbiedende dwarskrachtsterkte  $V_{Rd1}$  wordt volgens vgl. 3-6 berekend:

$$W_{Rd1} = [0.12 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + 0.15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot A_v = \tau_{Rd1} \cdot A_v$$

vgl. 3-6

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \le 2 \quad d \text{ in mm}$$

 $d_1 = de nuttige hoogte (vgl. 3-4)$ 

 $\sigma_{cp} = N_{Sd}/A_c$ , met  $N_{Sd}$  gelijk aan de langskracht in paal ten gevolge van een belasting en  $A_c$  gelijk aan de totale betondoorsnede.

 $\rho_1 = A_{sl}/(b_w d_1) \le 0.02$ , met  $A_{sl}$  gelijk aan de doorsnede van de langse trekwapening of gelijk aan  $A_{s}/2$  (met  $A_s$  gelijk aan de totale wapeningsdoorsnede)

De weerstandbiedende dwarskracht,  $V_{Rd2}$ , die overeenstemt met bezwijken van de gehelde drukschoren wordt in [7] gegeven door:

$$V_{Rd2} = \frac{\nu \cdot f_{cd} \cdot 0.9 \cdot A_{\nu}}{(tg\theta + \cot g\theta)}$$
  
vgl. 3-7

Of voor  $\theta = 45^{\circ}$  (nodig bij de standaardmethode):

$$V_{Rd2} = 0.5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot 0.9 \cdot A_{v}$$

#### vgl. 3-8

Hierbij is  $A_v$  voor een rechthoekige doorsnede gelijk is aan  $b_w d_1$ . Bovenstaande vergelijking drukt eigenlijk uit dat de druk in de betondrukschoren kleiner moet zijn dan vf<sub>cd</sub>. De reductiefactor v houdt rekening met het feit dat de drukschoren onregelmatig van vorm zijn en desgevallend deels doorkruist worden met scheuren. Hierbij is men ervan uitgegaan dat de gehelde drukspanningen uniform verdeeld zijn over de hoogte z waarbij z gelijk is aan de inwendige hefboomsarm van de doorsnede en gebruikelijk gelijk gesteld wordt aan 0.9d<sub>1</sub>. Analoog aan het geval van de rechthoekige doorsnede wordt  $A_v$  gelijk gesteld aan vgl. 3-3 voor een cirkelvormige doorsnede. De factor 0.9 houdt hier dan ook rekening met de plaats van de resultante van betondrukspanningen in de dwarsdoorsnede, om zo op analoge wijze als in [7] een vereenvoudigd vakwerkmodel te maken.

Indien er een langskracht aanwezig is dan moet  $V_{Rd2}$  nog gereduceerd worden aan de hand van vgl. 3-1.

#### • Standaardmethode

In deze methode wordt  $\theta = 45^{\circ}$  gesteld en wordt de weerstandbiedende dwarskracht berekend volgens vgl. 3-9:

$$V_{Rd3} = V_{Rd1} + V_{wd}$$
vgl. 3-9

 $V_{Rd1}$  stelt hier de dwarskracht voor die door het beton kan opgenomen worden en  $V_{wd}$  stelt de dwarskracht voor die de beugels moeten opnemen.

Op basis van [5] kan deze methode uiteengezet worden voor dwarswapening in de vorm van ronde beugels, in [5] toont men aan dat in het geval van ronde beugels  $V_{wd}$  kan uitgerekend worden aan de hand van vgl. 3-10:

$$V_{wd} = n \cdot f_{yd} \cdot A_{sw} = \frac{0.9 \cdot d_1 \cdot k_b}{s} \cdot f_{yd} \cdot A_{sw} = \frac{0.9 \cdot r \cdot (1 + \sin \alpha) \cdot k_b}{s} \cdot f_{yd} \cdot A_{sw}$$
vgl. 3-10

Waarin  $k_b$  en  $\beta$  berekend worden volgens vgl. 3-11 en vgl. 3-12:

$$k_{b} = \frac{\frac{\pi}{2} + \beta + \sin\beta \cdot \cos\beta}{2 \cdot (1 + \sin\beta)}$$

$$sin \beta = \frac{2 \cdot r_{s}}{\pi \cdot r_{sv}}; 0 < \beta < \pi/2$$

$$vgl. 3-11$$

$$vgl. 3-12$$

De afleiding van vgl. 3-10 is gegeven in [5] en is gebaseerd op volgende aannamen:

- De aanwezige dwarskracht kan alleen maar opgenomen worden door de richtingscomponent van de kracht in de beugels, zoals aangegeven in Figuur 3-2.

- Alleen het gedeelte van de beugels dat binnen de nuttige hoogte wordt doorsneden levert een bijdrage aan de dwarskrachtcapaciteit. Aangezien bij de standaardmethode  $\theta$ gelijk is aan 45°, is de kracht die door de beugels kan worden opgenomen, gelijk aan de som van de richtingscomponenten van de kracht in de beugels boven de lijn a-a, doorsneden door het afschuifvlak, over een lengte gelijk aan de nuttige hoogte d<sub>1</sub>.

- de beugels worden als uitgesmeerd beschouwd over de lengte  $d_1$  met een kracht per lengte  $F_{wd} = 0.9 f_{yd} A_{sw}/s$ . Het aandeel van de rekenwaarde voor de dwarskracht dat wordt opgenomen door de beugels kan dan worden berekend door deze kracht te integreren over de lengte zoals voorgesteld in vgl. 3-13:

$$V_{wd} = \frac{0.9 \cdot f_{yd} \cdot A_{sw}}{s} \cdot \int \cos \psi \, dx$$

vgl. 3-13



Figuur 3-2: beugelkrachten in het afschuifvlak

De factor k<sub>b</sub> kan meestal gelijk gesteld worden aan 0.84.

Bij de standaardmethode wordt vervolgens een tabel opgesteld zoals Tabel 3-1:

n <sub>d</sub>	Stheor	$V_{wd}$
1	0.9 d <sub>1</sub> /1	$V_{wd1}\!\!=\!\!A_{sw}f_{yd}$
2	$0.9 d_1/2$	$V_{wd2}=2 A_{sw} f_{yd}$
i	0.9 d <sub>1</sub> /i	V <sub>wdi</sub> =i A <sub>sw</sub> f <sub>yd</sub>

Tabel 3-1: Standaardmethode

 $n_d$  (= (0.9 r (1+sin $\alpha$ ) k<sub>b</sub>)/s) stelt hier niet het aantal ronde beugels voor per scheur, maar wel het theoretisch aantal verticale beugels per scheur. Door de ronde vorm van de beugels nemen zij bij een doorsnijding niet elk evenveel kracht op, wat bij verticale beugels wel het geval is (=A<sub>sw</sub> f<sub>yd</sub>). Door te stellen dat het theoretische aantal verticale beugels per scheur een geheel getal moet zijn, wordt tegelijk geëist dat er in elke potentiële scheur genoeg ronde beugels aanwezig zijn om de dwarskracht op te nemen.

Wanneer voldaan is aan  $V_{wd} \ge V_{Sd}-V_{Rd1}$ , dan kent men de benodigde beugelpas bij de keuze van een bepaalde diameter van de dwarswapeningen. Aangezien elke beugel tweemaal wordt doorsneden door het afschuifvlak, bedraagt  $A_{sw}$  tweemaal de staafdoorsnede van de beugel.

Wil men echter gebruik maken van spiraalwapening, dan is in [5] aangegeven dat  $V_{wd}$  kan berekend worden volgens vgl. 3-14:

$$V_{wd} = \frac{A_{svh} \cdot 0.9 \cdot f_{yd} \cdot A_{v}}{k_{s} \cdot r \cdot p}$$

vgl. 3-14

Waarin k<sub>s</sub> berekend wordt volgens vgl. 3-15:

$$k_s = \frac{1}{1 - 0.225 \cdot p/r}$$

vgl. 3-15

p = spoed van de spiraal

A<sub>svh</sub>=de staaldoorsnede van een spiraalbeugel

Hierbij is aangenomen dat:

- de dwarskrachtcapaciteit van een spiraal tweemaal de capaciteit van de ongunstige spiraalzijde bedraagt, in plaats van de gemiddelde dwarskrachtcapaciteit.
- Om er zeker van te zijn dat de spiraal ten minste driemaal door het afschuifvlak wordt doorsneden, noodzakelijk voor het evenwicht, mag het aandeel in de dwarskrachtcapaciteit door spiraalwapening alleen worden meegerekend indien p  $\leq 0.5$  d<sub>1</sub>.

Ook hier kan men ernaar streven om een geheel aantal doorsnijdingen van de theoretische verticale beugelwapening te hebben per scheur. Door  $V_{wd}$  gelijk te stellen aan  $2n_d A_{svh}f_{yd}$ , kan men bij een bepaalde gehele waarde van  $n_d$  de theoretische spoed vinden volgens vgl. 3-16 en vgl. 3-17:

$$n_{d} = \frac{0.9 \cdot A_{v}}{2 \cdot k_{s} \cdot r \cdot p}$$

$$\mathbf{vgl. 3-16}$$

$$p_{theor} = \frac{A_{v} \cdot r}{\frac{20}{9} \cdot n_{d} \cdot r^{2} + \frac{9}{40} \cdot A}$$

$$\mathbf{vgl. 3-17}$$

In Tabel 3-1 moet men s<sub>theor</sub> dan vervangen door  $p_{theor}$  en V<sub>wd</sub> moet telkens vervangen worden door  $2n_d A_{svh} f_{yd}$ .

#### • Variabele schoorhoekmethode

De concrete uitwerking van de standaardmethode, aan de hand van [5], in de vorige paragraaf kan verder uitgebreid worden naar de variabele schoorhoekmethode. Bij deze methode kan  $\theta$ ,

de hoek die het afschuifvlak insluit met de ondervezel van de doorsnede, vrij gekozen worden tussen de grenzen:  $0.5 \le \cot \theta \le 2.0$ . De weerstandbiedende dwarskracht wordt dan voor ronde beugels en spiraalwapening respectievelijk berekend door vgl. 3-18 en vgl. 3-19:

ronde beugels: 
$$V_{Rd3} = V_{wd} = \frac{0.9 \cdot d_1 \cdot \cot \theta}{s_v} \cdot A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot k_b$$

vgl. 3-18

spiraalwapening: 
$$V_{Rd3} = V_{wd} = \frac{A_{svh} \cdot 0.9 \cdot f_{yd} \cdot A_v \cdot \cot g\theta}{k_s \cdot r \cdot p}$$

vgl. 3-19

Door in [7] hoofdstuk 5 paragraaf 7.4 de substituties, volgens vgl. 3-20 tot vgl. 3-22, door te voeren komt men tot een analoge redenering om Figuur 3-3 op te stellen:

 $b_w \cdot d_1 = A_v$ 

vgl. 3-20

ronde beugels: 
$$\rho_w = \frac{k_b \cdot A_{sw}}{\frac{A_v}{d_1} \cdot s_v}$$

vgl. 3-21

spiraalwapening: 
$$\rho_w = \frac{A_{svh}}{k_s \cdot r \cdot p}$$





Figuur 3-3: Variabele schoorhoekmethode

De minimum hoeveelheid wapening voor een gegeven  $V_{Sd} = \tau_{Sd} 0.9 A_v$  kan dan als volgt bepaald worden:

1)  $\tau_{sd} \leq 0.4 \text{ v } f_{cd}$ : De linkergrenslijn van Figuur 3-3 is geldig waarbij cotg  $\theta = 2$ , gebruik makend van vgl. 3-18 vindt men voor ronde beugels:  $\frac{A_{sw}}{s_v} = \frac{V_{sd}}{0.9 \cdot d \cdot 2 \cdot f_{yd} \cdot k_1}$  en

analoog kan bij spiraalwapening via vgl. 3-19 p, de spoed, bepaald worden bij een bepaalde staafdiameter volgens vgl. 3-23:

$$p = \frac{A_{svh} \cdot f_{yd} \cdot A_{v} \cdot r}{\frac{5}{9} \cdot V_{Sd} \cdot r^{2} + \frac{9}{40} \cdot A_{svh} \cdot f_{yd} \cdot A_{v}}$$

vgl. 3-23

2)  $0.4 \text{ v} \text{ f}_{cd} \leq \tau_{Sd} \leq 0.5 \text{ v} \text{ f}_{cd}$ : De kromme in Figuur 3-3 is bepalend. Deze kromme werd bepaald door uit te drukken dat bij bezwijken aan afschuiving gelijktijdig de beugels vloeien en de drukschoren hun druksterkte bereiken. In [7] is aangetoond dat  $\theta$  dan kan

bepaald worden door  $\theta = 0.5bg \sin\left(\frac{2 \cdot \tau_{sd}}{v \cdot f_{cd}}\right)$ . Via vgl. 3-18 of vgl. 3-19 kan dan

opnieuw A<sub>sw</sub>/s<sub>v</sub> en p, volgens vgl. 3-24, (bij bepaalde staafdiameter) bepaald worden:

$$p = \frac{A_{svh} \cdot f_{yd} \cdot A_{v} \cdot \cot \theta \cdot r}{\frac{10}{9} \cdot V_{Sd} \cdot r^{2} + \frac{9}{40} \cdot A_{svh} \cdot f_{yd} \cdot A_{v} \cdot \cot \theta}$$

vgl. 3-24

3)  $\tau_{Sd} \ge 0.5 \text{ v} f_{cd}$ : De afmetingen van de doorsnede moeten aangepast worden of er moet een grotere betonsterkte gebruikt worden. Hier zullen namelijk de drukschoren bezwijken vooraleer de beugels vloeien.

#### • Minimumdwarskrachtwapening

Om een plotse dwarskrachtbreuk te vermijden dient een minimum dwarskrachtwapening voorzien te worden. Deze minimumwapening wordt bepaald door  $V_{wd} \ge V_{Rd1}^{*}$  waarbij  $V_{Rd1}^{*}$  berekend wordt volgens vgl. 3-25 en  $V_{wd}$  berekend wordt volgens vgl. 3-26 of vgl. 3-27 ervan uitgaande dat cotg  $\theta = 2.5$ :

$$V_{Rd1}^* = \tau_{Rd1}^* \cdot 0.9 \cdot A_v = (0.25 \cdot f_{ctk\,0.95}) \cdot 0.9 \cdot A_v$$

ronde beugels : 
$$V_{wd} = \frac{2.5 \cdot 0.9 \cdot d}{s_v} \cdot A_{swmin} \cdot f_{yd}$$
  
vgl. 3-26  
spiraal :  $V_{wd} = \frac{A_{svh} \cdot 0.9 \cdot f_{yd} \cdot A_v \cdot 2.5}{k_s \cdot r \cdot p}$   
vgl. 3-27

Door opnieuw de definities van de dwarswapeningsverhoudingen in vgl. 3-21 en vgl. 3-22 te gebruiken vindt men voor de minimum dwarswapeningsverhouding:

$$\rho_{w\min} = 0.1 \frac{f_{ctk0.95}}{f_{yd}}$$

#### vgl. 3-28

Op die manier kunnen de waarden in tabel 5.5 van EC2 [6] gebruikt worden voor ronde doorsneden met ronde beugels of spiraalwapening mits invoering van de nieuwe definities voor de dwarswapeningsverhouding.

Voor een gegeven staafdiameter van de dwarswapening kan via vgl. 3-21 en vgl. 3-22  $s_{max}$  en  $p_{max}$  worden gevonden:

$$s_{\max} = \frac{k_1 \cdot A_{sw}}{\frac{A_v}{d_1} \cdot \rho_{w\min}} \quad en \quad p_{\max} = \frac{A_{svh} \cdot r}{\rho_{w\min} \cdot r^2 + 0.225 \cdot A_{svh}}$$

vgl. 3-29

Bovendien moet  $s_{max}$  (en analoog  $p_{max}$ ) beperkt worden door onderstaande tabel. Deze voorwaarden zijn opgesteld omdat er bij een toenemende dwarskracht een dichter net van gehelde scheuren ontstaat waardoor er meer verankeringspunten nodig zijn aan de onderkant van de gehelde scheuren:

Gebieden voor V <sub>Sd</sub>	s <sub>max</sub> (mm)
$V_{Sd} \le 1/5 V_{Rd2}$	min(0.8 d <sub>1</sub> , 300)
$1/5 V_{Rd2} < V_{Sd} \le 2/3 V_{Rd2}$	$\min(0.6 d_1, 300)$
$V_{Sd} > 2/3 V_{Rd2}$	min(0.3 d <sub>1</sub> , 200)

Om scheurvorming ten gevolge van dwarskracht onder controle te houden moet  $s_{max}$  ten slotte nog beperkt worden volgens tabel 4.13 van EC2 [6] als  $V_{Sd}>3V_{Rd1}$ . Hiervoor kunnen opnieuw vgl. 3-21 en vgl. 3-22 voor de definitie van  $\rho_w$  gebruikt worden en  $b_w$  d moet vervangen worden door  $A_v$ . Analoog zouden deze voorwaarden kunnen toegepast worden op  $p_{max}$ .

# 3.3 Vereenvoudigde methode volgens EC2 [6]

Bij deze vereenvoudiging vervangt men de cirkelvormige doorsnede door een rechthoek ingeschreven in deze doorsnede zoals aangegeven in Figuur 3-4:



Figuur 3-4: Vereenvoudiging volgens EC2

Als nuttige hoogte  $d_1$  wordt dezelfde hoogte als in de vorige paragraaf aangenomen, nl.  $r(1+\sin\alpha)$ . Op die manier kan men zoals beschreven in EC2 de dwarskrachtwapening bepalen met de variabele schoorhoekmethode en de standaardmethode.

Deze methode geeft analoge resultaten als in 3.2. Bij de standaardmethode rekent men enerzijds met een kleinere  $V_{Rd1}$ , het beton kan minder dwarskracht opnemen, maar daartegenover staat wel dat men hier geen rekening houdt met de ronde vorm van de beugels zodat de wapening meer dwarskracht kan opnemen. Beide effecten compenseren elkaar gedeeltelijk. Over het algemeen geeft deze vereenvoudigde aanname toegepast op de standaardmethode conservatievere waarden dan bij de nauwkeurige methode. Bij de variabele schoorhoekmethode geldt het omgekeerde zolang de wapening in beide gevallen bepaald wordt door de voorwaarde  $\tau_{Sd} \leq 0.4 \text{ v} f_{cd}$ .

 $V_{Rd2}$  neemt bij deze vereenvoudigde methode ook veel lagere waarden aan, dit heeft voor gevolg dat men bij deze methode bij grotere dwarskrachten sneller zal moeten overgaan op een grotere betondoorsnede dan bij de nauwkeurige methode.

De bepaling van de minimum dwarskrachtwapening geeft hier veel grotere waarden voor de wapeningsverhoudingen, tot dubbel zoveel.

Een en ander maakt duidelijk dat het gebruik van de nauwkeurige methode de voorkeur zou moeten krijgen boven de artificiële vereenvoudigde methode voorgesteld door EC2 [6], zodat dit in de meeste gevallen tot een belangrijke materiaalbesparing leidt.

# 3.4 Besluit

In het voorgaande werd geprobeerd een methode op te stellen om de ronde palen in palenwanden te voorzien van dwarskrachtwapening. Deze dwarskrachtwapening kan bestaan uit ronde beugels met een beugelpas s of spiraalwapening met een spoed p. De berekeningen die gemaakt werden in [5] werden hier verder uitgebreid naar de standaardmethode en de variabele schoorhoekmethode. Door de invoering van de coëfficiënten  $k_b$  en  $k_s$ , respectievelijk voor beugelwapening en spiraalwapening, konden analoge redeneringen gemaakt worden als voor de dwarskrachtberekening bij rechthoekige balken. Dit vertaalde zich vooral in het invoeren van nieuwe definities voor de dwarwapeningsverhouding  $\rho_w$ . Ook voor de bepaling van de minimumdwarswapening konden deze nieuwe definities gebruikt worden. Verder werd ook nog de vergelijking gemaakt met de vereenvoudiging in de eurocode, waarbij we toch moeten vaststellen dat deze vereenvoudiging nog weinig met de werkelijkheid te maken heeft.

# 4 Gebruiksgrenstoestand

(Alle maple codes en grafieken zijn opnieuw in het groot opgenomen in Appendix C)

# 4.1 Doorbuigingen

Zoals aangegeven in hoofdstuk 1 kan een benadering van de doorbuiging van een palenwand in gebruiksgrenstoestand berekend worden met bestaande programma's gebaseerd op de verplaatsingenmethode. Hiervoor moet de stijfheid van een ongescheurde doorsnede gekend zijn voor de gebieden waar het moment niet hoger is dan het scheurmoment, en van een gescheurde doorsnede voor de andere gebieden. De iteratieve berekening zal een veilige benadering geven voor de doorbuiging aangezien hier geen rekening gehouden wordt met het 'tension-stiffening' effect en ook niet met een eventuele normaalkracht in de wand. Deze normaalkracht zorgt ervoor dat scheuren dichtgedrukt blijven zodat de gescheurde doorsnede groter wordt met als gevolg dat men een grotere gescheurde stijfheid heeft. Deze 2 effecten worden gedeeltelijk gecompenseerd door het 2<sup>de</sup> orde effect die de normaalkracht in de wand veroorzaakt.

De stijfheid van een ongescheurde doorsnede heeft betrekking op de equivalente doorsnede  $A_e = A_c + \alpha A_s$ , met  $\alpha = E_s/E_c$ . Er wordt verondersteld dat de rek in het staal en in het beton gelijk zijn aan elkaar  $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ , zodat  $\sigma_s A_s = \sigma_c . (\alpha . A_s)$ . Op die manier kan men de betonspanningen laten inwerken op de fictieve doorsnede als men  $A_s$  vervangt door  $\alpha . A_s$ . In [7] wordt verder aangetoond dat voor de berekening van de spanningen en de doorbuigingen de klassieke formules van de sterkteleer voor homogene doorsneden kunnen gebruikt worden mits invoering van de karakteristieken van de equivalente doorsnede, namelijk S<sub>1</sub> en I<sub>1</sub>. S<sub>1</sub> = S<sub>c</sub> +  $\alpha . S_s$  en I<sub>1</sub> = I<sub>c</sub> +  $\alpha . I_s$ , I<sub>c</sub> en I<sub>s</sub> moeten wel ten opzichte van dezelfde vezel berekend worden, namelijk de neutrale lijn van de fictieve doorsnede. Deze neutrale lijn kan berekend worden door S<sub>1</sub>/A<sub>e</sub> (met als referentie-as het midden van de geometrische betondoorsnede). Bij centrische wapening zal de neutrale lijn gelijk liggen met deze middenvezel (S<sub>1</sub>/A<sub>e</sub> = 0), bij excentrische wapening zal dit echter niet meer het geval zijn.

Zit de wapening excentrisch dan ondervindt men dat de stijfheid toeneemt. Deze toename blijft in de meeste courante gevallen echter beperkt tot 5%. Er wordt in principe veilig gerekend als in ongescheurde toestand gerekend wordt met een stijfheid van de ongescheurde doorsnede zonder rekening te houden met excentriciteiten. Als de stijfheid van de ongescheurde doorsnede gekend is, kan ook het scheurmoment bepaald worden aan de hand van vgl. 4-1:

$$M_r = \frac{I_1 \cdot f_{ctm}}{D/2 + v}$$
vgl. 4-1

Deze formule drukt uit dat de ondervezel de maximale trekspanning van het beton bereikt heeft. v (gelijk aan nul als geen rekening gehouden wordt met excentriciteiten) stelt de afstand voor van de middenvezel tot het zwaartepunt van de fictieve doorsnede positief gerekend in de richting van de meest gedrukte vezel,  $f_{ctm}$  is de gemiddelde trekspanning die het beton kan opnemen alvorens te scheuren. Voor beton C25/30 is dit gelijk aan 2,6N/mm<sup>2</sup>.

Voor de berekening van het traagheidsmoment van de ongescheurde doorsnede wordt ervan uitgegaan dat het beton geen trek kan opnemen. In vgl. 4-2 wordt uitgedrukt dat de neutrale vezel door het zwaartepunt van de fictieve doorsnede gaat:

$$S_{A_{c}+\alpha\cdot A_{s}} = \int_{0}^{x} t \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{D^{2}}{4} - \left(\frac{D}{2} - x + t\right)^{2}} dt - \sum_{1}^{aantal} \begin{cases} A_{s} \cdot t_{si} & t_{si} > 0\\ 0 & t_{si} < 0 \end{cases} + \sum_{1}^{aantal} \alpha \cdot A_{s} \cdot t_{si} = 0$$
vgl. 4-2

Waarbij  $t_{si}$  en  $y_{si}$  gegeven worden door respectievelijk vgl. 2-6 en vgl. 2-9. In Figuur 4-1 zijn de spanning en rek diagrammen in GGT en de bijhorende notaties aangegeven:



Figuur 4-1: Spanning- en rekdiagramma voor ronde paal met korf in GGT

Oplossen van vgl. 4-2 geeft x, dit is de hoogte van de gedrukte zone. Het traagheidsmoment van de gescheurde doorsnede kan dan berekend worden door vgl. 4-3:

$$I_{2} = \int_{0}^{x} t^{2} \cdot b(t) dt - \sum_{1}^{aantal} \begin{cases} A_{s} \cdot t_{si}^{2} & t_{si} > 0 \\ 0 & t_{si} < 0 \end{cases} + \sum_{1}^{aantal} \alpha \cdot A_{s} \cdot t_{si}^{2}$$

vgl. 4-3

Om x te bepalen voor een I-profiel kan vgl. 4-2 vervangen worden door vgl. 4-4:

$$\int_{0}^{x} t \cdot \left(2 \cdot \sqrt{D^{2}/4 - (D/2 - x + t)^{2}} - b(t)\right) dt + \alpha \cdot \int_{x-D}^{x} t \cdot b(t) dt = 0$$
vgl. 4-4

b(t) is gegeven in Hoofdstuk 2 voor de zwakke en voor de sterke as. Het traagheidsmoment volgt dan uit vgl. 4-5:

$$I_{2} = \int_{0}^{x} t^{2} \cdot \left( 2 \cdot \sqrt{D^{2}/4 - (D/2 - x + t)^{2}} - b(t) \right) dt + \alpha \cdot \int_{x-D}^{x} t^{2} \cdot b(t) dt$$

vgl. 4-5

In de gescheurde toestand is de positie van de wapening, zowel bij korfwapening als bij profielwapening, wel belangrijk. Bij een ongunstige excentriciteit kan de stijfheid van 1 paal tot 30% zakken. Daarom moet men in de gescheurde doorsnede rekening houden met een excentriciteit gelijk aan D/10. Ook de oriëntatie van het profiel heeft meer invloed op de gescheurde doorsnede dan op de ongescheurde doorsnede.

## 4.2 Spanningen

### 4.2.1 Algemeen

Zoals gezegd kunnen de spanningen bepaald worden aan de hand van de klassieke formules van de sterkteleer als gebruik gemaakt wordt van de fictieve doorsnede:

$$\sigma_{c2} = \frac{M \cdot x}{I_2}$$

$$\sigma_{si} = \alpha \cdot \frac{M \cdot t_{si}}{I_2}$$
vgl. 4-6
vgl. 4-7

vgl. 4-6 en vgl. 4-7 zijn slechts geldig als men te maken heeft met enkelvoudige buiging, hier komt dus geen normaalkracht aan te pas.

Volgens EC2 [6] mogen bij het spanningsnazicht lange-duureffecten buiten beschouwing gelaten worden, uitgezonderd in gevallen waarin meer dan 50% van de spanning voortvloeit uit quasi-permanente belastingen. In dit geval mag voor  $\alpha$  (=E<sub>s</sub>/E<sub>c</sub>) de waarde 15 aangenomen worden. Aangezien palenwanden permanent grond moeten keren zal in normale gevallen het grootste deel van de spanning afkomstig zijn van permanente belastingen, zodat  $\alpha$  = 15.

De spanningen kunnen ook uitgerekend worden rekening houdend met een normaalkracht in de paal. Hiervoor moeten opnieuw het langs- en rotatie-evenwicht opgelost worden zoals in vgl. 2-39 en vgl. 2-40 van Hoofdstuk 2. De rekendiagrammen moeten hier wel nog aangepast worden naar lineair elastische rekendiagrammen, zoals aangegeven in Figuur 4-1:

$$\sigma_{c} = \begin{cases} E_{c} \cdot \frac{\mathcal{E}_{c2} \cdot t}{x} & t > 0\\ 0 & t < 0 \end{cases}$$
vgl. 4-8
$$\sigma_{s} = E_{s} \cdot \frac{\mathcal{E}_{c2} \cdot t}{x}$$
vgl. 4-9

Eenmaal  $\varepsilon_{c2}$  en x bepaald, kunnen met bovenstaande vergelijkingen de spanningen bepaald worden.

### 4.2.2 Interactiediagrammen voor korfwapening in GGT

Wanneer een doorsnede gedimensioneerd wordt op basis van de bezwijkgrenstoestand, dan kan men niet met zekerheid zeggen of de spanningen in gebruiksgrenstoestand voldoende klein zullen zijn. Bij de gebruiksgrenstoestand moeten onder de zeldzame belastingscombinatie de betondrukspanningen beperkt worden tot 0.5  $f_{ck}$  en de staalspanningen tot 0.8  $f_{yk}$ .

Als een doorsnede onderworpen wordt aan een normaalkracht en een moment, dan zal 1 van beide voorwaarden bepalend zijn voor de dimensionering ervan. Beide spanningen komen ook overeen met een maximale vervorming van het beton,  $\varepsilon_{c2}=0.5 \text{ f}_{ck}/(\text{E}_s/\alpha)$ , of het staal,  $\varepsilon_{s1}=0.8 \text{ f}_{yk}/\text{E}_s$ . Deze 2 voorwaarden leggen met andere woorden alle toegelaten vervormingstoestanden vast. Analoog als in de bezwijkgrenstoestand kunnen alle toegelaten vervormingstoestanden bepaald worden door slechts 1 parameter, x, de hoogte van de gedrukte doorsnede. Hierbij geldt opnieuw dat als 0 < x < D samengestelde buiging aan de orde is, als x < 0 wordt gesproken over excentrische trek en als x > D is excentrische druk aan de orde. Als x naar  $-\infty$  gaat, wordt de doorsnede aan uniforme trek onderworpen en als x naar  $+\infty$  gaat, wordt de door Figuur 4-2 voor de vervormingstoestanden in GGT:


Figuur 4-2: Vervormingsdiagrammen in GGT

-Draaipunt P1: Hier wordt vertrokken van uniforme trek, waarbij enkel het staal een bijdrage levert aan de sterkte. Het punt P1 is gelegen ter hoogte van de onderste wapening op een afstand d (+excentriciteit) van de onderrand van de doorsnede. Vervolgens wordt het vervormingsdiagram gewenteld tot het beton aan de bovenvezel een stuik gelijk aan  $0.5f_{ck}/(E_s/\alpha)$  bereikt. Bij deze toestand wordt x gelijk aan x<sub>3</sub> gesteld.

-Draaipunt P2: Bij een verdere stijging van x wordt het vervormingsdiagram gewenteld om P2 tot wanneer de doorsnede onderworpen is aan uniforme druk (x =  $+\infty$ ).

Zo worden alle mogelijke vervormingsdiagrammen doorlopen en kan het interactiediagram opgesteld worden. Deze vervormingstoestanden bepalen namelijk x en  $\varepsilon_{c2}$  zodat zij via het langs en rotatie-evenwicht bij een bepaalde geometrie overeenstemmen met 1 bepaalde combinatie van normaalkracht en moment. vgl. 4-14 en vgl. 4-15 geven dit langs en rotatie-evenwicht, hierbij wordt gebruik gemaakt van de rekendiagrammen gegeven in vgl. 4-8 en vgl. 4-9 en N<sub>ck</sub>, N<sub>ski</sub>, N<sub>sk</sub>, y<sub>c</sub> worden berekend door vgl. 4-10 tot vgl. 4-13:

$$N_{ck} = \int_{\max(0,x-D)}^{x} 2 \cdot \sigma_{ck}(t) \cdot b(t) dt - \sum_{i=1}^{n} A_{s1} \cdot \sigma_{ck}(t_{si}) \qquad N_{ski} = A_{s1} \cdot \sigma_{sk}(t_{si}) \qquad N_{sk} = \sum_{i=1}^{n} N_{ski}$$
vgl. 4-10 vgl. 4-11 vgl. 4-12

Voor de hefboomsarm geldt:

$$y_{ck} = \frac{\int_{i=1}^{x} (D/2 - x + t) \cdot \sigma_{ck}(t) \cdot b(t) dt - \sum_{i=1}^{n} y_{si} \cdot A_{s1} \cdot \sigma_{ck}(t_{si})}{N_{ck}}$$

vgl. 4-13

Met t<sub>si</sub>, b(t) en y<sub>si</sub> volgens vgl. 2-6, 2-7 en 2-9. Langs- en rotatie-evenwicht:

$$N_{ser} = N_{ck} + N_{sk}$$

$$M_{ser} = N_{ck} \cdot y_{ck} + \sum_{i=1}^{n} N_{ski} \cdot y_{si}$$
vgl. 4-14
vgl. 4-15

Men kan zich de vraag stellen of bovenstaande methode geen al te conservatieve waarden zal opleveren, door als voorwaarde te stellen dat de bovenvezel slechts mag onderworpen worden aan een spanning gelijk aan 0.5  $f_{ck}$ . Door de ronde vorm van de doorsnede zal slechts een klein percentage van de gedrukte doorsnede onderworpen worden aan een spanning gelegen tussen 0.45 $f_{ck}$  en 0.5  $f_{ck}$ . Voor een doorsnede met  $\beta = 0.1$ ,  $\chi = 0$  en  $\alpha = 15$  zal dit percentage gelijk zijn aan 3.5%, terwijl dit bij een rechthoekige doorsnede 10 % is. Slechts een zeer klein percentage van de gedrukte doorsnede zal met andere woorden aan hoge drukspanningen onderworpen worden. Realistischer zou bijvoorbeeld zijn om toe te laten dat de spanning aan de bovenvezel hoger is dan 0.5  $f_{ck}$  met als voorwaarde dat in alle vervormingstoestanden maximum 10% van de gedrukte doorsnede onderworpen is aan spanningen hoger dan 0.5  $f_{ck}$ .

Deze voorwaarde kan gerealiseerd worden door de vezel te bepalen die lager ligt dan de uiterste vezel waarvoor geldt dat in alle vervormingstoestanden maximum 10% van de gedrukte doorsnede onderworpen wordt aan hogere spanningen dan  $0.5f_{ck}$ . De plaats van deze nieuwe vezel wordt dan bepaald in de vervomingstoestand waarvoor geldt dat deze betonvezel onderworpen is aan een spanning gelijk aan 0.5  $f_{ck}$  en door de voorwaarde dat de staalspanning gelijk is aan 0.8  $f_{yk}$ . Door het draaipunt P2 te plaatsen ter hoogte van deze vezel worden nieuwe vervormingstoestanden verkregen. Wanneer het vervormingsdiagram gewenteld wordt om het punt P1 dan blijft het percentage drukspanningen hoger dan 0.5  $f_{ck}$  kleiner dan 10%, op het moment dat het nieuwe punt P2 bereikt wordt is dit percentage gelijk aan 10%. Als nu verder gewenteld wordt om het punt P2 kan het percentage alleen maar zakken aangezien de totale gedrukte doorsnede groter wordt. Ook de maximale spanning aan de uiterste vezel zal dalen tot wanneer deze ook gelijk is aan 0.5  $f_{ck}$  en de doorsnede onderworpen is aan uniforme druk. Figuur 4-2 kan dan aangepast worden naar Figuur 4-3:



Figuur 4-3: Aangepaste vervormingsdiagrammen in GGT

Aan de hand van vgl. 4-16 kan x<sub>3</sub>, de hoogte van de gedrukte doorsnede wanneer van draaipunt P1 wordt overgegaan naar draaipunt P2, berekend worden:

$$\frac{\int_{\frac{D}{2}-x_{3}+t_{3}}^{D} 2 \cdot \sqrt{\frac{D^{2}}{4} - y^{2}} \, dy}{\int_{\frac{D}{2}-x_{3}}^{D} 2 \cdot \sqrt{\frac{D^{2}}{4} - y^{2}} \, dy} = \frac{\int_{\frac{1}{2}-\xi_{3}+\tau_{3}}^{\frac{1}{2}} 2 \cdot \sqrt{\frac{1^{2}}{4} - yi^{2}} \, dyi}{\int_{\frac{1}{2}-\xi_{3}}^{\frac{1}{2}} 2 \cdot \sqrt{\frac{1^{2}}{4} - yi^{2}} \, dyi} = 0.1$$

vgl. 4-16

Met:

$$t_{3} = \frac{0.5 \cdot f_{ck}}{\sigma_{c2}} \cdot x_{3} = \frac{0.5 \cdot f_{ck}}{0.8 \cdot f_{yk}} \cdot (D - d - e - x_{3}) \cdot \alpha \quad of \quad \tau_{3} = \frac{0.5 \cdot f_{ck}}{\sigma_{c2}} \cdot \xi_{3} = \frac{0.5 \cdot f_{ck}}{0.8 \cdot f_{yk}} \cdot (1 - \beta - \chi - \xi_{3}) \cdot \alpha$$

#### vgl. 4-17

Zo kan  $\varepsilon_{c2}$  geschreven worden in functie van x volgens vgl. 4-18, zodat bij een gegeven geometrie, materiaaleigenschappen en x- waarde de waarden van N<sub>ser</sub> en M<sub>ser</sub> kunnen berekend worden:

$$\varepsilon_{c2} = \begin{cases} \frac{-0.8 \cdot f_{yk} \cdot x}{(D - d - e - x) \cdot E_s} & x < x_3 \\ \frac{-0.5 \cdot f_{ck} \cdot x \cdot \alpha}{(x - (x_3 - t_3)) \cdot E_s} & x > x_3 \end{cases} \quad of \quad \varepsilon_{c2} = \begin{cases} \frac{-0.8 \cdot f_{yk} \cdot \xi}{(1 - \beta - \chi - \xi) \cdot E_s} & \xi < \xi_3 \\ \frac{-0.5 \cdot f_{ck} \cdot \xi \cdot \alpha}{(\xi - (\xi_3 - ti_3)) \cdot E_s} & \xi > \xi_3 \end{cases}$$

vgl. 4-18

vgl. 4-16 en vgl. 4-17 zijn ook geschreven in dimensieloze grootheden waarvoor dezelfde definities gelden als bij de BGT, alle afmetingen worden namelijk gedeeld door de diameter

van de paal ( $\tau_3=t_3/D$ ,  $\xi_3=x_3/D$ ). Door alle afmetingen dimensieloos te maken zijn de interactiediagrammen opnieuw onafhankelijk van de paaldiameter. De waarde van  $x_3-t_3$  legt het punt P2 vast zodat de vervormingstoestand bij een willekeurige x-waarde (of  $\xi$ -waarde) kan bepaald worden. In vgl. 4-19 tot vgl. 4-24 zijn vgl. 4-10 tot vgl. 4-15 dimensieloos gemaakt:

$$v_{ck} = \int_{\max(0,\xi-1)}^{\xi} \frac{\sigma_{ck}(\tau) \cdot b(\tau)}{f_{ck}} d\tau - \sum_{i=1}^{n} \frac{\omega_k}{n \cdot f_{yk}} \cdot \sigma_{ck}(\tau_{si}) \qquad v_{ski} = \frac{\omega_k}{n \cdot f_{yk}} \cdot \sigma_{sk}(\tau_{si}) \qquad v_{sk} = \sum_{i=1}^{n} v_{ski}$$

vgl. 4-20

vgl. 4-19

Voor dimensieloze hefboomsarm geldt:

$$\psi_{ck} = \frac{\int_{i=1}^{\xi} (1/2 - \xi + \tau) \cdot \frac{\sigma_{ck}(\tau) \cdot b(\tau)}{f_{ck}} d\tau - \sum_{i=1}^{n} \frac{y_{si}}{D} \cdot \frac{\omega_{k}}{n \cdot f_{yk}} \cdot \sigma_{ck}(\tau_{si})}{\nu_{ck}}$$

vgl. 4-22

Met  $b(\tau)$ ,  $\tau$ ,  $\tau_{si}$ ,  $\xi$ , volgens vgl. 2-17 tot 2-19 en 2-26. Langs- en rotatie-evenwicht:

$$v_{ser} = v_{ck} + v_{sk} \qquad \qquad \mu_{ser} = v_{ck} \cdot \psi_{ck} + \sum_{i=1}^{n} v_{ski} \cdot \frac{y_{si}}{D}$$
  
vgl. 4-23  
vgl. 4-24

Hierbij geldt:

 $v_{ser} = \frac{N_{ser}}{D^2 \cdot f_{ck}} \qquad \qquad \mu_{ser} = \frac{M_{ser}}{D^3 \cdot f_{ck}} \qquad \qquad \omega_k = \frac{A_{s1} \cdot n \cdot f_{yk}}{D^2 \cdot f_{ck}}$ vgl. 4-25 vgl. 4-26 vgl. 4-27

Aangezien de voorwaarden voor de maximale vervormingen afhankelijk zijn van de waarden van  $f_{ck}$  en  $f_{yk}$  (namelijk: 0.5  $f_{ck}/E_c$  en 0.8  $f_{yk}/E_s$ ) kunnen de interactiediagrammen niet onafhankelijk gemaakt worden van  $f_{ck}$  en  $f_{yk}$ . In veel gevallen wordt echter gebruik gemaakt van een betonkwaliteit C25/30 en staal FeB 500.

Uit het langs- en rotatie-evenwicht kan, analoog als bij de BGT,  $\mu_{ser}$  en  $\nu_{ser}$  bepaald worden. Om interactiediagrammen te krijgen die direct vergelijkbaar zijn met de interactiediagrammen van de bezwijkgrenstoestand worden de assen van de interactiediagrammen beschreven door  $\mu_d=1.425 \text{ M}_{ser}/(D^3 \text{ f}_{cd})=2.1375 \mu_{ser}$  en  $\nu_d=1.425 \text{ M}_{ser}/(D^2 \text{ f}_{cd})=2.1375 \nu_{ser}$ . De factor 1.425 is een gemiddelde van de veiligheidsfactoren in bezwijkgrenstoestand voor de variabele (1.5) en de vaste belastingen (1.35). De interactiediagrammen van de BGT en de GGT kunnen bijgevolg enkel vergeleken worden voor de zeldzame combinatie waarbij de variabele en de vaste belastingen ongeveer hetzelfde aandeel hebben in de totale belasting, bij de quasi-permanente combinatie moeten de drukspanningen trouwens beperkt worden tot 0.45  $f_{ck}$ . Ook voor de quasi-permanente combinatie kunnen interactiediagrammen opgesteld worden, deze zullen dan wel niet direct vergelijkbaar zijn met deze van de bezwijkgrenstoestand en de zeldzame belastingscombinatie aangezien hier geen factor 1.425 kan gevonden worden die de belastingscombinatie in BGT verbindt met de belastingscombinatie in GGT.



Figuur 4-4: Interactiediagram in GGT voor  $\beta$ =0.1,  $\chi$ =0,  $\alpha$ =15,  $f_{ck}$ =25N/mm<sup>2</sup> en  $f_{vk}$ =500N/mm<sup>2</sup>

Figuur 4-4 geeft een voorbeeld van een interactiediagram in GGT voor  $\beta = 0.1$ ,  $\chi = 0$ ,  $\alpha = 15$ ,  $f_{ck} = 25$  N/mm<sup>2</sup> en  $f_{yk} = 500$  N/mm<sup>2</sup>. Door  $\mu_d$  en  $v_d$  uit te rekenen en uit te zetten op deze grafiek kan de benodigde mechanische wapeningsverhouding  $\omega$  verkregen worden. Dezelfde waarden van  $\mu_d$  en  $v_d$  kunnen uitgezet worden op Figuur 2-7, deze figuur geeft op zijn beurt de nodige wapeningsverhouding  $\omega$  in bezwijkgrenstoestand. De hoogste waarde van beide  $\omega$ 's is bepalend, zodat de doorsnede zowel in gebruiksgrenstoestand, wat betreft de spanningen, als in bezwijkgrenstoestand voldoet aan de eisen van de eurocode. Vergelijking van Figuur 4-4 met Figuur 2-7 leert ons dat in de meeste gevallen de gebruiksgrenstoestand bepalend zal zijn. Voor uniforme trek en uniforme druk echter zal de bezwijkgrenstoestand meest bepalend zijn. Voor enkelvoudige buiging ( $v_d = 0$ ) is net niet voldaan in GGT als gedimensioneerd wordt op basis van de BGT.

Ook hier liggen alle toestandspunten die overeenstemmen met dezelfde vervormingstoestand op een rechte, waarvan er opnieuw drie zijn weergegeven in het interactiediagram:  $\xi = 1$ ,  $\xi =$  $\xi_3$ ,  $\xi = 0$ . Links van  $\xi = 1$  ( $\xi$ >1) staat de doorsnede volledig onder druk (excentrische druk), rechts van  $\xi = 0$  ( $\xi$ <0) staat de doorsnede volledig onder trek waardoor enkel de wapening een bijdrage levert aan de sterkte. Het gebied tussen deze 2 rechten heeft betrekking op samengestelde buiging. De rechte  $\xi = \xi_3$  komt overeen met de overgang van draaipunt P1 naar draaipunt P2, links van deze rechte is de voorwaarde 0.5 f<sub>ck</sub> bepalend, rechts ervan is de staalspanning bepalend.

De blauwe kromme  $\omega = 0$  komt overeen met een ongewapende doorsnede. Deze doorsnede kan met andere woorden geen trek opnemen, met als gevolg dat deze kromme door de oorsprong moet gaan. Als deze doorsnede onderworpen wordt aan centrische druk ( $\mu_d=0$ ) dan moet  $v_d$  gelijk zijn aan 1.425\*0.5\*25\*( $\pi/4$ )\*D<sup>2</sup>/(D<sup>2</sup>\*25/1.5)=0.84.

## • Parameterstudie

## Invloed van f<sub>ck</sub> en f<sub>yk</sub>

Doordat de positie van de draaipunten P1 en P2 bepaald wordt door de waarde van  $f_{ck}$  en  $f_{yk}$  kunnen de interactiediagrammen niet onafhankelijk gemaakt worden van  $f_{ck}$  en  $f_{yk}$ . Worden andere materialen gebruikt dan beton C25/30 en staal FeB500, dan zullen andere interactiediagrammen bekomen worden. Figuur 4-5 en Figuur 4-6 geven de invloed van respectievelijk  $f_{ck}$  en  $f_{yk}$  weer.



Bovenstaande grafieken zijn volledig in overeenstemming met wat te verwachten viel. Het snijpunt van deze krommen met de horizontale as aan de linkerkant moet namelijk bepaald worden door:  $1.425*1.5*(\pi/4*0.5+\omega*f_{cd}/f_{yd}*0.5*(\alpha-1))$ . Aan de rechterkant wordt dit snijpunt bepaald door  $1.425*(0.8*f_{yk}*\omega/f_{yd})=1.425*1.15*0.8*\omega=1.311*\omega$ , deze kant is met andere worden onafhankelijk van  $f_{ck}$  en  $f_{yk}$ .

Invloed van aantal staven



Figuur 4-7: Invloed aantal staven

In Figuur 4-7 is te zien dat het aantal staven geen enkele invloed heeft op resultaten, behalve wanneer theoretisch gezien 2 staven gebruikt worden.

## Betondekking



In Figuur 4-8 zijn de interactiediagrammen voorgesteld voor  $\beta$ =0.1 tot  $\beta$ =0.5:



Figuur 4-8: Invloed van de betondekking

Hier kunnen dezelfde bemerkingen gemaakt worden als bij de bezwijkgrenstoestand. In de meeste gevallen blijft de gebruiksgrenstoestand bepalend.

# Excentriciteiten

Figuur 4-9 geeft de invloed weer van een excentriciteit gelijk aan e/D=0.1. Ook hierbij kunnen analoge bemerkingen gemaakt worden als bij de bezwijkgrenstoestand.





Figuur 4-9: Invloed excentriciteiten.

## • Optimaal materiaalverbruik bij enkelvoudige buiging

De rechten in Figuur 4-8 en Figuur 4-9 overeenstemmend met  $\xi = \xi_3$  komen overeen met 'optimaal materiaalverbruik', de staalspanning (aan de onderrand) is immers gelijk aan 0.8 f<sub>yk</sub> en de betonspanning (ter hoogte van P2) is gelijk aan 0.5 f<sub>ck</sub>. Het snijpunt van deze rechte met de  $\mu_d$ -as geeft de waarden van  $\mu_d$  en  $\omega$  bij optimaal materiaalgebruik in het geval van enkelvoudige buiging. Door dit snijpunt te bepalen kunnen analoge tabellen opgesteld worden als in lid 2.1.1. Voor elke combinatie van  $f_{ck}$  en  $f_{yk}$  zal een andere  $\omega$ - en  $\mu$ - waarde gevonden worden, daarom moeten voor elke combinatie van  $f_{ck}$ ,  $f_{yk}$  en  $\beta$  de  $\omega$ - en  $\mu$ - waarden herberekend worden. Voor de berekening van  $\delta_e$  en  $\lambda_e$  gelden analoge formules als in hoofdstuk 2, zoals aangegeven door vgl. 4-28 en vgl. 4-29:

$$D = \sqrt[3]{\frac{M_{Sd}}{\mu_d \cdot f_{cd}}} = \delta_e^3 \sqrt{M_{Sd}} \qquad A_s = \omega \cdot \frac{D^2 \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{\omega}{\mu_d^{2/3}} \cdot \frac{f_{cd}^{1/3}}{f_{yd}} \cdot M_{Sd}^{2/3} = \lambda_e \cdot M_{Sd}^{2/3}$$
vgl. 4-28
vgl. 4-29

Indien geen rekening gehouden wordt met excentriciteit,  $\alpha = 15$  en  $\gamma_f = 1.425$  worden volgende tabellen verkregen voor  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$  en  $f_{yk} = 400 \text{ N/mm}^2$ :

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β <b>=0</b> ,1	1,168	0,989	0,831	0,712	0,614	0,525	0,438	0,338
0,2	1,328	1,139	0,978	0,861	0,770	0,693	0,626	0,564
0,3	1,493	1,292	1,122	1,003	0,913	0,842	0,783	0,733
0,4	1,653	1,435	1,253	1,127	1,033	0,961	0,903	0,854
0,5	1,811	1,570	1,370	1,231	1,129	1,050	0,987	0,935

Tabel 4-1: Waarden van  $\delta_e$  voor  $\chi = 0$  en  $f_{yk}$ =500 N/mm<sup>2</sup>

Tabel 4-2: Waarden van  $\delta_e$  voor  $\chi = 0$  en  $f_{yk}$ =400 N/mm<sup>2</sup>

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β <b>=</b> 0,1	1,065	0,896	0,739	0,613	0,495	0,364	nvt	nvt
0,2	1,227	1,054	0,901	0,786	0,692	0,608	0,526	0,439
0,3	1,392	1,209	1,054	0,943	0,858	0,790	0,731	0,679
0,4	1,546	1,350	1,186	1,072	0,987	0,920	0,867	0,822
0,5	1,691	1,476	1,296	1,171	1,079	1,008	0,950	0,903

Tabel 4-3: Waarden van  $\lambda_e$  voor  $\chi = 0$  en  $f_{yk}=500N/mm^2$ 

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β <b>=0</b> ,1	0,00544	0,00677	0,00853	0,01047	0,01270	0,01543	0,01917	0,02558
0,2	0,00481	0,00596	0,00743	0,00899	0,01066	0,01251	0,01460	0,01703
0,3	0,00401	0,00491	0,00604	0,00721	0,00842	0,00968	0,01101	0,01242
0,4	0,00310	0,00373	0,00449	0,00524	0,00598	0,00672	0,00746	0,00820
0,5	0,00219	0,00259	0,00304	0,00346	0,00384	0,00420	0,00454	0,00485

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β <b>=</b> 0,1	0,00785	0,00990	0,01276	0,01622	0,02099	0,02968	nvt	nvt
0,2	0,00691	0,00862	0,01090	0,01342	0,01630	0,01976	0,02421	0,03070
0,3	0,00569	0,00701	0,00871	0,01050	0,01238	0,01442	0,01666	0,01917
0,4	0,00433	0,00522	0,00630	0,00737	0,00844	0,00952	0,01061	0,01174
0,5	0,00300	0,00353	0,00412	0,00467	0,00517	0,00563	0,00607	0,00647

Tabel 4-4: Waarden van  $\lambda_e$  voor  $\chi = 0$  en  $f_{yk}=400N/mm^2$ 

Voor  $M_{Sd} = 100$ kNm,  $f_{ck} = 25$  N/mm<sup>2</sup>,  $f_{yk} = 500$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta = 0.1$  wordt D = 0.831 $\sqrt[3]{10000000} = 386$ mm en  $A_s = 0.00853 \times 10000000^{2/3} = 1838$  mm<sup>2</sup>. In de gebruiksgrenstoestand mag de diameter dus kleiner zijn dan in de BGT (D = 451mm), maar moet de wapeningshoeveelheid hoger zijn dan in BGT ( $A_s = 1398$ mm<sup>2</sup>). Als bovenstaande tabellen vergeleken worden met Tabel 2-4 tot 2-7 dan kan algemeen gezegd worden dat de diameter meestal bepaald wordt door de bezwijkgrenstoestand en dat de wapeningshoeveelheid bepaald wordt door de gebruiksgrenstoestand.

Door Tabel 4-1, Tabel 4-4, Tabel 2-4 tot 2-7 te gebruiken kunnen voor D en  $A_s$  telkens 2 waarden bepaald worden. Voor beide geometrische karakteristieken kunnen telkens hun maximale waarde gebruikt worden voor de dimensionering van de doorsnede. Op die manier is men er zeker van de spanningen beperkt zullen zijn in GGT en dat de doorsnede zal voldoen in BGT.

Bovenstaande methode heeft het nadeel dat er soms te veel materiaal gebruikt wordt dan strikt noodzakelijk. Daarom kan het nuttig zijn om enkel de maximale waarde van de diameter te bepalen volgens bovenstaande tabellen, meestal zal de BGT bepalend zijn voor deze diameter. Aan de hand van deze diameter wordt dan de diameter bepaald die in de praktijk zal gebruikt worden en zo kan  $\mu_d$  uitgerekend worden. Als de diameter bepaald is door de BGT, dan kan men  $\mu_d$  uitzetten op het bijhorende interactiediagram in BGT en GGT (met  $v_d = 0$ ). Uit deze interactiediagrammen leest men dan de grootste  $\omega$ - waarde af, waaruit A<sub>s</sub> kan uitgerekend worden. De maximale waarde A<sub>s</sub>, zal de minimaal nodige wapeningshoeveelheid zijn bij de gekozen diameter. Meestal zal de bepaling van A<sub>s</sub> bepaald worden door de GGT. Op die manier verzekert men zich er ook van dat de spanningen beperkt zullen zijn in GGT en dat de doorsnede niet zal bezwijken in BGT. Zo wordt ervoor gezorgd dat het materiaal zo efficiënt mogelijk toegepast wordt, zonder dat er te veel materiaal gebruikt wordt. Rekening houdend met een excentriciteit gelijk aan D/10, moeten Tabel 4-1 tot Tabel 4-4 nog aangepast worden naar Tabel 4-5 en Tabel 4-8:

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β=0,1	1,168	0,989	0,831	0,712	0,614	0,525	0,452	0,397
0,2	1,328	1,139	0,978	0,861	0,770	0,693	0,626	0,564
0,3	1,549	1,334	1,151	1,022	0,923	0,842	0,783	0,733
0,4	1,773	1,537	1,340	1,204	1,102	1,024	0,960	0,907
0,5	1,990	1,725	1,504	1,352	1,239	1,152	1,083	1,026

Tabel 4-5: Waarden van  $\delta_e$  voor  $\chi$  =+ of- 0.1 of 0 en f<sub>yk</sub>=500 N/mm<sup>2</sup>

Tabel 4-6: Waarden van  $\delta_e$  voor  $\chi$  = + of - 0.1 of 0 en  $f_{yk}{=}400~N/mm^2$ 

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β=0,1	1,065	0,896	0,739	0,613	0,501	0,428	0,352	0,254
0,2	1,227	1,054	0,901	0,786	0,692	0,608	0,526	0,458
0,3	1,437	1,240	1,072	0,949	0,858	0,790	0,731	0,679
0,4	1,656	1,444	1,267	1,143	1,050	0,977	0,918	0,868
0,5	1,858	1,620	1,422	1,285	1,184	1,105	1,042	0,990

Tabel 4-7: Waarden van  $\lambda_e$  voor  $\chi =+$  of -0.1 of 0 en  $f_{yk}=500N/mm^2$ 

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β=0,1	0,00617	0,00774	0,00991	0,01252	0,01607	0,02261	nvt	nvt
0,2	0,00554	0,00689	0,00868	0,01062	0,01282	0,01543	0,01874	0,02358
0,3	0,00462	0,00570	0,00709	0,00853	0,01005	0,01168	0,01346	0,01542
0,4	0,00347	0,00420	0,00510	0,00599	0,00689	0,00779	0,00871	0,00966
0,5	0,00229	0,00270	0,00317	0,00360	0,00401	0,00439	0,00474	0,00507

Tabel 4-8: Waarden van  $\lambda_e$  voor  $\chi =+$  of - 0.1 of 0 en  $f_{yk}=400N/mm^2$ 

f <sub>ck</sub>	16	20	25	30	35	40	45	50
β=0,1	0,00899	0,01150	0,01541	0,02165	0,05133	nvt	nvt	nvt
0,2	0,00799	0,01007	0,01293	0,01632	0,02068	0,02737	0,04465	nvt
0,3	0,00662	0,00823	0,01033	0,01259	0,01508	0,01789	0,02117	0,02515
0,4	0,00487	0,00592	0,00721	0,00851	0,00984	0,01121	0,01263	0,01412
0,5	0,00313	0,00368	0,00430	0,00487	0,00540	0,00589	0,00634	0,00677

Volledigheidshalve zijn de coëfficiënten voor hogere sterkte betons C40/50, C45/55, C50/60 ook vermeld. Op de plaatsen waar 'nvt' staat is het niet haalbaar om de doorsnede te dimensioneren op basis van optimaal materiaalverbruik.

# 4.3 Scheurwijdte

# 4.3.1 Korfwapening

## 4.3.1.1 Nauwkeurige berekening

De bepaling van de scheurwijdte kan van belang zijn voor de duurzaamheid van gewapende betonelementen. In lid 4.4.2.1 van ENV1992-1-1 [6] worden volgende begrenzingen aangegeven:

- milieuklasse 1: de scheurwijdte heeft geen invloed op de duurzaamheid

- milieuklasse 2 tot en met 4: beperking van de maximum rekenwaarde van de scheurwijdte tot ongeveer 0.3 mm

- milieuklasse 5: afhankelijk van de agressiviteit van de omgeving

Bij palenwanden zal men evenwel nooit te maken hebben met milieuklasse 1, aangezien deze klasse enkel betrekking heeft op componenten in droog milieu (zoals kantoorgebouwen). Ook van belang bij palenwanden is de waterdichtheid. In [7] wordt voor betonelementen met een vloeistofkerende functie 0.25mm als grenswaarde vermeld. In het onderstaande is de methode ter berekening van de karakteristieke waarde van de scheurwijdte gegeven in [6] toegepast op cirkelvormige palen.

De rekenwaarde van de scheurwijdte wordt bekomen door vgl. 4-30:

$$w_k = \beta_s \cdot s_{rm} \cdot \varepsilon_{sm}$$

#### vgl. 4-30

 $\beta_s$  is de coëfficiënt die de gemiddelde scheurwijdte aan de karakteristieke waarde koppelt. Deze coëfficiënt is gelijk aan 1.7 voor scheurvorming door belasting en door belemmerde vervorming in doorsneden waarvan de minimumafmeting (dikte, breedte of hoogte) ten minste 800 mm bedraagt. Voor doorsneden met een minimumafmeting van ten hoogste 300mm is deze coëfficiënt gelijk aan 1.3. Voor tussengelegen waarden van de minimumafmeting mag geïnterpoleerd worden tussen deze waarden van  $\beta_s$ .  $s_{rm} \, is \, de$  gemiddelde eindwaarde van de scheurafstand. Zij wordt bepaald door vgl. 4-31:

$$s_{rm} = 50 + 0.25 \cdot k_1 \cdot k_2 \frac{\phi}{\rho_r}$$

#### vgl. 4-31

 $k_1$  is de coëfficiënt voor de invloed van de hechtingseigenschappen van staven en is gelijk aan 0.8 voor staven met verbeterde hechting en aan 1.6 voor gladde staven. In de courante gevallen wordt gebruik gemaakt van staven met verbeterde hechting.

 $k_2$  geeft de invloed van de vorm van de rekdistributie. Bij buiging is deze coëfficiënt gelijk aan 0.5 en bij zuivere trek gelijk aan 1. Palenwanden zijn hoofdzakelijk onderworpen aan buiging, dus moet 0.5 gebruikt worden.

 $\rho_r$  stelt het effectieve wapeningspercentage  $A_s/A_{c.eff.}$  voor, waarin  $A_s$  de wapeningsdoorsnede binnen de effectieve getrokken doorsnede  $A_{c.eff}$  is. De effectief getrokken zone is die getrokken betonzone die beïnvloed wordt door de beschouwde wapening. Zij is aangegeven in onderstaande figuur:



Figuur 4-10

In de eurocode zijn geen duidelijke regels gegeven voor  $A_{c.eff}$  bij cirkelvormige palen waarin de wapening gelijkmatig verdeeld is. Bij rechthoekige balken onderworpen aan buiging stelt men echter dat  $A_{c.eff}$  gelijk is aan de betonoppervlakte die de trekwapening omringt en een hoogte bezit gelijk aan 2.5 maal de afstand van het zwaartepunt van de voornoemde wapening tot de meest getrokken rand van de doorsnede namelijk 2.5(h-d<sub>1</sub>) of 2.5(c+ $\phi/2$ ) in het geval van 1 wapeningslaag. Deze hoogte moet echter beperkt blijven tot (h-x)/3. Indien het zwaartepunt van de getrokken wapening berekend wordt dan bekomt men dat 2.5(D-d<sub>1</sub>) in alle gevallen groter is dan (D-x)/3. De hoogte van  $A_{c.eff}$  kan men dus best gelijk aan (D-x)/3 nemen.  $A_s$ bestaat dan uit alle staven die binnen deze effectieve getrokken zone liggen. Aangezien de oriëntatie van de staven niet vast ligt, kan men veronderstellen dat de korf een ring met dikte  $t_1$  vormt met dezelfde wapeningshoeveelheid als de korf. Zo wordt een soort gemiddelde waarde voor  $A_s$  verkregen, die aangenomen kan worden in de berekening. De dikte van de ring wordt bepaald volgens vgl. 4-32, die uitdrukt dat de oppervlakte van een wapeningskorf gelijk is aan de oppervlakte van een ring met dikte  $t_1$ :

$$\frac{n \cdot \pi \cdot \phi^2}{4} = 2 \cdot \pi \cdot (D/2 - d) \cdot t_1$$

vgl. 4-32

Zodat t<sub>1</sub> kan berekend worden volgens vgl. 4-33:

$$t_1 = \frac{n \cdot \phi^2}{8 \cdot (D/2 - d)}$$

vgl. 4-33

A<sub>s</sub> kan dan berekend worden door  $\theta$ (D/2-d)t<sub>1</sub>, waarbij  $\theta$  aangegeven is in Figuur 4-10 en berekend wordt door vgl. 4-34:

$$\theta = 2 \cdot \arccos\left(\frac{D/2 - \frac{D-x}{3} + e}{D/2 - d}\right)$$

vgl. 4-34

En zo wordt  $A_s$  berekend volgens vgl. 4-35:

$$A_s = \theta \cdot \frac{n \cdot \phi^2}{8}$$

vgl. 4-35

 $\varepsilon_{sm}$  is de gemiddelde staalrek, rekening houden met de stijfheidbijdrage van het getrokken beton tussen de scheuren ('tension-stiffening') en wordt berekend door vgl. 4-36:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_{sm}}{\boldsymbol{E}_{s}} \cdot \left( 1 - \boldsymbol{\beta}_{1} \cdot \boldsymbol{\beta}_{2} \cdot \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}_{sr}}{\boldsymbol{\sigma}_{s}} \right)^{2} \right)$$

vgl. 4-36

 $\sigma_s$  is de spanning in de trekwapening berekend op basis van de gescheurde doorsnede. Deze spanning wordt berekend op een afstand d+e van de onderrand van de paal, omdat de plaatsing van de korfwapening niet vast staat.

 $\sigma_{sr}$  is de spanning in de trekwapening berekend op basis van de gescheurde doorsnede onder de belasting die de eerste scheurvorming veroorzaakt (dus bij het scheurmoment M<sub>r</sub>)

 $\beta_1$  is opnieuw een coëfficiënt die de hechtingseigenschappen van het staal in rekening brengt. Deze coëfficiënt is gelijk aan 1 voor staven met verbeterde hechting en gelijk aan 0.5 voor gladde staven.

 $\beta_2$  is een coëfficiënt voor de duur of herhaling van de belasting en gelijk aan 1 voor een enkelvoudige belasting van korte duur en aan 0.5 voor een aanhoudende belasting of een veelvuldige belasting.

Bij palenwanden is  $\beta_1$  meestal 1 en  $\beta_2$  gelijk aan 0.5. De spanningen moeten berekend worden op basis van de quasi permanente belasting, dit wil zeggen dat men hier moet rekenen met  $\alpha_{e\infty}$  = 15.

Aan de hand van bovenstaande methode kan de scheurwijdte berekend en gecontroleerd worden rekening houdend met excentriciteiten.

## 4.3.1.2 Scheurcontrole zonder directe berekening

Door alle afmetingen te delen door D, de diameter van een paal, kunnen de geometrische karakteristieken opnieuw dimensieloos gemaakt worden. De geometrische karakteristieken worden dan gegeven door  $\rho$  (A<sub>s</sub>/( $\pi$ D<sup>2</sup>/4) of n $\phi^2$ /D<sup>2</sup>),  $\beta$  (d/D) en  $\chi$  (e/D). Op die manier kan aan de hand van vgl. 4-30, vgl. 4-31 en vgl. 4-36 een verband afgeleid worden tussen  $\phi$  en  $\rho$  voor een gegeven  $\sigma_s$ . Aangezien  $\rho = n\phi^2/D^2$  en voortbouwend op het voorgaande, kan ook een verband afgeleid worden tussen n/D<sup>2</sup> en  $\rho$ . Op die manier kunnen 2 tabellen opgesteld worden analoog aan tabel 4.11 en 4.12 van EC2 [6]. Aan de hand van deze tabellen kan men zonder gedetailleerde berekening aannemen dat de scheurwijdte beperkt wordt tot 0.25mm (= w<sub>k</sub>) als aan de voorwaarden van deze tabellen voldaan wordt. Hier hebben deze voorwaarden betrekking op de maximum staafdiameter en het minimum aantal staven in een doorsnede (er is echter geen rekening gehouden met de normaalkracht).

In onderstaande figuren is het verband weergegeven tussen  $\rho$  en  $\phi_{max}$  (de maximaal toelaatbare staafdiameters) bij een bepaalde staalspanning  $\sigma_s$  (berekend in een gescheurde doorsnede). Figuur 4-11 is berekend voor  $\beta = 0.1$ ,  $\chi = 0$  en het aantal staven is gelijk aan 6 gesteld. Figuur 4-12 geeft de invloed van het aantal staven op de berekeningen, hier is het aantal gelijk aan 50 gesteld.



Figuur 4-12:  $\beta = 0.1$ ,  $\chi = 0$ , n=50

Men ziet dat beide figuren er bijna exact hetzelfde uitzien. Dit komt hoofdzakelijk omdat het aantal staven enkel invloed heeft op  $\sigma_{sr}$ , aangezien deze bepaald wordt door de hoogte van de gedrukte zone en het traagheidsmoment van de gescheurde doorsnede en deze weinig invloed ondervinden van het aantal staven onder gelijkblijvende wapeningsverhouding. De invloed van het aantal staven op  $\rho_r$  is al weggewerkt door de aannamen die in vorige paragraaf zijn doorgevoerd.

Afgaand op Figuur 4-12 kan een analoge tabel, Tabel 4-9, opgesteld worden als tabel 4.11 van EC2 [2] die de maximum diameter geven van staven met verbeterde hechting bij een bepaalde spanning:

$\sigma_{s}$ (N/mm <sup>2</sup> )	φ (mm)
200	22
250	12
300	6
350	4

Tabel 4-9: Max. diameter voor staven met verbeterde hechting en  $\beta$ =0.1

Bij  $\sigma_s$ =350N/mm<sup>2</sup> krijgt men een staafdiameter gelijk aan 4mm, deze waarde is uiteraard veel te klein om nog van praktisch belang te zijn. In dit geval zal een directe berekening uitsluitsels moeten geven.

Bovenstaande resultaten houden echter geen rekening met eventuele excentriciteiten. Indien gerekend wordt met een excentriciteit  $e/D = \chi = 0.1$  in positieve richting (meest nadelig voor scheuren), dan verkrijgt men onderstaande grafiek (Figuur 4-13). De minima van Figuur 4-12 liggen hoger dan de minima van Figuur 4-13.



Figuur 4-13:  $\beta = 0.1$ ,  $\chi = 0.1$ , n=8

Een aangepaste tabel, Tabel 4-10, rekening houdend met een excentriciteit gelijk aan 10% van de paaldiameter zou dan geven:

σs	$\phi_{max}$		
(N/mm²)	(mm)		
200	14		
250	8		
300	5		
350	3		

Tabel 4-10: Max. diameter voor staven met verbeterde hechting,  $\beta$ =0.1 en  $\chi$ =0.1

De onderste 2 waarden zijn zoals hierboven niet van praktisch belang.

Het verband tussen n/D<sup>2</sup> (de minimale benodigde waarden) en  $\rho$  is in onderstaande figuren weergegeven. Figuur 4-14 houdt geen rekening met excentriciteiten en Figuur 4-15 is gemaakt met  $\chi = 0.1$  en  $\beta = 0.1$ .



Figuur 4-14: β=0.1, χ=0



Figuur 4-15: β=0.1 en χ=0.1

De maxima van bovenstaande grafieken zijn samengevat in Tabel 4-11:

$\sigma_{s}$	(n/D <sup>2</sup> ) <sub>min</sub>	(n/D²) <sub>min</sub>
(N/mm²)	(χ=0)	(χ=0,1)
200	1,94E-05	6,56E-05
250	5,14E-05	1,58E-04
300	1,21E-04	3,49E-04
350	2,67E-04	7,44E-04

Tabel 4-11: minimale aantal staven voor χ=0 en χ=0.1

Bovenstaande waarden geven in vele gevallen aanleiding tot een veel te hoog aantal staven zeker als de waarden gebruikt worden rekening houdend met de excentriciteit van de korf, in deze gevallen moet opnieuw een directe berekening uitgevoerd worden.

Analoog als bij de eurocode kan men zeggen dat de waarden van  $\phi_{max}$  en  $(n/D^2)_{min}$  respectievelijk mogen vermenigvuldigd en gedeeld worden door  $1/(10*\beta) \ge 1$ , omdat bovenstaande waarden afgeleid zijn voor  $\beta = 0.1$ . Voor  $\beta$ - waarden groter dan 0.1 zullen bovenstaande waarden niet meer gelden. Hoe groter  $\beta$  hoe kleiner de invloed van de wapening op de scheuropening. Bij al te grote  $\beta$  - waarden is de wapening zelf niet meer in staat om nog enige invloed van betekenis uit te oefenen op de scheuropening. Voor  $\beta > (1-x/D)/3$  bevindt er

zich zelfs geen wapening meer binnen de hoogte (D-x)/3, zodat de wapening de scheurvorming niet kan verhinderen. Voor  $\beta$ -waarden groter dan 0.1 moet een gedetailleerde berekening van de scheurwijdte gemaakt worden.

Als aan de voorwaarden van tabel 1 (of 2) en 3 voldaan wordt dan kan men aannemen dat de grenswaarde  $w_k = 0.25$ mm niet overschreden wordt. Om rekening te houden met grotere  $\beta$ -waarden dan 0.1 of grotere excentriciteiten dan moet een gedetailleerde berekening van de scheurwijdte gebeuren. Door enkel uit te gaan van deze tabellen kan men soms tot een onrealistische geometrie komen, ook in deze gevallen is het beter om een gedetailleerde berekening uit te voeren.

## 4.3.1.3 Minimum wapeningsdoorsnede

In iedere doorsnede dient een minimum hoeveelheid wapening voorzien te worden om de opening te beperken van scheuren die kunnen ontstaan tengevolge van trekspanningen te wijten aan:

-inwendige of uitwendige verhindering van vervormingen -uitwendig opgelegde vervormingen

In lid 4.4.2.2. van EC2 [6] wordt de minimumwapening bepaald door:

$$A_{s,\min} = \frac{k_c k' f_{ct,ef} A_{ct}}{\sigma_s}$$

vgl. 4-37

Hierbij wordt uitgedrukt dat  $A_{s,min}$  de bij scheurvorming vrijkomende trekkracht kan opnemen zonder dat de staalspanning  $\sigma_s$  overschreden wordt.

f<sub>ct,ef</sub> is de effectieve treksterkte van het beton op het tijdstip dat de eerste scheur gevormd wordt. De waarden van f<sub>ct,ef</sub> kunnen worden ontleend aan tabel 3.1 van ENV 1992 door de sterkteklasse te nemen die overeenstemt met de druksterkte op het tijdstip waarop het optreden van scheurvorming wordt verwacht. Wanneer niet met zekerheid kan worden vastgesteld dat het tijdstip van scheurvorming binnen 28 dagen zal zijn, wordt aangeraden om een minimumwaarde van de treksterkte van 3 N/mm<sup>2</sup> aan te nemen.

- $A_{ct}$  is de oppervlakte van het beton in de trekzone. De trekzone is dat deel van de doorsnede dat onderworpen is aan trekspanningen wanneer aan de meest getrokken vezel  $f_{ct,ef}$  bereikt wordt. Bij palen is dit gelijk aan de helft van de cirkelvormige doorsnede  $\pi$ \*D<sup>2</sup>/8. Bij  $A_{s,min}$  wordt enkel die wapening in aanmerking genomen die zich in de trekzone bevindt.
- $\sigma_s$  is de toelaatbare spanning in de wapening onmiddellijk na scheurvorming. Indien de scheurwijdte berekend wordt op basis 4.3.1.1 dan is  $\sigma_s = f_{yk}$ . Indien de scheurcontrole via 4.3.1.2 gebeurt dan moet de waarde van  $\sigma_s$  genomen worden die bij deze berekening gebruikt werd.
- De parameter k' brengt de reductie van de effectieve treksterkte in rekening tengevolge van een niet-lineaire verdeling van eigenspanningen veroorzaakt door verhinderde inwendige vervormingen. Algemeen wordt k' = 0.8 gesteld.
- De parameter k<sub>c</sub> is functie van de spanningsverdeling over de doorsnede bij het bereiken van f<sub>ct,ef</sub>. Deze parameter kan berekend worden voor buiging zonder normaalkracht door:

$$k_{c} = \frac{\int_{0}^{D/2} f_{ct,ef} \cdot \frac{y}{(D/2)} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{D^{2}}{4} - y^{2}} \, dy}{f_{ct,ef} \cdot A_{ct}}$$
na vereenvoudiging:  

$$k_{c} = \frac{4}{3 \cdot \pi} = 0.424$$

vgl. 4-38

Bij vgl. 4-37 is men er in principe van uitgegaan dat de wapening geconcentreerd zit ter hoogte van het zwaartepunt van de trekwapening. Bij normale balken kan deze veronderstelling zonder veel problemen aangenomen worden. Bij palen met wapening gelijkmatig verdeeld volgens de omtrek zal de buitenste staaf al lang aan het vloeien zijn als deze veronderstelling gevolgd wordt.

Indien als voorwaarde gesteld wordt dat de buitenste staaf de maximaal toelaatbare staalspanning  $\sigma_s$  niet mag overschrijden, dan vindt men via het langsevenwicht dat er in de noemer van vgl. 4-37 nog een factor bij moet komen:

$$\sum_{i=1}^{n} \begin{cases} \frac{y_{si}}{n \cdot \min(y_{si})} & y_{si} < 0\\ 0 & y_{si} > 0 \end{cases}$$

vgl. 4-39

Voor  $\chi = 0$  convergeert deze factor naar 0.318 als het aantal staven toeneemt. Als  $\chi = 0.1$  en  $\beta = 0.1$ , dan convergeert deze factor naar 0.271. Dit betekent dus een verdrievoudiging van de minimum trekwapening als rekening gehouden wordt met deze factoren.

## 4.3.2 I- profiel

Voor de berekening van de scheurwijdte bij gebruik van stalen I-profielen mag volgens EC4 [9] op analoge wijze te werk gegaan worden als bij korfwapening. Hierbij mag volgens [10] een equivalente staafdiameter ingevoerd worden die berekend kan worden door vgl. 4-40 (met b<sub>e</sub> gelijk aan de breedte van het beton ter hoogte van de getrokken onderflens):

$$\phi_{eq} = t_f \, \frac{b_e}{b_f}$$

vgl. 4-40

# 4.4 Besluit

In gebruikgrenstoestand moeten 3 zaken gecontroleerd worden:

- doorbuigingen
- spanningen
- scheurwijdtes

Doorbuigingen kunnen berekend worden aan de hand van bestaande damwandconstructies waarbij men de stijfheid op iteratieve wijze invoert in het programma. Op de plaatsen waar het scheurmoment overschreden wordt, moet de gescheurde stijfheid ingevoerd worden en op andere plaatsten mag de ongescheurde stijfheid gebruikt worden.

Om de spanningen te controleren kunnen deze door langs en rotatie-evenwicht rechtstreeks berekend worden op basis van lineair elastisch materiaalgedrag van het beton en het staal. Er kunnen echter ook interactiediagrammen opgesteld worden op basis van de maximaal toegelaten materiaalspanningen. Door de assen van deze interactiediagrammen in functie van  $\mu_d$  en  $v_d$  te zetten kunnen deze interactiediagrammen rechtstreeks vergeleken worden met de interactiediagrammen in de bezwijkgrenstoestand. Hieruit leiden we af dat voor samengestelde buiging meestal de gebruiksgrenstoestand bepalend zal zijn. De interactiediagrammen in GGT en in BGT geven elk een waarde voor  $\omega$ , de grootste van beide waarden is bepalend voor de dimensionering van de doorsnede.

Ook hier kan de doorsnede gedimensioneerd worden op basis van optimaal materiaalverbruik wanneer de wand onderworpen is aan enkelvoudige buiging. Op basis van dit criterium kan de diameter van de doorsnede bepaald worden. Vervolgens kan met deze diameter  $\mu_d$  berekend worden en kan aan de hand van de interactiediagrammen in BGT en in GGT de nodige wapeningshoeveelheid bepaald worden.

Ten slotte moet ook de scheurwijdte beperkt worden. Op basis van EC2 is een methode voorgesteld om de scheurwijdte te berekenen veroorzaakt door enkelvoudige buiging. Om waterdichtheid te verzekeren zouden deze scheuren moeten beperkt worden tot 0.25 mm. Ook zijn een aantal tabellen opgesteld om zonder directe berekening de wapening te bepalen zodat de scheurwijdte beperkt wordt tot 0.25 mm. In vele gevallen zal echter een directe berekening noodzakelijk zijn om de scheurwijdte te beperken. Beperking van deze scheurwijdte geeft evenwel nog geen garantie om een waterdichte wand te hebben. Doordat de wand ook getorst wordt en doordat de ongewapende paal een bepaalde dwarskracht moet overdragen naar de gewapende palen, kan het zijn dat er scheuren ontstaan tussen de gewapende palen en de ongewapende palen. Aangezien er tussen de gewapende en de ongewapende palen geen wapening is kunnen deze scheuren niet onder controle gehouden worden door wapening.

# 5 Proeven

## 5.1 Theoretische berekeningen

Doorbuigingen kunnen door numerieke integratie berekend worden als het momentkrommingsdiagram van de gebruikte doorsnede gekend is. Dit moment-krommingsdiagram kan bepaald worden door uit te gaan van 2 'toestanden': de ongescheurde toestand en de gescheurde toestand.

Bij de ongescheurde toestand kan uitgegaan worden van een lineair verband tussen het buigend moment en de kromming:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{M}{\left(E_c I\right)_1}$$

vgl. 5-1

 $(EI)_1$  wordt berekend op basis van de ongescheurde doorsnede zoals aangegeven in lid 4.1. Van zodra het moment groter wordt dan het scheurmoment  $M_r$  is dit lineaire verband niet langer geldig. Vanaf dit punt wordt geleidelijk overgegaan naar de gescheurde toestand.

Om de krommingen in de gescheurde toestand te kennen moet het stelsel, bepaald door vgl.2-10 en vgl. 2-11 in het geval van korfwapening en door vgl. 2-34 en vgl. 2-35 in het geval van profielstaal, opgelost worden. Voor de korfwapening worden daarbij vgl. 2-3 tot vgl. 2-9 gebruikt en analoog voor het profielstaal worden vgl. 2-30 tot 2-33 gebruikt.

Omdat hier een structurele analyse uitgevoerd moet worden, worden hier echter andere rekendiagrammen gebruikt, die het werkelijke gedrag van het materiaal zo goed mogelijk proberen te benaderen. Volgens EC2 [6] mag voor het beton de spanning-rek relatie zoals voorgesteld in Figuur 5-1 gebruikt worden. De relatie tussen  $\sigma_c$  en  $\varepsilon_c$  voorgesteld door Figuur 5-1 voor een korte termijn belasting is weergegeven door vgl. 5-2:

$$\sigma_c = f_{cm} \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta}$$

vgl. 5-2

Waarbij:

$$\begin{split} \eta &= \epsilon_c / \epsilon_{c1} \\ \epsilon_{c1} \text{ is de rek bij maximale spanning} \\ k &= 1.05 \; E_{cm} * \; |\epsilon_{c1}| / f_{cm} \end{split}$$



Figuur 5-1: spanning-rek relatie voor structurele analyse [6]

Voor het staal wordt volgend geïdealiseerd rekendiagramma gebruikt:



Figuur 5-2: Rekendiagramma staal

Men mag veronderstellen dat  $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$  voor wapeningsstaal en  $E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$  voor profielstaal. De rek wordt beperkt tot  $\varepsilon_u = 25\%$  [7] voor de korfwapening. Deze rekendiagrammen worden opnieuw in functie van t geschreven door  $\varepsilon = \varepsilon_{c2} t/x$ .

Door oplossing van het langs- en rotatie-evenwicht kunnen zoals gezegd de 2 onbekenden  $\varepsilon_{c2}$  en x gevonden worden. De kromming in gescheurde toestand wordt dan bepaald door:

$$\frac{1}{r_2} = \frac{\mathcal{E}_{c2}}{x}$$

vgl. 5-3

Aangezien het beton niet van het ene moment naar het andere kan veranderen van ongescheurde toestand naar gescheurde toestand, moet hiertussen een zekere overgang zijn. Deze overgang wordt bepaald door de bijdrage van het getrokken beton tussen de scheuren ("tension stiffening" genoemd). De gemiddelde kromming kan nu volgens [7] berekend worden door:

$$\frac{1}{r_m} = (1-\chi) \cdot \frac{1}{r_1} + \chi \cdot \frac{1}{r_2}$$

vgl. 5-4

Met:

$$\chi = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2$$

 $\chi$  geeft de hyperbolische overgang van ongescheurde naar gescheurde toestand. De coëfficiënt  $\beta_1$  is ingevoerd om de hechtingskarakteristieken van de wapening in rekening te brengen:  $\beta_1 = 1$  voor staven met hoge hechting. De coëfficiënt  $\beta_2$  is gelijk aan 1 voor een éénmalige korte duur belasting.

 $\sigma_s$  is de spanning in de trekwapening berekend op basis van de gescheurde doorsnede. Deze spanning wordt berekend op een afstand d+e van de onderrand van de paal, omdat de plaatsing van de korfwapening niet vast staat.

 $\sigma_{sr}$  is de spanning in de trekwapening berekend op basis van de gescheurde doorsnede onder de belasting die de eerste scheurvorming veroorzaakt (dus bij het scheurmoment M<sub>r</sub>).

De doorbuiging in een punt met abscis  $x_0$  kan berekend worden uitgaande van het momentkrommingdiagram door vgl. 5-6 toe te passen:

$$a(x_0) = \int_0^l \frac{1}{r} \cdot \overline{M} \, dx$$

vgl. 5-6

met 1/r volgens vgl. 5-4 voor M>M<sub>r</sub> en volgens vgl. 5-1 voor M<M<sub>r</sub>. *M* is gelijk aan de momentenlijn veroorzaakt door een eenheidspuntlast in het punt met abscis  $x_0$  op een isostatisch hulplichaam (met lengte l) van een hyperstatische of isostatische constructie. Voor een eenvoudig opgelegde ligger en een inklemming ziet M er uit volgens Figuur 5-3 of Figuur 5-4 om de doorbuiging in het midden, resp. op het einde van de ingeklemde ligger te berekenen.



Figuur 5-3: Eenvoudige oplegging

**Figuur 5-4: Inklemming** 

Veelal is een analytische oplossing voor vgl. 5-6 moeilijk te verkrijgen. Als de ligger in een voldoende klein aantal stukjes opgedeeld wordt kan vgl. 5-6 ook discreet uitgerekend worden als  $\Delta x_i$  gelijk is aan de lengte van de stukjes. De doorbuiging kan dan uitgerekend worden door vgl. 5-7 met f gelijk aan het aantal stukken waarin de ligger is opgedeeld:

$$a(x_0) = \sum_{i=1}^{f} \left(\frac{1}{r}\right)_i \cdot \left(\overline{M}\right)_i \cdot \Delta x_i$$

vgl. 5-7

## 5.2 Laboproeven

### 5.2.1 Theoretische voorbeschouwingen

Om de buigingscapaciteit van een enkelvoudige paal te controleren werden twee in de grond gevormde palen uitgegraven en onderworpen aan een driepuntsbuigproef. De geometrische eigenschappen van de paal in proef 1 zijn samengevat in Tabel 5-1. De paal had een diameter van 42 cm en was voorzien van een wapeningskorf met 6 staven van diameter 20 mm. De korf had een diameter van 270 mm en er werd voor gezorgd dat de wapening centrisch in de doorsnede zat door het voorzien van afstandhouders zoals te zien op Foto 1-7. Paal 2 had dezelfde geometrische eigenschappen, behalve de lengte die bij de 2<sup>de</sup> proef gelijk was aan 2.73m.

Tabel 5-1:	Geometrische	eigenschappen	van paal 1
------------	--------------	---------------	------------

lengte	2,9	m
paaldiameter (D)	420	mm
betondekking (d)	75	mm
korfdiameter	270	mm

aantal staven	6	
staafdiameter	20	mm
excentriciteit (e)	0	mm
A <sub>s</sub>	1885,0	mm²
I <sub>1</sub>	1,64E+09	mm⁴
I <sub>2</sub>	3,50E+08	mm⁴

Naast de geometrische karakteristieken moeten ook de materiaaleigenschappen gekend zijn. Het staal is van kwaliteit BE500. In bijlage 2 van EC2 [6] stelt men dat men, voor een nietlineaire analyse,  $f_{ym}$  gelijk mag stellen aan  $f_{yk}$  (= 500N/mm<sup>2</sup>). In werkelijkheid ligt de gemiddelde vloeispanning van het wapeningsstaal hoger dan 500 N/mm<sup>2</sup>. In veel gevallen vloeit het staal pas als het een spanning bereikt gelijk aan 580 N/mm<sup>2</sup>.

Voor het beton bedroeg de sterkteklasse C25/30. De proeven werden echter niet uitgevoerd op 28 dagen maar op 21 dagen. Om te weten hoe groot de sterkte van het beton was op het moment dat de test uitgevoerd werd, werden 4 kubussen getest op 7 dagen. In Appendix D zijn de resultaten van deze drukproeven samengevat. De gemiddelde kubusdruksterkte van deze 4 proeven is gelijk aan 20.275 N/mm<sup>2</sup> op 7 dagen. Om deze waarde om te zetten naar cilinderdruksterkte moet volgens ISO 3893 de kubusdruktsterkte vermenigvuldigd worden met 0.79, zo wordt de gemiddelde cilinderdruktsterkte op 7 dagen gelijk aan 16 N/mm<sup>2</sup>.

Vervolgens kan de gemiddelde cilinderdrukstertke op 28 dagen uitgerekend worden volgens:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}$$

vgl. 5-8

$$\boldsymbol{\beta}_{cc}(t) = \exp\left\{s\left[1 - \left(\frac{28}{t/t_1}\right)^{1/2}\right]\right\}$$

vgl. 5-9

met

 $f_{cm}$ : de gemiddelde cilindruksterkte op 28 dagen

 $f_{cm}(t)$ : de gemiddelde cilindruksterkte op 7 dagen

t: de ouderdom van het beton in dagen

t<sub>1</sub>: 1 dag

s: coëfficiënt afhankelijk van het type cement

Het cement dat gebruikt werd bij de proefstukken was van het type CEM III/B 42.5 LA. Volgens EC2 [6] is de coëfficiënt s voor dit type cement gelijk aan 0.4, zo wordt  $\beta_{cc}$  op 7 dagen gelijk aan 0.67. De gemiddelde cilindruksterkte f<sub>cm</sub> op 28 dagen is dan gelijk aan 24 N/mm<sup>2</sup>. De waarde van  $\beta_{cc}$  op 21 dagen is gelijk aan 0.94, zodat  $f_{cm}$  op het tijdstip van beproeven gelijk was aan 22.5 N/mm<sup>2</sup>. In EC2 is ook voorgeschreven dat de Emodulus op tijdstip t kan berekend worden door  $E_{cm}=9500 (f_{cm})^{1/3}$ . Zo wordt de gemiddelde E-modulus op 21 dagen van het proefstuk gelijk aan 27000 N/mm<sup>2</sup>. De gemiddelde treksterkte van het beton kan berekend worden door 0.3  $f_{ck}^{2/3}$ . Om  $f_{ck}$  te kunnen berekenen moet de standaardafwijking gekend zijn, zo kan f<sub>ck</sub> berekend worden via vgl. 5-10, waarin x<sub>i</sub> een proefresultaat is onder de n proeven. Aan de hand van de gegevens uit het beproevingsverslag in Appendix D, verkrijgt men dat s gelijk is aan 0.7 zodat f<sub>ck</sub>, de karakteristieke kubussterkte op 7 dagen, gelijk is aan 19.12 N/mm<sup>2</sup>. Omzetten naar cilinderdruksterkte levert 15.1 N/mm<sup>2</sup>, f<sub>ck</sub> op 28 dagen is dan gelijk aan 22.5 N/mm<sup>2</sup> zodat de gemiddelde treksterkte van het beton op 28 dagen gelijk is aan 2.4 N/mm<sup>2</sup>. Om deze waarde om te rekenen naar de treksterkte op 21 dagen mag volgens EC2 ook de factor  $\beta_{cc}$  gebruikt worden, hierdoor is de treksterkte, f<sub>ctm</sub>, op 21 dagen gelijk aan 2.25 N/mm<sup>2</sup>. Volgens EC2 moet deze waarde nog vermenigvuldigd worden met het maximum van (1.6-h/1000) en 1 om de buigingstreksterkte te verkrijgen, waarbij h de hoogte is van de balk in mm. Als we h hier gelijk stellen aan de diameter van de paal dan is deze factor gelijk aan 1.18, zodat de buigtreksterkte f<sub>ctm,fl</sub> gelijk is aan 2.65 N/mm<sup>2</sup>.

$$f_{ck} = f_{cm} - 1.64 \cdot s$$
  
met  $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - f_{cm})^2}{n - 1}}$   
vgl. 5-10

Ook de rek bij maximale spanning  $\varepsilon_{c1}$  kan berekend worden uit  $f_{cm}$  door 0.7  $f_{cm}^{0.31}$ , waardoor  $\varepsilon_{c1}$  gelijk is aan 1.84‰.  $\varepsilon_{cu}$  ten slotte is gelijk aan 3.5‰. Deze waarden zijn nog eens samengevat in Tabel 5-2:

f <sub>cm</sub>	22,5	N/mm²
E <sub>cm</sub>	27000	N/mm²
f <sub>ctm,fl</sub>	2,65	N/mm²
ε <sub>c1</sub>	1,84	‰
ε <sub>cu</sub>	3,5	‰

Tabel 5-2: betonkarakteristieken op 21 dagen

Aan de hand van de karakteristieken gegeven in Tabel 5-1 en Tabel 5-2 kan het momentkrommingsdiagram opgesteld worden.



Moment-kromming: Laboproef 1 en 2

Figuur 5-5: Moment-krommingsdiagram voor laboproef 1 en 2

De blauwe lijn in Figuur 5-5 stelt het lineaire verband voor van de ongescheurde doorsnede, de rode lijn stelt het moment-krommingsdiagramma voor van de gescheurde doorsnede berekend aan de hand van vgl. 5-3. De zwarte lijn ten slotte stelt de overgang voor van de ongescheurde doorsnede naar de gescheurde doorsnede aan de hand van vgl. 5-4.

Op Figuur 5-5 zijn een aantal speciale punten aangegeven:  $M_r$ ,  $M_{y1}$ ,  $M_{y2}$ ,  $M_{y3}$  en  $M_u$ .  $M_r$  stelt het scheurmoment voor, wordt de paal onderworpen aan een moment groter dan  $M_r$  dan zal de doorsnede gescheurd zijn.  $M_{y1}$  stelt het moment voor waarop een staaf op een afstand gelijk aan 75mm van de onderrand begint te vloeien.  $M_{y2}$  stelt het moment voor waarop alle staven onder het zwaartepunt van de staven gelegen onder de middenvezel aan het vloeien zijn en  $M_{y3}$ stelt het moment voor waarop alle staven onder de middenvezel vloeien. De gele lijn op Figuur 5-5 verbindt  $M_{y1}$ ,  $M_{y2}$  en  $M_{y3}$  en stelt dus de overgang voor naar het volledig vloeien van de wapening.  $M_u$  ten slotte stelt het moment voor waarop breuk zou moeten optreden. De doorsnede werd hier als bezweken beschouwd als het beton onderworpen is aan een stuik gelijk aan 3.5‰. We zien ook dat de doorsnede al bezweken is alvorens  $M_{y3}$  bereikt wordt. De waarden van deze punten zijn samengevat in Tabel 5-3 en Tabel 5-4 voor paal 1 en paal 2, hierbij zijn ook de vijzelkracht en de theoretische doorbuiging overeenstemmend met de gegeven momenten weergegegeven (voor  $f_{ym} = 580 \text{ N/mm}^2$ ).

	M <sub>r</sub>	M <sub>y1</sub>	M <sub>y2</sub>	M <sub>y3</sub>	M <sub>u</sub>
M (kNm)	20,7	115,6	126,8	145,7	144,731
1/r (1/mm)	4,67E-07	1,21E-05	1,27E+08	1,46E+08	1,45E+08
P (kN)	28,51	159,42	174,87	200,99	199,63
Doorbuigingen (mm)	0,3359	7,7152	8,77929	12,213	12,213

Tabel 5-3: Scheurmoment, vloeimomenten en bezwijkmoment labotest 1

Tabel 5-4: Scheurmoment, vloeimomenten en bezwijkmoment labotest 2

	M <sub>r</sub>	M <sub>y1</sub>	M <sub>y2</sub>	M <sub>y3</sub>	M <sub>u</sub>
M (kNm)	20,7	115,6	126,8	145,72	144,731
1/r (1/mm)	4,67E-07	1,21E-05	1,27E+08	1,46E+08	1,45E+08
P (kN)	30,3	169,3	185,8	213,51	212,060
Doorbuigingen (mm)	0,29046	6,8304	7,756	10,7891	10,7891

Om te weten hoe groot het moment in gebruiksomstandigheden maximaal mag zijn, moeten een aantal berekeningen uitgevoerd worden op basis van de theoretische eigenschappen van de materialen, deze zijn samengevat in Tabel 5-5. De dimensieloze grootheden van de doorsnede zijn samengevat in Tabel 5-6. In eerste instantie moet het weerstandbiedend moment gevonden worden in bezwijkgrenstoestand zoals berekend in hoofdstuk 2, ten tweede moet het maximale moment gezocht worden waarvoor alle spanningen beperkt blijven in GGT, ten derde moet het moment gevonden worden worden waarbij de scheurwijdte beperkt blijft tot 0.25 mm en ten laatste kan het maximale moment gezocht worden waarvoor de doorbuigingen beperkt blijven.

	beton	staal	
E <sub>(c/s)</sub>	30500	200000	N/mm²
f <sub>(ck/yk)</sub>	25	500	N/mm²
γ	1,5	1,15	
f (cd/yd)	16,67	434,78	N/mm²

Tabel 5-5: Theoretische Materiaaleigenschappen

Tabel 5-6: Dimensieloze grootheden

β	0,179
ω	0,279
χ	0,000

In Figuur 5-1 zijn de interactiediagrammen gegeven in BGT en GGT. Voor enkelvoudige buiging is  $v_d = 0$ , zodat  $\mu_d = 0.088$  in BGT en  $\mu_d = 0.08$  in GGT. De gebruiksgrenstoestand zal met andere woorden meest bepalend zijn. Bij  $\mu_d = 0.08$  is  $M_{Rd}$  gelijk aan  $\mu_d$  D<sup>3</sup> f<sub>cd</sub> = 98.8 kNm (voor  $\mu_d = 0.088$  is  $M_{Rd} = 108.7$ kNm). Om het moment in gebruiksomstandigheden  $M_{ser}$  te kennen moet  $M_{Rd}$  nog gedeeld worden door 1.425, dit is het gemiddelde van de veiligheidscoëfficiënten die gebruikt werden voor de variabele en de vaste lasten, zodat  $M_{ser} = 69.3$  kNm (voor de BGT is  $M_{ser} = 76.25$ kNm).



labotesten 1 en 2

Figuur 5-6: Interactiediagrammen in GGT en BGT: β=0.1, χ=0, ω=0.279

Wil men de scheurwijdte beperken tot 0.25mm dan bekomt men aan de hand van de rekenmethode voorgesteld in Hoofdstuk 3 dat het moment in gebruiksomstandigheden moet beperkt worden tot 40.8 kNm.

Ten slotte moet ook de doorbuiging beperkt worden. De toegelaten horizontale vervorming van een keermuur is gelijk aan 1/100 van de te keren hoogte. De randvoorwaarden van de labotest zijn echter totaal verschillend dan deze van een palenwand. De driepuntsbuigproef is in principe equivalent aan een ligger, met lengte gelijk aan de helft van de paal, die ingeklemd is en waarop op het uiteinde een kracht P/2 werkt. Zo zou men kunnen zeggen dat de maximale doorbuiging gelijk is aan (L/2)/100, voor paal 1 is dit dan 1.45cm en voor paal 2 is dit 1.36 cm. Berekening leert echter dat deze doorbuiging in geen enkel geval bepalend zal zijn. Bij werkelijke randvoorwaarden kan deze doorbuiging wel van belang zijn.

# 5.2.2 Proefresultaten



Op Foto 5-1 en Foto 5-2is de proefopstelling van paal 1 en paal 2 te zien. De opleggingen zijn zo opgevat dat zij in geen enkel geval de vervormingen verhinderen, zij kunnen zich namelijk horizontaal verplaatsen en bovendien zit er tussen het 'karretje' en de eigenlijke oplegging een cilinder die er voor zorgt dat de paal rond zijn opleggingen vrij kan roteren. Deze opleggingen zijn ook te zien op Foto 5-3.



Foto 5-3: opleggingen

Tussen de paal en de cilinder is nog een betonnen tussenstuk voorzien die de vorm heeft van de onderkant van de paal, zodat de paal hierin kan vast gemorteld worden. Op die manier krijgen we een oplegging die enerzijds geen hindernis vormt voor de vervormingen en anderzijds stevig genoeg is om de reactiekrachten op te nemen.

Tijdens het verloop van de proef worden 4 zaken continue opgemeten. Enerzijds de vijzelkracht en anderzijds de doorbuiging op 3 punten. Niet alleen de doorbuiging in het midden wordt continu opgemeten, ook de doorbuigingen ter hoogte van de opleggingen worden opgemeten. Het kan immers zijn dat deze opleggingen zich lichtjes zetten zodat de absolute verplaatsing van het midden te groot wordt. We zijn echter enkel geïnteresseerd in de relatieve verplaatsing van het midden ten opzichte van de as van de opleggingen. Daarom moet het gemiddelde van de verplaatsingen van de steunpunten afgetrokken worden van de gemeten absolute verplaatsing in het midden om de relatieve verplaatsing te bekomen.

Voor de proef van paal 1 en 2 werd het kracht-verplaatsingsdiagram gevonden respectievelijk weergegeven door Figuur 5-7 en Figuur 5-8, op deze figuren is ook het theoretische kracht-verplaatsingsdiagram getekend in lineaire stukken volgens de waarden gegeven in Tabel 5-3 (rode lijn). De blauwe lijn zouden we verkrijgen als we hadden verondersteld dat het staal bij een spanning gelijk aan 500 N/mm<sup>2</sup> begint te vloeien. Een vloeispanning gelijk aan 580 N/mm<sup>2</sup> of zelfs hoger lijkt dus beter het werkelijke materiaalgedrag te benaderen.



Figuur 5-7: Kracht-verplaatsingsdiagram paal 1



Figuur 5-8: Kracht-verplaatsingsdiagram paal 2
Zoals voorspeld scheurt de doorsnede bij een vijzelkracht van ongeveer 30 kN. Bij een vijzelkracht gelijk aan 250 kN trad breuk op tijdens de eerste proef, terwijl voorspeld was dat er breuk zou optreden bij 200kN, dit geeft een verschil van 20 %. Waarschijnlijk heeft dit te maken met de theoretische definitie van het fenomeen 'breuk', theoretisch gezien treedt breuk op als de meest gedrukte betonvezel een stuik heeft van 3.5%. Dit wil echter zeggen dat, door de ronde vorm van de paal, er slechts een zeer klein gedeelte de gedrukte betondoorsnede onderworpen is aan een stuik gelijk aan 3.5%. Dit doet vermoeden dat er ter hoogte van de meest gedrukte vezel een grotere betonstuik zal nodig zijn alvorens de eerste stukjes beton beginnen te verbrijzelen. Foto 5-4 geeft een aantal afbeeldingen van het breukpatroon van paal 1. Ten tweede bestaat er ook een onzekerheid over de effectieve sterkte-eigenschappen van het beton in de paal. Bij de tweede proef komen de breukmomenten wel overeen, namelijk bij een vijzelkracht gelijk aan 212 kN. Hierbij zij wel opgemerkt dat de middendoorsnede van deze 2<sup>de</sup> paal er minder gaaf uitzag dan deze van de eerste paal, zoals te zien op Foto 5-1 en Foto 5-2 en dat we minder hebben kunnen doorduwen bij deze 2<sup>de</sup> paal dan bij de eerste aangezien het betonnen tussenstuk tussen de vijzel en de paal het begeven had. Daarom is er ook minder beton verbrijzeld bij paal 2, zoals te zien op Foto 5-5, waar een aantal foto's weergegeven zijn van het breukpatroon van paal 2.

Op de theoretische curven ziet men ook dat er geen uitgesproken knik is op het moment dat de eerste wapeningen beginnen te vloeien, Dit komt doordat de wapening gelijkmatig verdeeld zit langs de omtrek. Niet alle staven beginnen tegelijk te vloeien. Volgens de theoretische berekening is er zelfs al breuk opgetreden (breuk = betonstuik gelijk aan 3.5%) alvorens de helft van de staven aan het vloeien is ( $M_{y3}$ ). Op de proefondervindelijke curve is dan ook geen duidelijke knik te zien.

Er is ook te zien dat de doorbuigingen iets groter uitvallen dan de theoretische doorbuigingen. Dit kan te verklaren zijn door het feit er geen rekening gehouden wordt met de kruip van het beton. Zeker bij jong beton is het mogelijk dat kruip al invloed heeft op korte duurbelastingen.



Foto 5-4: Breukpatroon paal 1



Foto 5-5: Breukpatroon paal 2

Was deze doorsnede enkel gedimensioneerd op basis van de BGT dan zou men proefondervindelijk nog een buigingsreserve hebben van gemiddeld 51%, moeten bovendien de spanningen beperkt worden dan heeft men gemiddeld 56% reserve tot breuk en als ten slotte de scheurwijdte moet beperkt worden dan heeft men een buigingsreserve van gemiddeld 73.5% tot er proefondervindelijk breuk optreedt.

### 5.3 In situ testen

### 5.3.1 Algemeen

Dankzij de medewerking van De Groot Funderingstechnieken NV heb ik ook de mogelijkheid gekregen om 3 in situ proeven te verwezenlijken. Er werden namelijk 3 wanden van elk 5 palen geboord waarvan telkens 3 palen voorzien werden van wapening. Bij wand 1 werd een wapeningskorf centrisch geplaatst, bij wand 2 werd dezelfde wapeningskorf met een excentriciteit van 42 mm (D/10) geplaatst in de richting van de meest gedrukte vezel. Ook hier werd gebruik gemaakt van afstandshouders zoals in Foto 1-7. De derde wand werd voorzien van een stalen I-profiel van het type IPE 270A.

De gewapende palen hadden een lengte van 9 meter en de twee tussengeboorde ongewapende palen hadden een totale lengte van 5 m. De 3 wanden werden geboord op 1.5 à 2 m van de rand van een bouwput die ook gemaakt was uit secanspalen. Op de te beproeven wand en de bouwputwand werden 2 zware stalen I-profielen gelegd waartussen vervolgens een vijzel geplaatst werd. Foto 5-6 geeft een beeld van de 3 wanden, Foto 5-7 en Foto 5-8 geven een beeld van de proefopstelling. De bouwput werd 2.5 meter uitgegraven en de vijzel bevond zich op een hoogte van 1.9 meter boven het uitgravingspeil.



Foto 5-6: Te beproeven wanden



Foto 5-7: Zijaanzicht proefopstelling

Foto 5-8: bovenaanzicht proefopstelling

Tijdens de proef werd de verplaatsing voor elke belastingsstap ter hoogte van de vijzel op 3 verschillende manieren opgemeten: ten eerste werd deze verplaatsing opgemeten aan de hand van een totaalstation die op een afstand van ongeveer 12 meter van de wand was opgesteld, ten tweede werd de uitzetting van de vijzel opgemeten en ten derde werd de afstand opgemeten tussen de 2 I-profielen.

De vijzelkracht P werd afgelezen op een mannometer met een schaal van 20 bar. Omrekening van deze waarden naar ton gebeurt door het aantal bar te vermenigvuldigen met de plunjeroppervlakte in cm<sup>2</sup> gedeeld door duizend. De plunjeroppervlakte van de vijzel was gelijk aan 83 cm<sup>2</sup>. Omrekenen naar kN doen we door het aantal ton te vermenigvuldigen met 9.81.

### 5.3.2 Theoretische voorbeschouwingen

De geometrische eigenschappen van wand 1, wand 2 en wand 3 zijn samengevat in Tabel 5-7, Tabel 5-8 en Tabel 5-9.

paaldiameter (D)	420	mm
betondekking (d)	75	mm
korfdiameter	270	mm
aantal staven	6	
staafdiameter	20	mm
excentriciteit (e)	0	mm
A <sub>s</sub>	1885	mm²
I <sub>1</sub>	2,66E+09	mm⁴
I <sub>2</sub>	4,01E+08	mm⁴

#### Tabel 5-7: wand 1

#### Tabel 5-8: Wand 2

paaldiameter (D)	420	mm
betondekking (d)	75	mm
korfdiameter	270	mm
aantal staven	6	
staafdiameter	20	mm
excentriciteit (e)	42	mm
A <sub>s</sub>	1885	mm²
I <sub>1</sub>	2,68E+09	mm⁴
I <sub>2</sub>	2,84E+08	mm⁴

Tabel 5-9: Wand 3

paaldiameter (D)	420	mm
profiel	IPE 270A	
h <sub>w</sub>	267	mm
b <sub>f</sub>	135	mm
t <sub>w</sub>	5,5	mm
t <sub>f</sub>	8,7	mm
A <sub>s</sub>	3721,8	mm²
I <sub>1</sub>	2,92E+09	mm⁴
l <sub>2</sub>	8,52E+08	mm⁴

Tussen de 3 gewapende palen zitten ook 2 ongewapende palen. Aangezien het I-profiel over de 5 palen loopt, worden de 2 ongewapende palen evenzeer verbogen als de gewapende palen, zij zullen met andere woorden ook voor een deel bijdragen aan de sterkte van de wand. Voor de middelste paal zou men de gedrukte betondoorsnede kunnen vermenigvuldigen met 2 en voor de 2 buitenste zou men de gedrukte betondoorsnede kunnen vermenigvuldigen met 1.5 om zo het langs en rotatie-evenwicht op te lossen. Gemiddeld werd de gedrukte betondoorsnede vermenigvuldigd met 5/3. In de praktijk is het echter niet verstandig om te rekenen op de sterkte van de ongewapende palen. Ten eerste zal een gedeelte van de gronddruk door boogwerking rechtstreeks overgedragen worden naar de stijvere gewapende palen en ten

tweede kan het zijn dat er scheuren ontstaan tussen de gewapende en de ongewapende palen waardoor zij niet meer samenwerken.

Voor het wapeningsstaal werd dezelfde staalkwaliteit gebruikt als bij de laboproeven, FeB 500. Hierbij is ook een vloeigrens van 580 N/mm<sup>2</sup> aangenomen in plaats van 500 N/mm<sup>2</sup>. De vloeigrens van het profielstaal was gelijk aan 235 N/mm<sup>2</sup>.

Het beton werd op jongere leeftijd getest dan de laboproeven, op 17 dagen in plaats van op 21 dagen. De coëfficiënt  $\beta_{cc}$  voor 17 dagen is gelijk aan 0.89 zodat de betonkarakteristieken op 17 dagen kunnen samengevat worden in

f <sub>cm</sub>	21,5	N/mm²
$E_{cm}$	26500	N/mm²
f <sub>ctm</sub>	2,51	N/mm²
ε <sub>c1</sub>	1,81	‰
ε <sub>u</sub>	3,5	‰

Tabel 5-10: Betonkarakteristieken op 17 dagen

De momentkrommingsdiagrammen van 1 paal in de wand, waarbij rekening is gehouden met een gedeelte van de ongewapende palen (factor 5/3), kunnen nu opgesteld worden. Deze diagrammen zijn weergegeven door Figuur 5-9, Figuur 5-10 en Figuur 5-11.



Moment-kromming: wand 1, korf centrisch

Figuur 5-9: Momentkrommingsdiagram voor wand 1









Moment-kromming: wand 3 met IPE 270A, sterke as

Figuur 5-11: Momentkrommingsdiagram wand 3

Ook hier zijn de scheurmomenten, de vloeimomenten en de breukmomenten aangeduid. Bij de derde wand zijn de I-profielen er achteraf ingeduwd, zodat we zeker zijn van de oriëntatie van de profielen.

Om een schatting te maken van het maximale moment in de palenwand en van de doorbuiging beschouwen we de wand als een ingeklemde ligger met een inklemmingslengte gelijk aan 1.9 m. Op die manier verkrijgen we volgende waarden voor de theoretische vijzelkracht en de theoretische doorbuiging:

	M <sub>r</sub>	M <sub>y1</sub>	M <sub>y2</sub>	M <sub>y3</sub>	M <sub>u</sub>
M (kNm per paal)	31,78	125,72	137,83	158,04	158,25
M (kNm/m)	37,81	149,60	164,02	188,07	174,08
M (kNm/muur)	95,33	377,15	413,50	474,12	474,75
P (kN)	50,17	198,50	217,63	249,54	249,87
Doorbuigingen (mm)	0,53	11,28	12,87	17,43	17,53

Tabel 5-11: Scheurmoment, vloeimoment en bezwijkmoment wand 1

Tabel 5-12: Scheurmoment, vloeimoment en bezwijkmoment wand 2

	M <sub>r</sub>	M <sub>y1</sub>	M <sub>y2</sub>	M <sub>y3</sub>	M <sub>u</sub>
M (kNm per paal)	31,70	100,93	111,83	118,64	131,77
M (kNm/m)	37,72	120,11	133,08	141,18	144,95
M (kNm/muur)	95,10	302,79	335,48	355,93	395,31
P (kN)	50,05	159,36	176,57	187,33	208,06
Doorbuigingen (mm)	0,52	11,89	13,99	15,86	22,81

Tabel 5-13: Scheurmoment, vloeimoment en bezwijkmoment wand 3

	M <sub>r</sub>	My	M <sub>u</sub>
M (kNm per paal)	34,26	112,15	134,45
M (kNm/m)	40,77	133,46	160,00
M (kNm/muur)	102,79	336,46	403,36
P (kN)	54,10	177,09	212,29
Doorbuigingen (mm)	0,53	4,53	7,73

Ook hier kan het moment in gebruiksvoorwaarden gezocht worden zodat de doorsnede voldoet in BGT en GGT. De materiaaleigenschappen van het beton en de korfwapening zijn samengevat in Tabel 5-5. Voor het profielstaal is de vloeigrens gelijk aan 235 N/mm<sup>2</sup> en er werd in BGT een veiligheidscoëfficiënt gebruikt gelijk aan 1.1.

Voor palen met een excentriciteit van 42 mm in de richting van de meest gedrukte vezel zijn de interactiediagrammen in BGT en in GGT (voor de spanningen) weergegeven door Figuur 5-12.

Hierbij is  $\mu_d$  gelijk aan 0.078 in BGT en gelijk aan 0.07 in GGT, dit komt respectievelijk overeen met een moment in dienstvoorwaarden gelijk aan 67.6 kNm en 60.6 kNm. Ten opzichte van de momenten bij de palen zonder excentriciteit (zie labotesten) levert dit een reductie op van ongeveer 12%.

Voor de palen voorzien van een I-profiel in wand 3 zijn de interactiediagrammen in BGT en GGT weergegeven door Figuur 5-13. Hierbij is  $\mu_d$  gelijk aan 0.09 in BGT en gelijk aan 0.088 in GGT, wat overeenkomt met respectievelijk 78 kNm en 76 kNm voor M<sub>ser</sub>. De waarden voor de momenten in gebruiksomstandigheden voor de 3 wanden zijn samengevat in Tabel 5-14.

Tabel 5-14: M<sub>ser</sub> in BGT en GGT (spanningen)

M <sub>ser</sub> (kNm)	BGT	GGT
Wand 1	76.25	69.3
Wand 2	67.6	60.6
Wand 3	78	76



Figuur 5-12: Interactie diagrammen in GGT en BGT: β=0.1, χ=0.1, ω=0.279



Figuur 5-13: Interactie diagrammen in GGT en BGT: IPE 270 A

### 5.3.3 Proefresultaten

De resultaten van de testen, alsook de theoretische waarden van de scheurlasten, vloeilasten en breuklasten volgens Tabel 5-11, Tabel 5-12 en Tabel 5-13, zijn weergegeven in Figuur 5-14, Figuur 5-15 en Figuur 5-16.



Figuur 5-14: Resultaten wand 1



Figuur 5-15: Resultaten wand 2



Figuur 5-16: Resultaten wand 3

y1 stelt de doorbuiging voor gemeten door het totaalstation, y2 is de uitzetting van de vijzel en y3 is de afstand tussen de 2 I-liggers. De meetresultaten zijn ook samengevat in Appendix D.

Proef 1 en 3 zijn stopgezet omdat de vijzel aan het einde van zijn slag was. Proef 2 was stopgezet omdat er gevaar bestond dat de vijzel zou uitknikken. Bij proef 3 zagen we dat de wand niet alleen gebogen werd, maar ook nog eens getorst werd waardoor de 5 palen van elkaar scheurden zoals te zien op Foto 5-9.



Foto 5-9: Scheur tussen palen

De theoretische doorbuigingen zijn niet aangeduid op de grafieken. Dit komt omdat de randvoorwaarden van de palenwanden niet in overeenstemming zijn met de ingeklemde ligger van 1.9 m. Er wordt hier namelijk geen rekening gehouden met de veerstijfheid en de vervormingen van de grond. Om de doorbuigingen beter te schatten zou men moeten een rotatieveer met een bepaalde stijfheid invoeren ter hoogte van de inklemming. Een realistische schatting maken van deze veerstijfheid, die de grondkarakteristieken nauwkeurig zou benaderen, is vrijwel onmogelijk. Enerzijds zal de grond trouwens niet-lineair reageren op de belasting en anderzijds reageert het beton ook niet-lineair, wat het exact uitrekenen van de doorbuigingen zeer ingewikkeld maakt.

Door als inklemmingslengte 1.9 m te nemen, berekenen we eigenlijk het moment dat minstens overschreden zal worden in de wand. Normaalgezien zal het maximaal moment dieper liggen dan 1.9 m. Ook hier is het moeilijk om exact het maximale moment en de positie van dit moment te kennen in de wand. Met een sofware programma kan zoals aangegeven in de inleiding een momentenlijn gevonden worden als het materiaal en de grond lineair reageren. Dit programma toont aan dat een verhoging van de kracht aanleiding geeft tot een hogere inklemmingslengte. Hoogstwaarschijnlijk zal er in de grond echter een plastische zone

ontstaan, waarbij het moment altijd zal geconcentreerd zijn in deze zone en waardoor de berekende momenten altijd onderschat zullen worden. Op de grafieken ziet men dat met een inklemmingslengte gelijk aan 1.9 m de scheurlast, vloeilast en breuklast onderschat worden, verhoging van de inklemmingslengte zal echter leiden tot een nog grotere onderschatting. We rekenen dus nog altijd veilig door te rekenen met een lengte gelijk aan 1.9m. In werkelijkheid reageert de grond niet-lineair en het materiaal reageert ook niet-lineair. Hierbij komt ook nog dat het systeem in principe hyperstatisch is, wat het geheel nog moeilijker maakt om een structurele analyse hierop uit te voeren.

De onderschatting van de scheurlast bevat meerdere oorzaken. Men is ten eerste niet zeker hoe groot de buigsterkstekte wel is, het is goed mogelijk dat deze enkele percenten hoger ligt. Ten tweede beschikken we hier over veel minder nauwkeurig metingen dan bij de laboproeven. Doordat de positie van het maximaal moment kan verschuiven in de grond zal ten derde het effect van het gescheurd zijn van de wand slecht zichtbaar zijn als er een aantal scheuren ontstaan in een bepaalde zone. Het is ook niet omdat 1 paal zijn scheurlast bereikt dat de andere palen dit ook doen. Bij test 1 en 3 was goed zichtbaar dat de wand getorst werd, dit wil zeggen dat niet alledrie de palen een even grote uitbuiging ondervonden.

De onderschatting van de vloeilast en de breuklast heeft te maken met de onzekerheid omtrent de vloeispanning. Bij de korfwapening is deze al op 580 N/mm<sup>2</sup> gebracht. Bij de profielwapening van wand 3 is echter gerekend op de gegarandeerde vloeispanning van 235 N/mm<sup>2</sup>. In werkelijkheid zal deze ook hoger liggen. Ook hier moeten we opmerken dat wanneer 1 paal zijn vloeilast bereikt dat dit niet noodzakelijk wil zeggen dat de andere palen dit ook doen.

### 5.4 Besluit

In het voorgaande zijn de theoretische berekeningen op basis van een structurele analyse vergeleken met een aantal proefbelastingen. Er werden 2 driepuntsbuigproeven uitgevoerd op 2 enkelvoudige palen voorzien van een wapeningskorf zonder excentriciteit. Verder werden ook 3 in situ proefbelastingen uitgevoerd, hierbij werden 3 wanden van 5 palen geboord en werd op een hoogte van 1.9 m boven het uitgravingpeil een vijzel geplaatst. De eerste wand was voorzien van een korfwapening zonder excentriciteit, de 2<sup>de</sup> wand was voorzien van dezelfde korfwapening maar met een excentriciteit gelijk aan een tiende van de paaldiameter. De derde

wand was ten slotte voorzien van een stalen I- profiel die in BGT ongeveer hetzelfde moment kon opnemen als wand 1.

De labotesten lieten blijken dat de momentcapaciteit redelijk goed de werkelijke waarden benadert. De doorbuiging werd wel lichtjes onderschat, dit kan doordat het bij jong beton goed mogelijk is dat kruip optreedt zelfs bij korte belastingen. De onderschatting van de breuklast had ook te maken met de onzekerheid omtrent de materiaaleigenschappen. We waren niet zeker over de vloeigrens van de wapeningen en ook niet van de exacte sterkte-eigenschappen van het beton. Doordat de wapeningen verdeeld zitten langs de omtrek verwachtten we geen uitgesproken knik bij het begin van het vloeien van de wapening, dit werd ook bevestigd door de labotesten.

Bij de 3 in-situ testen kunnen dezelfde opmerkingen gemaakt worden als bij de labotesten. Bij deze in-situ proeven kampten we met de bijkomende moeilijkheid over de interactie tussen de wand en de grond. Doordat beide niet-lineair reageren werd het vrij ingewikkeld om de doorbuigingen exact te schatten. Het maximaal moment bevond zich ook onder de grond zodat het visueel niet zichtbaar was wat er gebeurde ter hoogte van het maximale moment. Een bijkomende moeilijkheid hierbij was de interactie tussen de palen onderling. Niet elke paal is even sterk en het aandeel van de ongewapende palen in de sterkte was ook moeilijk in te schatten. Al deze factoren zorgden ervoor dat de onderschatting van de scheurlast, vloeilast en breuklast groter werd dan bij de laboproeven.



# Appendix A

Technische fiche palenwanden door De Groot Funderingstechnieken

Т Т Т Т Т	XXX )	1	Minimale Minimale as-afstand randafstand A B obstakel obstakel	57cm 37cm 57cm 25cm	37cm 15cm 37cm 15cm	36cm 15cm 39cm 15cm	47cm 15cm 10ring, ed.	20 à 30 cm 10 BB secanswand algemeen
AND	cm B b do Ø47 door AA door AA a door AA ca. 20	hoh hoh	Wand hoh Sjabloon a	47 42,5cm 47cm 63 53.0cm 63cm	42 42,5cm 47cm 47 42,5cm 47cm	42         37,5cm         42cm           47         42,5cm         47cm	63 58cm 63cm ankerprofiel, sch	BB iso m solie lidings muuti
NS PALENW	xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx	hoh hoh hoh	TYPE Maximale Boorstelling Paal dlepte	GLS 125 14,5 m	Liebherr 11,6 m	Woltman 15,0 m		Cheidingsmuur
<b>SECA</b>	naast meest uitst 042 047 047 053 3 3 063	noh hoh hoh	B		PAAL	Ø 45 / 47 cashq Ø 61 / 63 cashg	eg e	se van de moeten jevuld worden ondergrond vrij van obstakels
<b>de Gro</b> Funderingstechnieker				OC			geleidingsbalk - beton minimaal C15-C20 - minimale constructiewapening ø - sjablonen in isomo ø42, 47, 53,	<ul> <li>eventuele hindernissen ter plaat paalwand en de geleidingsbalk r voorafgaand verwijderd en aang met zand door AA.</li> </ul>

## Appendix B

### Maple codes gebruikt in BGT

### Interactiediagrammen in BGT

> restart; with(plots):with(plottools):with(LinearAlgebra): > with(CurveFitting):

### Samengestelde buiging in BGT, korfwapening.

#### Materiaal eigenschappen

> unprotect('gamma'); unprotect(D); > E:=200000: Ec:=30500: fck:=25: fctm:=2.6: fyk:=500: gamma[c]:=1.5: gamma[c]:=1.15: fcd:=fck/gamma[c]: fyd:=fyk/gamma[s]:

#### Geometrische eigenschappen

```
>As:=(phi,aantal)->Pi*phi^2/4*aantal:
Ac:=(D,phi,aantal)->Pi*D^2/4-As(phi,aantal):
omega[tot]:=(D,phi,aantal)->As(phi,aantal)/Ac(D,phi,aantal)*fyd/fcd:
hoek:=(aantal)->2*Pi/aantal:
xss:=(D,d,e,aantal)->[seq(evalf(sin(hoek(aantal)*i)*(D/2-d))+e,i=1..aantal)]:
>yis:=(beta,chi,aantal)->[seq(evalf(sin(hoek(aantal)*i)*(1/2-beta))+chi,i=1..aantal)]:
```

BGT

#### rekendiagrammen

```
> sigma[ci]:=ti->piecewise(epsilonc2*ti/xi>0,0,-
0.002<=epsilonc2*ti/xi,0.85/4*fcd*epsilonc2*ti/xi*1000*(4+epsilonc2*ti/xi*1000),epsilonc2*ti/x
i<=-0.002,-0.85*fcd):
plot(subs({epsilonc2=-0.002,xi=5},sigma[ci](ti)),ti=-
100..100,labels=[e,s],labelfont=[SYMBOL]):
> sigma[si]:=ti->piecewise(epsilonc2*ti/xi<-fyd/E,-
fyd,epsilonc2*ti/xi>fyd/E,fyd,epsilonc2*ti/xi*E):
plot(subs({xi=0.25,epsilonc2=-0.001},sigma[si](ti)),ti=-
10..10,labels=[e,s],labelfont=[SYMBOL]):
```

#### NRd,MRd

```
> LE1:=Re(int(sigma[ci](ti)/fcd*2*sqrt(1^2/4-((1/2-xi)+ti)^2),ti=max(0,xi-1)..xi)):
LE2:=(beta,omega,chi,aantal)->-sum(sigma[ci](yis(beta,chi,aantal)[i]-(1/2-
xi))/(fyd*aantal)*omega,i=1..aantal):
LE3:=(beta,omega,chi,aantal)->sum(sigma[si](yis(beta,chi,aantal)[i]-(1/2-
xi))/(fyd*aantal)*omega,i=1..aantal):
LE:=(beta,omega,chi,aantal)->evalf(LE1+LE2(beta,omega,chi,aantal)+LE3(beta,omega,chi,aantal)):
>psi[c]:=(beta,omega,chi,aantal)->(Re(int((1/2-xi+ti)*sigma[ci](ti)*2/fcd*sqrt(1^2/4-(1/2-
xi+ti)^2),ti=max(0,xi-1)..xi))-
sum((yis(beta,chi,aantal)[i])*sigma[ci](yis(beta,chi,aantal)[i]-
1/2+xi)*omega/(fyd*aantal),i=1..aantal))/(LE1+LE2(beta,omega,chi,aantal)):
>ME1:=(beta,omega,chi,aantal)->psi[c](beta,omega,chi,aantal)*(LE1+LE2(beta,omega,chi,aantal)):
ME2:=(beta,omega,chi,aantal)->sum(yis(beta,chi,aantal)[i]*sigma[si](yis(beta,chi,aantal)[i]-
(1/2-xi))*omega/(fyd*aantal),i=1..aantal):
>nu[d]:=proc(Xi,omega,beta,chi,aantal)
```

```
xi3:=(1-(beta+chi))*0.0035/0.0135;
epsc2:=piecewise(Xi>=1,-Xi*0.002/(Xi-3/7),Xi>xi3(beta,chi),-0.0035,-Xi/(1-(beta+chi)-
Xi)*0.01);
evalf(subs({xi=Xi,epsilonc2=epsc2},LE(beta,omega,chi,aantal))):
end proc:
mu[d]:=proc(Xi,omega,beta,chi,aantal)
xi3:=(1-(beta+chi))*0.0035/0.0135;
epsc2:=piecewise(Xi>=1,-Xi*0.002/(Xi-3/7),Xi>xi3(beta,chi),-0.0035,-Xi/(1-(beta+chi)-
Xi)*0.01);
evalf(subs({xi=Xi,epsilonc2=epsc2},ME1(beta,omega,chi,aantal)+ME2(beta,omega,chi,aantal))):
end proc:
>Xi:=proc (omega,beta,chi,aantal,nu1)
y0:=0.0000001:
y1:=1:
x1:=nu[d](y1,omega,beta,chi,aantal):
for f from 1 to 20 while abs((nu1-x1)/nu1)>0.1 do
x0:=nu[d](y0,omega,beta,chi,aantal):
x1:=nu[d](y1,omega,beta,chi,aantal):
yn:=(y1-y0)/(x1-x0)*(nu1-x1)+y1:
y0:=y1:
y1:=yn:
end do:
y1:
end proc:
>As2:=(D,d,phi,e,aantal,N)->sum(piecewise(yis(d/D,e/D,aantal)[j]>1/2-
Xi(aantal*phi^2*Pi/4*fyd/(fcd*D^2),d/D,e/D,aantal,N/(D^2*fcd)),Pi*phi^2/4,0),j=1..aantal):
```

#### Optimaal materiaalverbruik

```
> OPT:=proc (beta,chi,aantal)
xi3:=(1-(beta+chi))*0.0035/0.0135;
epsc2:=-0.0035:
fsolve({subs({xi=xi3,epsilonc2=epsc2},LE(beta,omega,chi,aantal)=0),subs({xi=xi3,epsilonc2=epsc
2},ME1(beta,omega,chi,aantal)+ME2(beta,omega,chi,aantal)=mu)},{omega,mu}):
assign(%):
w:=omega:
m:=mu:
unassign('omega'):unassign('mu'):
[beta,w,m]:
end proc:
```

>restart; with(plots):with(plottools):with(LinearAlgebra): Samengestelde buiging in BGT; I-profiel; sterke as; elastoplastiche manier.

#### Materiaal eigenschappen

```
> unprotect('gamma');
unprotect(D);
> E:=210000:
fck:=25:
fyk:=235:
gamma[c]:=1.5:
gamma[c]:=1.1:
fcd:=fck/gamma[c];
fyd:=fyk/gamma[s];
```

#### Geometrische eigenschappen

```
Voor zwakke as dient b vervangen te worden door de formule in de tekst
> As:=(hw,tw,bf,tf)->hw*tw+2*bf*tf;
Ac:=(D,hw,tw,bf,tf)->Pi*D^2/4-As(hw,tw,bf,tf);
b:=(y,D,e,hw,tw,bf,tf)->piecewise(D/2-y<D/2-hw/2-tf-e,0,D/2-y<D/2-hw/2-e,bf,D/2-y<D-(D/2-hw/2+e),tw,D/2-y<D-(D/2-hw/2-tf+e),bf,0);</pre>
```

#### rekendiagrammen

```
> sigma[c]:= epsilon ->piecewise(epsilon>0,0,-
0.002<=epsilon,0.85/4*fcd*epsilon*1000*(4+epsilon*1000),epsilon<=-0.002,-0.85*fcd);
plot(sigma[c],0..-0.0035);
> sigma[s]:=epsilon->piecewise(epsilon<-fyd/E,-fyd,epsilon>fyd/E,fyd,epsilon*E);
plot(sigma[s],-0.01..0.01);
```

#### rekken

```
>x3:=(D,e,hw,tf)->(D/2+hw/2+tf-e)*0.0035/0.0135;
epsilon[c1]:=(x,D,e,hw,tf)->piecewise(x>=D,-(x-D)/(x-3*D/7)*0.002,x>x3(D,e,hw,tf),(D-
x)/x*0.0035,(D-x)/(D/2+hw/2+tf-e-x)*0.01);
epsilon[c2]:=(x,D,e,hw,tf)->piecewise(x>=D,-x/(x-3*D/7)*0.002,x>x3(D,e,hw,tf),-0.0035,-
x/(D/2+hw/2+tf-e-x)*0.01);
> epsilon[c3]:=(y,x,D,e,hw,tf)->(epsilon[c2](x,D,e,hw,tf)-
epsilon[c1](x,D,e,hw,tf))/D*y+(epsilon[c2](x,D,e,hw,tf)+epsilon[c1](x,D,e,hw,tf))/2;
> animatie:=animate(epsilon[cs](x,u,600,0,250,10),x=-600/2..600/2,u=-10000..10000,frames=200):
> P[1]:=point([1/14*600,-0.002],color=blue,labels=["x1","epsilon"]):
P[2]:=point([600/2,-0.0035],color=blue):
> display(animatie,P[1],P[2],P[3]);
```

#### NRd,MRd

```
>LE1:=(x,D,e,hw,tf)->Re(evalf(Int(sigma[c](epsilon[cs](y,x,D,e,hw,tf))*2*sqrt(D^2/4-y^2),y=-
D/2..D/2))):
LE2:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf) \rightarrow -
Re(evalf(Int(sigma[c](epsilon[cs](y,x,D,e,hw,tf))*b(y,D,e,hw,tw,bf,tf),y=-D/2..D/2))):
LE3:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)-
>evalf(Int(sigma[s](epsilon[cs](y,x,D,e,hw,tf))*b(y,D,e,hw,tw,bf,tf),y=-D/2..D/2)):
LE:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->LE1(x,D,e,hw,tf)+LE2(x,D,e,hw,tw,bf,tf)+LE3(x,D,e,hw,tw,bf,tf):
>y[c]:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)-
>piecewise(x<0,0,evalf((Int(y*sigma[c](epsilon[cs](y,x,D,e,hw,tf))*2*sqrt(D^2/4-y^2),y=-</pre>
D/2..D/2)-Int(y*sigma[c](epsilon[cs](y,x,D,e,hw,tf))*b(y,D,e,hw,tw,bf,tf),y=-
D/2..D/2))/(LE1(x,D,e,hw,tf)+LE2(x,D,e,hw,tw,bf,tf)))):
\texttt{ME1:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->y[c](x,D,e,hw,tw,bf,tf)*(\texttt{LE1}(x,D,e,hw,tf)+\texttt{LE2}(x,D,e,hw,tw,bf,tf)):}
ME2:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)-
>evalf(Int(y*sigma[s](epsilon[cs](y,x,D,e,hw,tf))*b(y,D,e,hw,tw,bf,tf),y=-D/2..D/2)):
>nu[d]:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->Re(evalf(LE(x,D,e,hw,tw,bf,tf)/(D^2*fcd)));
mu[d]:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)-
>Re(evalf((ME1(x,D,e,hw,tw,bf,tf)+ME2(x,D,e,hw,tw,bf,tf))/(D^2*D*fcd)));
>y[c](-100,420,0,267,5.5,135,8.7);
mu[d](133.52,420,0,267,5.5,135,8.7);
```

```
>restart;
with(plots):with(plottools):with(LinearAlgebra):
Samengestelde buiging in BGT; I-profiel; sterke as; starplastisch.
```

#### Materiaal eigenschappen

```
> unprotect('gamma');
unprotect(D);
> E:=210000:
fck:=25:
fyk:=235:
gamma[c]:=1.5:
gamma[c]:=1.1:
fcd:=fck/gamma[c];
fyd:=fyk/gamma[s];
```

#### Geometrische eigenschappen

```
Voor de zwakke as dient de formule van b vervangen worden door deze aangegeven in de tekst
> As:=(hw,tw,bf,tf)->hw*tw+2*bf*tf;
Ac:=(D,hw,tw,bf,tf)->Pi*D^2/4-As(hw,tw,bf,tf);
b:=(y,D,e,hw,tw,bf,tf)->piecewise(D/2-y<D/2-hw/2-tf-e,0,D/2-y<D/2-hw/2-e,bf,D/2-y<D-(D/2-hw/2+e),tw,D/2-y<D-(D/2-hw/2-tf+e),bf,0);
> plot(b(y,420,0,80,5,40,5),y=210..-210);
```

#### rekendiagrammen

```
> sigma[c]:= (y,x,D) ->piecewise(y>D/2-x,-0.8*fcd,0);
plot(sigma[c](y,210,420),y=210..-210);
> sigma[s]:=(y,x,D)->piecewise(y>D/2-x,-fyd,y<D/2-x,fyd);
plot(sigma[s](y,210,420),y=210..-210);
```

#### NRd,MRd

```
>LE1:=(x,D,e,hw,tf)->Re(evalf(Int(sigma[c](y,x,D)*2*sqrt(D^2/4-y^2),y=-D/2..D/2))):
LE2:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->-Re(evalf(Int(sigma[c](y,x,D)*b(y,D,e,hw,tw,bf,tf),y=-D/2..D/2))):
LE3:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->evalf(Int(sigma[s](y,x,D)*b(y,D,e,hw,tw,bf,tf),y=-D/2..D/2)):
LE:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->LE1(x,D,e,hw,tf)+LE2(x,D,e,hw,tw,bf,tf)+LE3(x,D,e,hw,tw,bf,tf):
>y[c]:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->piecewise(x<0,0,evalf((Int(y*sigma[c](y,x,D)*2*sqrt(D^2/4-y^2),y=-
D/2..D/2))/(LE1(x,D,e,hw,tf)+LE2(x,D,e,hw,tw,bf,tf)))):
```

ME1:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->y[c](x,D,e,hw,tw,bf,tf)\*(LE1(x,D,e,hw,tf)+LE2(x,D,e,hw,tw,bf,tf)): ME2:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->evalf(Int(y\*sigma[s](y,x,D)\*b(y,D,e,hw,tw,bf,tf),y=-D/2..D/2)): >nu[d]:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->Re(evalf(LE(x,D,e,hw,tw,bf,tf)/(D^2\*fcd))); mu[d]:=(x,D,e,hw,tw,bf,tf)->Re(evalf((ME1(x,D,e,hw,tw,bf,tf)+ME2(x,D,e,hw,tw,bf,tf))/(D^2\*D\*fcd)));



Invloed  $f_{ck}$  en  $f_{yk}$ :







Invloed betondekking: n = 6,  $\chi = 0$ ,  $f_{yk} = 500$  N/mm<sup>2</sup>.











Invloed excentriciteiten: n = 6,  $\chi = 0$ ,  $f_{yk} = 500$  N/mm<sup>2</sup>.















Interactiediagrammen voor IPE profielen zonder excentriciteit:





Interactiediagrammen voor IPE profielen met excentriciteit gelijk aan 42 mm:



IPE (zwak), D=420 mm, fck=25 N/mm<sup>2</sup>, fyk=235 N/mm<sup>2</sup>



## Vergelijking tussen korf en IPE profielen

## Appendix C

### Maple codes gebruikt in GGT

### Interactiediagrammen in GGT

> restart; with(plots):with(plottools):with(LinearAlgebra):with(CurveFitting); aantal digitale cijfers moet zeker op 6 staan... anders troubles! > Digits:=6;

### Samengestelde buiging in GGT; korfwapening

#### Materiaal eigenschappen

> unprotect('gam ma'); unprotect(D); >Esm:=200000: epsilon[cu1]:=-0.0035; >epsilonc1:=-0.0022; k:=-1.1\*Ecm\*epsilonc1/fcm; fctm:=2.6: staven met verbeterde hechting en zuiver buiging beta1:=1; beta2:=0.5; k1:=0.8: k2:=0.5; Geometrische eigenschappen >unprotect(Ssi); >Asli:=(rho,aantal)->rho\*Pi/4/aantal; >Asi:=(rho)->rho\*Pi/4; Aci:=(rho)->Pi/4-rho\*Pi/4; Ani:=(rho,alpha)->Aci(rho)+alpha\*Asi(rho): hoek:=(aantal)->2\*Pi/aantal: yssi:=(beta,chi,aantal)->[seq(evalf(sin(hoek(aantal)\*i)\*(1/2-beta))+chi,i=1..aantal)]; niet gescheurd: >Sci:=(rho,chi,aantal)->-chi\*Asi(rho): Ssi:=(rho,chi,aantal)->chi\*Asi(rho): Sni:=(rho,chi,aantal,alpha)->Sci(rho,chi,aantal)+alpha\*Ssi(rho,chi,aantal): vci:=(rho,chi,aantal)->Sci(rho,chi,aantal)/Aci(rho): vsi:=(rho,chi,aantal)->Ssi(rho,chi,aantal)/Asi(rho): vi:=(rho,chi,aantal,alpha)->evalf(Sni(rho,chi,aantal,alpha)/(Ani(rho,alpha))): Isi:=(rho,beta,chi,aantal)->sum(Pi\*rho^2/aantal^2/64+(yssi(beta,chi,aantal)[n])^2\*Asi(rho)/aantal,n=1..aantal): Ici:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)->(Pi\*1^4/64sum(Pi\*rho^2/aantal^2/64+(yssi(beta,chi,aantal)[n])^2\*Asi(rho)/aantal,n=1..aantal)): Isvi:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)->Isi(rho,beta,chi,aantal)vsi(rho,chi,aantal)^2\*Asi(rho)+(vi(rho,chi,aantal,alpha)-vsi(rho,chi,aantal))^2\*Asi(rho): Icvi:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)->Ici(rho,beta,chi,aantal,alpha)vci(rho,chi,aantal,aantal)^2\*Aci(rho)+(vi(rho,chi,aantal,alpha)vci(rho,chi,aantal))^2\*Aci(rho): Ili:=(rho,beta,chi,aantal,alpha) >evalf(Icvi(rho,beta,chi,aantal,alpha)+alpha\*Isvi(rho,beta,chi,aantal,alpha)): iffi:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)->sqrt(Ili(rho,beta,chi,aantal,alpha)/Ani(rho,alpha)): gescheurde doorsnede > Sgesi:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)->int((yi-(1/2-xxei))\*2\*sqrt(1^2/4-yi^2),yi=max(1/2-xxei,-1/2)..1/2)-sum(piecewise(yssi(beta,chi,aantal)[i]>1/2xxei,Asi(rho)/aantal\*(yssi(beta,chi,aantal)[i]-(1/2xxei)),0),i=1..aantal)+sum(Asi(rho)/aantal\*alpha\*(yssi(beta,chi,aantal)[i]-(1/2xxei)),i=1..aantal): > xei:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)->fsolve(Sgesi(rho,beta,chi,aantal,alpha)=0,xxei=0..1):

```
I2i:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)->int((yi-(1/2-
xei(rho,beta,chi,aantal,alpha)))^2*2*sqrt(1^2/4-yi^2),yi=max(1/2-
xei(rho,beta,chi,aantal,alpha),-1/2)..1/2)-sum(piecewise(yssi(beta,chi,aantal)[i]>1/2-
xei(rho,beta,chi,aantal,alpha),Asi(rho)/aantal*(yssi(beta,chi,aantal)[i]-(1/2-
xei(rho,beta,chi,aantal,alpha)))^2,0),i=1..aantal)+sum(Asi(rho)/aantal*alpha*(yssi(beta,chi,aa
ntal)[i]-(1/2-xei(rho,beta,chi,aantal,alpha)))^2,i=1..aantal):
scheurmoment
> Mri:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)-
>fctm*Ili(rho,beta,chi,aantal,alpha)/(1/2+vi(rho,chi,aantal,alpha));
Moment-kromming
```

#### rekendiagrammen

> sigma[ci]:=(ti,alpha)->piecewise(ti<0,0,Esm/alpha\*epsilonc2\*ti/xi); > plot(subs({xi=100,epsilonc2=-0.0035},sigma[ci](ti,6.5)),ti=-100..100,labels=[t,s],labelfont=[SYMBOL]); > sigma[si]:=(ti)->epsilonc2\*ti/xi\*Esm; plot(subs({xi=100,epsilonc2=-0.002},sigma[si](ti)),ti=-100..100,labels=[e,s],labelfont=[SYMBOL]); > sigma[ci](ti,alpha);

#### langs en momenten evenwicht:

```
> LE1:=(alpha)->Re(evalf(Int(sigma[ci](ti,alpha)*2*sqrt(1^2/4-((1/2-xi)+ti)^2),ti=max(0,xi-
1)..xi)));
LE2:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)->-sum(sigma[ci](yssi(beta,chi,aantal)[i]-(1/2-
xi),alpha)*As1i(rho,aantal),i=1..aantal);
LE3:=(rho,beta,chi,aantal)->sum(sigma[si](yssi(beta,chi,aantal)[i]-(1/2-
xi))*As1i(rho,aantal),i=1..aantal);
LE:=(rho,beta,chi,aantal,alpha,nu)-
>evalf(LE1(alpha)+LE2(rho,beta,chi,aantal,alpha))+LE3(rho,beta,chi,aantal)-nu;
>yi[c]:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)->(Re(evalf(Int((1/2-
xi+ti)*sigma[ci](ti,alpha)*2*sqrt(1^2/4-((1/2-xi)+ti)^2),ti=max(0,xi-1)..xi)))-
sum(yssi(beta,chi,aantal)[i]*sigma[ci](yssi(beta,chi,aantal)[i]-(1/2-
xi),alpha)*Asli(rho,aantal),i=1..aantal))/(LE1(alpha)+LE2(rho,beta,chi,aantal,alpha));
> ME1:=(rho,beta,chi,aantal,alpha)-
>yi[c](rho,beta,chi,aantal,alpha)*(LE1(alpha)+LE2(rho,beta,chi,aantal,alpha));
ME2:=(rho,beta,chi,aantal)->sum(yssi(beta,chi,aantal)[i]*sigma[si](yssi(beta,chi,aantal)[i]-
(1/2-xi))*Asli(rho,aantal),i=1..aantal);
>ME:=(rho,beta,chi,aantal,alpha,mu)->ME1(rho,beta,chi,aantal,alpha)+ME2(rho,beta,chi,aantal)-
mu:
```

#### Willekeurig $\epsilon c2$ (hier nu =N/D<sup>2</sup> en mu=M/D<sup>3</sup>)

> opl:=proc (rho,beta,chi,aantal,alpha,nu,mu,digit,gr1,gr2) Digits:=digit: if gr1>=0 then A[0]:=fsolve({LE(rho,beta,chi,aantal,alpha,nu),ME(rho,beta,chi,aantal,alpha,mu)},{xi=gr1..gr2, epsilonc2=-0.004..0}): Digits:=6: elif gr2<0 then A[0]:=fsolve({LE3(rho,beta,chi,aantal)-nu,ME2(rho,beta,chi,aantal)mu},{xi=gr1..gr2,epsilonc2=0..0.004}): else {"gr1 en gr2 moeten zelfde teken hebben"} end if: `if`(type(A[0],set),A[0],"error"): end proc:

#### Spaningen (hier nu =N/D<sup>2</sup> en mu=M/D<sup>3</sup>)

> spanningen:=proc (rho,beta,chi,aantal,alpha,nu,mu,digit,gr1,gr2) opl(rho,beta,chi,aantal,alpha,nu,mu,digit,gr1,gr2); assign(%); sigc2:=sigma[ci](xi,alpha); for j from 1 to aantal do sigs[j]:=sigma[si](yssi(beta,chi,aantal)[j]-(1/2-xi)); end do; xi1:=xi: unassign('xi');unassign('epsilonc2'); [xi=xi1,sigma[c2]=sigc2,[seq(sigma[s][j]=sigs[j],j=1..aantal)]]; end proc: >xiii:=(Fck,Fyk,beta,chi,alpha)->fsolve(int(2\*sqrt(1^2/4-yi^2),yi=1/2xi+alpha\*0.625\*Fck/Fyk\*(1-beta-chi-xi)..1/2)/int(2\*sqrt(1^2/4-yi^2),yi=1/2xi..1/2)=0.1,xi=0..0.7): >GGT:= proc (omega,beta,chi,aantal,alpha,Fck,Fyk,xii,xi3) rho:=omega\*4/Pi\*(Fck/1.5)/(Fyk/1.15): epsc2:=piecewise(xii<xi3,-xii/(1-beta-chi-xii)\*0.8\*Fyk/Esm,-0.5\*Fck\*xii/(xii-(xi3-0.625\*Fck/Fyk\*(1-beta-chi-xi3)\*alpha))\*alpha/Esm):
evalf(subs({xi=xii,epsilonc2=epsc2},[1.425\*(LE1(alpha)+LE2(rho,beta,chi,aantal,alpha)+LE3(rho, beta,chi,aantal))/(Fck/1.5),1.425\*(ME1(rho,beta,chi,aantal,alpha)+ME2(rho,beta,chi,aantal))/(F ck/1.5)])); end proc:

#### **Optimaal Materiaalverbruik**

```
> OPT:=proc (beta, chi, aantal, alpha, Fyk)
FCK:=[16,20,25,30,35,40,45,50]:
for c from 1 to 8 do
xi33:=xiii(FCK[c],Fyk,beta,chi,alpha):
epsc2:=-0.8*Fyk*xi33/((1-beta-chi-xi33)*Esm):
rho:=omega*(FCK[c]/1.5)/(Pi/4*(Fyk/1.15)):
fsolve({subs({xi=xi33,epsilonc2=epsc2},1.425*(LE1(alpha)+LE2(rho,beta,chi,aantal,alpha)+LE3(rh
o,beta,chi,aantal))/(FCK[c]/1.5)),subs({xi=xi33,epsilonc2=epsc2},1.425*(ME1(rho,beta,chi,aanta
l,alpha)+ME2(rho,beta,chi,aantal))/(FCK[c]/1.5)-mu)},{omega=0..1,mu=0..2}):
assign(%):
w[c]:=omega:
m[c]:=mu:
unassign('omega'):unassign('mu'):
end do:
[beta,w[1],m[1],w[2],m[2],w[3],m[3],w[4],m[4],w[5],m[5],w[6],m[6],w[7],m[7],w[8],m[8]]:
end proc:
```

Scheurwijdtes

> sigma[sr]:=proc (rho,beta,chi,aantal,alpha,digit,gr1,gr2) opl(rho,beta,chi,aantal,alpha,0,-Mri(rho,beta,chi,aantal,alpha),digit,gr1,gr2); assign(%); sig:=sigma[si](beta+chi+xi-1); unassign('xi');unassign('epsilonc2'); sig; end proc: >unassign('xi'); > SCHEURWIJDTE:=proc (rho,beta,chi,aantal,alpha,mu,digit,gr1,gr2) sigsr:=sigma[sr](rho,beta,chi,aantal,alpha,digit,gr1,gr2); opl(rho,beta,chi,aantal,alpha,0,mu,digit,gr1,gr2); assign(%); xi1:=xi; xi2:=1-(1-xi)/3: sig2:=sigma[si](beta+chi+xi-1); eps:=(sig2/Esm\*(1-beta1\*beta2\*(sigsr/sig2)^2)); theta:=2\*arccos((1/2-(1-xi1)/3+chi)/(1/2-beta)): As2i:=theta\*rho/8; Aceffli:=Pi\*1^2/4-Re(evalf(Int(2\*sqrt(1^2/4-((1/2-xi2)+ti)^2),ti=0..xi2)))-As2i; srm1:=50+0.25\*k1\*k2\*phi/(As2i/Aceff1i); wk1:=1.7\*srm1\*eps; unassign('xi');unassign('epsilonc2'); [xi=xi1,sigma[s,maxtr]=sig2,sigma[sr]=sigsr,epsilon[sm]=eps,A[si]=As2i,A[c,eff,i]=evalf(Aceff1 i),s[rm]=evalf(srm1),wk=evalf(wk1)]; end proc:

### Maximum diameter om scheuren te beperken, zonder normaalkracht

```
> MAXPHI:=proc (rho,beta,chi,aantal,alpha,sig2,wk)
xi1:=xei(rho,beta,chi,aantal,alpha):
xi2:=1-(1-xi1)/3:
sigsr:=alpha*Mri(rho,beta,chi,aantal,alpha)*(1-beta-chi-xi1)/I2i(rho,beta,chi,aantal,alpha);
eps:=(sig2/Esm*(1-beta1*beta2*(sigsr/sig2)^2));
theta:=2*arccos((1/2-(1-xi1)/3+chi)/(1/2-beta)):
As2i:=theta*rho/8;
Aceff1i:=Pi*1^2/4-Re(evalf(Int(2*sqrt(1^2/4-((1/2-xi2)+ti)^2),ti=0..xi2)));
phi:=(wk/(1.7*eps)-50)*(As2i/Aceff1i)/(0.25*k1*k2):
[rho,beta,chi,aantal,alpha,sig2,wk,xi1,sigsr,eps,As2i,evalf(Aceff1i),evalf(phi)];
end proc:
```

>restart; with(plots):with(plottools):with(LinearAlgebra): >Digits:=6;

Samengestelde of enkelvoudige buigin, I-profiel: sterke as.

### Materiaal eigenschappen

```
> unprotect(D);
Esm:=210000:
fck:=25:
```

fyk:=235: epsilon[cul]:=-0.0035; fctm:=2.6; staven met verbeterde hechting beta1:=1; beta2:=1; k1:=0.8; k2:=0.5; beta:=1.3;

Geometrische eigenschappen

niet nodig in UGT >As:=(hw,tw,bf,tf)->hw\*tw+2\*bf\*tf;  $Ac:=(D,hw,tw,bf,tf) \rightarrow Pi*D^2/4-As(hw,tw,bf,tf);$ hw/2+e),tw,x-t<D-(D/2-hw/2-tf+e),bf,0));ongescheurde doorsnede: >An:=(D,hw,tw,bf,tf,alpha)->Ac(D,hw,tw,bf,tf)+alpha\*As(hw,tw,bf,tf); Ss:=(D,e,hw,tw,bf,tf)->bf\*tf\*(hw/2+e+tf/2)+hw\*tw\*e-bf\*tf\*(hw/2-e+tf/2): vs:=(D,e,hw,tw,bf,tf)->Ss(D,e,hw,tw,bf,tf)/(As(hw,tw,bf,tf)); Sc:=(D,e,hw,tw,bf,tf)->-Ss(D,e,hw,tw,bf,tf): vc:=(D,e,hw,tw,bf,tf)->Sc(D,e,hw,tw,bf,tf)/Ac(D,hw,tw,bf,tf); Sn:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)->Sc(D,e,hw,tw,bf,tf)+alpha\*Ss(D,e,hw,tw,bf,tf); v:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)->Sn(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)/An(D,hw,tw,bf,tf,alpha); Is:=(D,e,hw,tw,bf,tf)->bf\*tf^3/12+(hw/2+e+tf/2)^2\*bf\*tf+tw\*hw^3/12+e^2\*hw\*tw+bf\*tf^3/12+(hw/2e+tf/2)^2\*bf\*tf: Ic:=(D,e,hw,tw,bf,tf)->Pi\*D^4/64-Is(D,e,hw,tw,bf,tf): Isv:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)->Is(D,e,hw,tw,bf,tf)vs(D,e,hw,tw,bf,tf)<sup>2\*</sup>As(hw,tw,bf,tf)+(vs(D,e,hw,tw,bf,tf)v(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha))^2\*As(hw,tw,bf,tf): Icv:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)->Ic(D,e,hw,tw,bf,tf)- $(vc(D,e,hw,tw,bf,tf))^{2*Ac(D,hw,tw,bf,tf)+(vc(D,e,hw,tw,bf,tf)$ v(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha))^2\*Ac(D,hw,tw,bf,tf): I1:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)->Icv(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)+alpha\*Isv(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha); gescheurde doorsnede >xge:=proc (D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)  $Sg:=piecewise(xxge<0,0,xxge<=D,abs(int(t*(2*sqrt(D^2/4-(D/2-xxge+t)^2)$ b(t,xxge,D,e,hw,tw,bf,tf)),t=max(0,xxge-D)..xxge)))+ alpha\*int(t\*b(t,xxge,D,e,hw,tw,bf,tf),t=xxge-D..xxge); fsolve(Sg); end proc: > I2:=proc (D,e,hw,tw,bf,tf,alpha) description "gescheurd traagheidsmoment"; xxge:=xge(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha): piecewise(xxge<0,0,xxge<=D,abs(int(t<sup>2</sup>\*(2\*sqrt(D<sup>2</sup>/4-(D/2-xxge+t)<sup>2</sup>)b(t,xxge,D,e,hw,tw,bf,tf)),t=max(0,xxge-D)..xxge)))+ alpha\*int(t^2\*b(t,xxge,D,e,hw,tw,bf,tf),t=xxge-D..xxge); end proc: scheurmoment >Mr:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)->fctm\*I1(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)/(D/2+v(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)): > evalf(I2(420,0,200,5,100,5,6.5547));

rekendiagrammen

```
> sigma[c]:=(t,alpha)->Re(piecewise(epsilonc2*t/x>0,0,Esm/alpha*epsilonc2*t/x));
plot(subs({x=100,epsilonc2=-0.0035},sigma[c](t,6.5)),t=-
100..100,labels=[t,s],labelfont=[SYMBOL]);
sigma[s]:=(t)->Re(epsilonc2*t/x*Esm);
plot(subs({x=100,epsilonc2=-0.002},sigma[s](t)),t=-500..100,labels=[e,s],labelfont=[SYMBOL]);
```

#### Langs en Momentenevenwicht

> LE1:=(D,alpha)->(Re(evalf(Int(sigma[c](t,alpha)\*2\*sqrt(D^2/4-((D/2-x)+t)^2),t=max(0,x-D)..x)))); LE2:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)->(-Re(evalf(Int(sigma[c](t,alpha)\*b(t,x,D,e,hw,tw,bf,tf),t=max(0,x-D)..x)))); LE3:=(D,e,hw,tw,bf,tf)->Re(evalf(Int(sigma[s](t)\*b(t,x,D,e,hw,tw,bf,tf),t=x-D..x))); LE3:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N)->Re(evalf(LE1(D,alpha)+LE2(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)+LE3(D,e,hw,tw,bf,tf)-N)); >y[c]:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)->Re(evalf((Int((D/2-x+t)\*sigma[c](t,alpha)\*2\*sqrt(D^2/4-(D/2x+t)^2),t=max(0,x-D)..x)-Int((D/2-x+t)\*sigma[c](t,alpha)\*b(t,x,D,e,hw,tw,bf,tf),t=max(0,x-D)..x))/(LE1(D,alpha)+LE2(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha))): >ME1:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)->piecewise(x<0,0,Re(y[c](D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)\*(LE1(D,alpha)+LE2(D,e,hw,tw,bf,tf),t=x-D..x))); >ME2:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,M)->Re(evalf(Int((D/2-x+t)\*sigma[s](t)\*b(t,x,D,e,hw,tw,bf,tf),t=x-D..x))); >ME:=(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,M)->Re(evalf(ME1(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)+ME2(D,e,hw,tw,bf,tf)-M));

Willekeurig Ec2

```
> Digits:=8;
> opl:=proc(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N,M)
eps0:=-0.0035;
eps1:=-0.00001;
x0:=1;
x1:=420:
M1:=simplify(evalf(subs({x=x1,epsilonc2=eps1},ME(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,M))));
for 11 from 1 to 30 while abs(M1)>1 do
L0:=simplify(evalf(subs({x=x0,epsilonc2=eps0},LE(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N))));
L1:=simplify(evalf(subs({x=x1,epsilonc2=eps0},LE(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N))));
for ii from 1 to 20 while abs(L1)>1 do
X:=[x1,(x1-x0)/(L1-L0)*(-L0)+x0]:
x0:=X[1];
x1:=X[2];
L0:=simplify(evalf(subs({x=x0,epsilonc2=eps0},LE(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N))));
L1:=simplify(evalf(subs({x=x1,epsilonc2=eps0},LE(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N))));
end do;
M0:=simplify(evalf(subs({x=x1,epsilonc2=eps0},ME(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,M))));
x0:=0.1:
L0:=simplify(evalf(subs({x=x0,epsilonc2=eps1},LE(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N))));
L1:=simplify(evalf(subs({x=x1,epsilonc2=eps1},LE(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N))));
for kk from 1 to 20 while abs(L1)>1 do
X:=[x1,(x1-x0)/(L1-L0)*(-L0)+x0]:
x0:=X[1];
x1:=X[2];
L0:=simplify(evalf(subs({x=x0,epsilonc2=eps1},LE(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N))));
L1:=simplify(evalf(subs({x=x1,epsilonc2=eps1},LE(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N))));
end do;
M1:=evalf(subs({x=x1,epsilonc2=eps1},ME(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,M)));
Y:=[eps1,piecewise((eps1-eps0)/(M1-M0)*(-M0)+eps0<-0.0035,-0.0035,(eps1-eps0)/(M1-M0)*(-
M0)+eps0<0,(eps1-eps0)/(M1-M0)*(-M0)+eps0,-0.00001-11*0.00001)];
eps0:=Y[1];
eps1:=Y[2];
end do;
piecewise(eps1=-0.0035 or eps1=-0.00001 or ll=31 or ii=21 or
kk=21,"error",{epsilonc2=eps1,x=x1}):
end proc:
Spanningen
> spanningen:= proc (D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N,M)
opl(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,N,M);
assign(%);
```

```
sigc2:=sigma[c](x,alpha);
sigc2:=sigma[c](x,alpha);
sigc2:=sigma[s](-(D/2+hw/2+tf-e-x));
sigs2:=sigma[s](x-(D/2-hw/2-tf-e));
unassign('x');unassign('epsilonc2');
{sigma[c2]=sigc2,sigma[s1]=sigs1,sigma[s2]=sigs2};
end proc:
> spanningen(420,0,267,5.5,135,8.7,6.88,0,-63500000);
samengesteldebuiging:
> GGT:= proc (D,e,hw,tw,bf,tf,alpha,Fck,Fyk,xi)
x3:=(D-(D/2-hw/2-tf))*0.5*Fck*alpha/(0.8*Fyk+0.5*Fck*alpha):
epsc2:=piecewise(xi<x3,-xi/(D-(D/2-hw/2-tf)-e-xi)*0.8*Fyk/Esm,-0.5*Fck*alpha/Esm):
evalf(subs({x=xi,epsilonc2=epsc2},[1.425*(LE1(D,alpha)+LE2(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)+LE3(D,e,hw,t
w,bf,tf))/(D^2*Fck/1.5),1.425*(ME1(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha)+ME2(D,e,hw,tw,bf,tf,alpha))/(D^3*Fck
/1.5)]));
end proc:
```

Invloed  $f_{ck}$  en  $f_{yk}$ :





Invloed betondekking: n = 6,  $\alpha$  = 15,  $\chi$  = 0, f<sub>ck</sub> = 25N/mm<sup>2</sup>, f<sub>yk</sub> = 500 N/mm<sup>2</sup>.



























# Appendix D

Resultaten drukproeven

Meetresultaten werfproeven

TITIT
UNIVERSITETI
GENT



### FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN

Vakgroep Bouwkundige Constructies LABORATORIUM MAGNEL VOOR BETONONDERZOEK Directeur: Prof. dr. ir. L. Taerwe

## BEPROEVINGSVERSLAG

PROEF NR .: 2007/249 - SDB/CM

Datum proefverslag: 2007-05-15 Datum ontvangst materialen: 2007-05-15 HERKOMST: W 2340 - Maradon te Mariakerke

Aard van het materiaal: 4 kubussen met zijde 150 mm

Merken: S3 - 1, 2, 3, 4

VOOR REKENING VAN: DE GROOT FUNDERINGSTECHNIEKEN N.V. Heirweg 103-105 9270 LAARNE OP AANVRAAG VAN: De heer ir. Tim Decoussemaker

## DRUKPROEF OP BETONKUBUSSEN

De drukproef wordt uitgevoerd volgens de voorschriften van de norm NBN B15-220 (1990).

### Resultaat

Merken	Datum ver- vaardiging *	Datum proef	Ouder- dom (dagen)	Afmetingen z <sub>1</sub> x z <sub>2</sub> x h (mm)	Last (kN)	Druk- sterkte (N/mm²)	Volume- massa (kg/m³)
S3 – 1	2007-05-08	2007-05-15	7	151,1 x 150,5 x 150,0	444	19,5	2360
S3 – 2	2007-05-08	2007-05-15	7	151,9 x 150,4 x 149,8	460	20,1	2360
S3 – 3	2007-05-08	2007-05-15	7	151,1 x 150,7 x 150,3	462	20,3	2360
S3 – 4	2007-05-08	2007-05-15	7	151,2 x 150,3 x 150,0	482	21,2	2350

Volgens gegevens verstrekt door de proefaanvrager.

Faculteit Ingenieurswetenschappen - Vakgroep Bouwkundige Constructies

LABORATORIUM MAGNEL VOOR BETONONDERZOEK

Technologiepark-Zwijnaarde 904, B-9052 Gent

BBLAC

Accreditatie: 220-TEST NBN EN ISO 17025

www.LaboMagnel.UGent.be

### Proef nr. 2007/249

Opmerkingen : Vanaf de datum van het beproevingsverslag blijven de proefstukken, behoudens tegenbericht, nog 3 maand bewaard.

Prof. dr. ir. TAERWE

Gedeeltelijke reproductie van het beproevingsverslag is niet toegelaten zonder de schriftelijke toestemming van de Directeur van het Laboratorium Magnel voor Betononderzoek.

Faculteit Ingenieurswetenschappen – Vakgroep Bouwkundige Constructies LABORATORIUM MAGNEL VOOR BETONONDERZOEK Technologiepark-Zwijnaarde 904, B-9052 Gent

2/2

www.LaboMagnel.UGent.be

## **Opmetingen: Proef 1, wapening centrisch**

manometer econostra EN837-	plunjeropp.	82,3	CM <sup>2</sup>		0
1	plunjerdia.	91,9	mm		
14571 WIKA	slag	166	mm		
afst1=	Afstand gemeten met totaa		у	Uitbuiging verschil tussen 2	
afst2=	uitzetting vijzel			Δу	stappen
afst3=	afstand tussen bouwputran	d tot bepro	efde wand		

р			afst.	afst.2	afst.3	∆y1	∆y2	∆уЗ			
(bar)	tonnage	P (kN)	1 (m)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	y1	y2	y3
0	0,0	0,0	12,04	360	1440				0	0	0
24	2,0	19,4	12,03	365	1441	1,7	5	1	1,7	5	1
48	4,0	38,8	12,03	367	1441	2,1	2	0	3,8	7	1
72	5,9	58,1	12,03	368	1442	0,6	1	1	4,4	8	2
96	7,9	77,5	12,03	370	1445	1	2	3	5,4	10	5
120	9,9	96,9	12,02	378	1454	6,5	8	9	11,9	18	14
144	11,9	116,3	12,02	385	1460	7,2	7	6	19,1	25	20
168	13,8	135,6	12	401	1475	15,5	16	15	34,6	41	35
192	15,8	155,0	11,99	412	1483	8,3	11	8	42,9	52	43
200	16,5	161,5	11,99	417	1490	2,8	5	7	45,7	57	50
210	17,3	169,5	11,98	422	1494	7,4	5	4	53,1	62	54
225	18,5	181,7	11,98	427	1500	4	5	6	57,1	67	60
235	19,3	189,7	11,97	435	1503	7,3	8	3	64,4	75	63
245	20,2	197,8	11,97	437	1508	0,5	2	5	64,9	77	68
250	20,6	201,8	11,96	443	1511	7,2	6	3	72,1	83	71
260	21,4	209,9	11,96	448	1518	5	5	7	77,1	88	78
270	22,2	218,0	11,95	453	1521	5,3	5	3	82,4	93	81
275	22,6	222,0	11,95	458	1526	4	5	5	86,4	98	86
280	23,0	226,1	11,94	464	1532	4,6	6	6	91	104	92
290	23,9	234,1	11,94	468	1538	7,3	4	6	98,3	108	98
295	24,3	238,2	11,93	473	1542	3,5	5	4	101,8	113	102
295	24,3	238,2	11,93	476	1554	1,4	3	12	103,2	116	114
300	24,7	242,2	11,93	480	1558	5,7	4	4	108,9	120	118
300	24,7	242,2	11,92	486	1554	6	6	-4	114,9	126	114
200	16,5	161,5	11,93	480	1550	-6,1	-6	-4	108,8	120	110
100	8,2	80,7	11,95	451	1520	-28,3	-29	-30	80,5	91	80
0	0,0	0,0	12	401	1474	-47	-50	-46	33,5	41	34

## **Opmetingen: Proef 2, wapening excentrisch**

manometer	plunjeropp.	83 cm²		
econostra EN83	37-1			
14571 WIKA				
afst1=	Afstand gemeten met totaalstation		У	Uitbuiging
			_	verschil tussen 2
afst2=	uitzetting vijzel		Δy	stappen

afst2=uitzetting vijzelafst3=afstand tussen bouwputrand tot beproefde wand

р			afst. 1	afst.2	afst.3	Δу1	∆y2	∆уЗ			
(bar)	tonnage	P(kN)	(m)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	y1	y2	y3
0	0,0	0	12,6	335	1445				0	0	0
24	2,0	19,54	12,6	337	1447	2,2	2	2	2,2	2	2
48	4,0	39,08	12,6	339	1448	2,4	2	1	4,6	4	3
72	6,0	58,62	12,6	342	1450	-1	3	2	3,6	7	5
96	8,0	78,17	12,6	344	1458	4,9	2	8	8,5	9	13
120	10,0	97,71	12,59	353	1466	8,7	9	8	17,2	18	21
144	12,0	117,2	12,58	373	1480	6,8	20	14	24	38	35
168	13,9	136,8	12,57	376	1492	9,9	3	12	33,9	41	47
192	15,9	156,3	12,56	391	1497	14,4	15	5	48,3	56	52
190	15,8	154,7	12,56	395	1500	-4,2	4	3	44,1	60	55
200	16,6	162,8	12,55	401	1504	11,2	6	4	55,3	66	59
200	16,6	162,8	12,55	404	1507	0,8	3	3	56,1	69	62
140	11,6	114	12,55	400	1501	-1,1	-4	-6	55	65	56
70	5,8	57	12,57	374	1480	-16,2	-26	-21	38,8	39	35
0	0,0	0	12,59	347	1456	-21,3	-27	-24	17,5	12	11

## **Opmetingen: Proef 3, IPE 270A**

manometer plunjeropp. econostra EN837-1 14571 WIKA 82,3 cm<sup>2</sup>

afst1=	Afstand gemeten met totaalstation	У	Uitbuiging

afst2= uitzetting vijzel

y Uitbuiging Δy verschil tussen 2 stappen

afst3= afstand tussen bouwputrand tot beproefde wand

р			afst. 1	afst.2	afst.3	∆у1	∆у2	ΔуЗ			
(bar)	tonnage	P(kN)	(m)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	y1	y2	y3
0	0,0	0	13,1	342	1457				0	0	0
24	2,0	19,38	13,101	346	1461	-1,2	4	4	-1,2	4	4
48	4,0	38,75	13,099	350	1465	2,6	4	4	1,4	8	8
72	5,9	58,13	13,098	352	1466	1	2	1	2,4	10	9
96	7,9	77,51	13,097	355	1468	1	3	2	3,4	13	11
120	9,9	96,88	13,095	357	1470	1,7	2	2	5,1	15	13
144	11,9	116,3	13,091	362	1478	3,6	5	8	8,7	20	21
168	13,8	135,6	13,09	368	1480	1,8	6	2	10,5	26	23
192	15,8	155	13,082	372	1484	7,1	4	4	17,6	30	27
216	17,8	174,4	13,079	380	1484	3,4	8	0	21	38	27
240	19,8	193,8	13,074	387	1494	4,8	7	10	25,8	45	37
264	21,7	213,1	13,069	394	1500	5	7	6	30,8	52	43
288	23,7	232,5	13,063	401	1507	6,2	7	7	37	59	50
312	25,7	251,9	13,057	408	1512	5,8	7	5	42,8	66	55
336	27,7	271,3	13,052	415	1519	5,2	7	7	48	73	62
360	29,6	290,7	13,04	427	1530	12,3	12	11	60,3	85	73
370	30,5	298,7	13,036	430,9	1534	3,9	3,9	3,9	64,2	88,9	76,9
380	31,3	306,8	13,027	439,7	1540	8,8	8,8	6,1	73	97,7	83
390	32,1	314,9	13,023	444	1545	4,2	4,3	5	77,2	102	88
390	32,1	314,9	13,018	449	1555	4,9	5	10	82,1	107	98
405	33,3	327	13,013	455	1556	5	6	1	87,1	113	99
410	33,7	331	13,008	460	1562	5	5	6	92,1	118	105
415	34,2	335,1	13,002	466	1567	6,3	6	5	98,4	124	110
420	34,6	339,1	12,993	471	1572	8,6	5	5	107	129	115
440	36,2	355,2	12,986	478,1	1579	7,1	7,1	7,1	114	136,1	122
450	37,0	363,3	12,98	484,3	1585	6,2	6,2	6,2	120	142,3	128
450	37,0	363,3	12,977	487	1588	2,7	2,7	2,7	123	145	131
280	23,0	226,1	12,982	485	1585	-5,2	-2	-3	118	143	128
100	8,2	80,74	13,011	448	1554	-28,9	-37	-31	88,9	106	97
0	0,0	0	13,037	416	1527	-26,2	-32	-27	62,7	74	70

## Bibliografie

[1] Technise fiche, de Groot Funderingstechnieken nv.

[2] CUR, 166 Damwandconstructies, 3<sup>e</sup> druk, Civieltechnisch Centrum Uitvoering Research en Regelgeving, 1997.

[3] Technosoft NV, TS/ damwanden, www.technosoft.nl

[4] Maple 7.00, Waterloo Maple Inc.

[5] ir. D.G. SCHAAFSMA, I. FELTHAM, Dwarskrachtwapening in ronde kolommen en funderingspalen, cement 2006, 2, blz. 72-76

[6] ENV 1992-1-1: 1991, Berekening van betonconstructies, deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen, CEN Europese Commissie voor Normalisatie.

[7] Prof. dr.ir. L. TAERWE, Gewapend beton: analyse, modellering en ontwerp, deel 1: Lineaire elementen, Universiteit Gent: Faculteit Ingenieurswetenschappen. (2005)

[8] ir. W. DE CORTE en prof. dr. ir. Ph. VAN BOGAERT, Ontwerpdiagrammen voor palen met centrisch geplaatste buigwapening, cement 1999, 6, blz. 76-80

[9] ENV 1994-1-1: 1992, Ontwerp en berekening van staal-betonconstructies, deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen, CEN Europese Commissie voor Normalisatie.

[10] Prof. Dr. Ir. Ph. VAN BOGAERT: Bruggenbouw, ontwerp en constructie volume IIIbruggen van gemengde staal-betonbouw, Academia Press (2006)